# Végeredmények a 2020/2. szám emelt szintű matematika gyakorló feladatsorához

## I. rész

**1.** *Oldjuk meg a következő egyenletrendszert az egész számpárok halmazán:*

$$\left.\begin{aligned} 9^x \cdot 3^y &= 81, \\ 6x + 6y + 5xy &= 0. \end{aligned}\right\}$$

(*11 pont*)

**Megoldás.** $x = -1$, $y = 6$.

**2.** *A miskolci pályaudvar utasellátó büféjének ajtaján a következő tájékoztató szöveg olvasható:*

Nyitva tartás 03.30–23.30.
Műszakátadás miatt 07.30–08.30 és 19.30–20.30 között zárva!

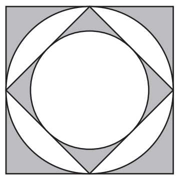
*a) Mekkora eséllyel találjuk nyitva a büfét, ha reggel* 7 *és este* 9 *között véletlenszerűen érkezünk a bejáratához?*

*b) Egy vargabélest vásároltunk* 200 Ft*-ért. A pénzt pontosan kiszámolva adtuk át a pénztárosnak. Hányféleképpen tehettük ezt meg, ha* 20 Ft*-osnál kisebb címletet nem adtunk, és a sorrend nem számít?*

*c) Az utánunk következő vásárló három péksüteményt szeretne venni, a kínálat: diós búrkifli, ízes levél, túrós táska, meggyes rétes és kakaós csiga. Mekkora eséllyel találjuk el, hogy mit fog vásárolni, ha azt feltételezzük, hogy mindegyik választásának ugyanannyi az esélye?* (*12 pont*)

**Megoldás.** *a)* $\frac{6}{7}$; *b)* hétféleképpen; *c)* $\frac{1}{35}$.

**3.** *Az* ábrán *egy egység oldalú négyzet, annak beírt köre, oldalfelező pontjai által meghatározott négyzet és annak is a beírt köre látható.*



*a) Hány százalékát színeztük ekkor szürkére a nagy négyzetnek?*

*b) Ismételjük meg ezt az eljárást végtelen sokszor. Hány százalékát színeztük így szürkére a nagy négyzetnek?* (*14 pont*)

**Megoldás.** *a)* Kb. 32,2%-a; *b)* kb. 42,9%-a.

**4.** *Egy* 30 *fős osztályból hányféle különböző módon állíthatunk össze*

*a) egy ötfős csoportot;* (*2 pont*)

*b) egy legfeljebb öt-, de legalább kétfős csoportot;* (*4 pont*)

*c) egy ötfős csoportot, ha az osztály diákbizottság elnökének mindenképp benne kell lennie;* (*4 pont*)

*d) egy ötfős csoportot, akik közül egy embert csoportvezetőnek jelölünk ki?* (*4 pont*)

**Megoldás.** *a*) 142 506; *b*) 174 406; *c*) 23 751; *d*) 712 530.

### II. rész

**5.** *Adott a* $[0;9]$ *intervallumon értelmezett* $f(x)=2\sqrt{x}$ *függvény.*

*a*) *Egy szabályos háromszög egyik csúcsa az origó, egy másik csúcsa az* $x$ *tengelyre, a harmadik csúcsa pedig az* $f(x)$ *függvény görbéjére illeszkedik. Mekkora e háromszög területe?*

*b*) *Egy téglalap egyik oldala az* $x$ *tengelyre, egy másik oldala az* $x=9$ *egyenesre, egy csúcsa pedig az* $f(x)$ *függvény görbéjére illeszkedik. Határozzuk meg a legnagyobb ilyen téglalap területét.*

*c*) *Az* $f(x)$ *függvénygörbe és az* $x$ *tengely közötti területet az* $x=a$ *egyenes felezi. Határozzuk meg az* $a$ *paraméter értékét.* (*16 pont*)

**Megoldás.** *a*) $\approx 3{,}08$; *b*) $12\sqrt{3}$; *c*) $\approx 5{,}67$.

**6.** *Egy háromszög csúcsainak koordinátái:* $A(-7;-2)$, $B(11;-2)$, $C(-1;10)$.

*a*) *Adjuk meg a háromszög mindhárom csúcsától egyenlő távolságra található* $K$ *pont koordinátáit.*

*b*) *Adjuk meg a háromszög* $M$ *magasságpontjának koordinátáit.*

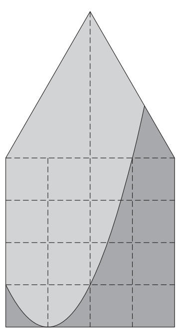
*c*) *Igazoljuk számítással, hogy az* $ABC$ *háromszögben az* $S$ *súlypont harmadolja az* $MK$ *szakaszt.* (*16 pont*)

**Megoldás.** *a*) $K(2;1)$; *b*) $M(-1;4)$.

**7.** *a*) *Két pozitív egész szám köbének különbsége* 169. *Melyek ezek a számok?*

*b*) *Bizonyítsuk be, hogy ha egy pozitív természetes szám ötödik hatványából kivonjuk magát a számot, a különbség minden esetben osztható lesz a három legkisebb pozitív prímszámmal.* (*16 pont*)

**Megoldás.** *a*) 8 és 7.



**8.** *Egy ház tűzfala egy négyzetből és egy szabályos háromszögből áll. A falat két színnel szeretnék vakolni. A két rész között a határvonal egy parabola lesz, amit a mellékelt* ábra *mutat. A házikó parabola feletti részét világosabbra, a többit sötétebbre vakolják. A felület hány százaléka lesz sötétebb árnyalatú?* (*16 pont*)

**Megoldás.** Kb. 33,2%-a.

**9.** *Van hatféle számkártyánk, mindegyikből* 1-1 *darab:* 1, 2, 3, 4, 5, 6. *A kártyákat véletlenszerűen sorba rendezve hatjegyű számokat képezünk.*

*a) Igazoljuk, hogy* $\frac{4}{15}$ *annak a valószínűsége, hogy az így kapott szám osztható lesz* 12*-vel.*

*b) Határozzuk meg annak a valószínűségét, hogy az így kapott szám a* 6*-os számjeggyel kezdődik, feltéve, hogy* 12*-vel osztható.*

*c) Egy papírlapra felírjuk a számkártyákból képezhető összes lehetséges hatjegyű számot.*

*Határozzuk meg a papírlapra felírt számok mediánját.* (*16 pont*)

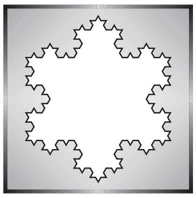
**Megoldás.** *b)* $\frac{1}{8}$; *c)* 388 888,5.

❄

Részletesebb megoldás a **Matematika érettségi emelt szinten** című könyvben található, amely megrendelhető a KöMaL honlapján. A könyv 24 gyakorló feladatsort tartalmaz a megoldásokkal együtt.

Összeállította:
**Számadó László**
Budapest

## C gyakorlatok megoldása



**C. 1528.** *Milyen pozitív egész számot jelölhet n, ha tudjuk, hogy az* $n^3$ *szám utolsó három számjegyét letörölve az n számot kapjuk vissza?*

Javasolta: *Róka Sándor* (Nyíregyháza)

**Megoldás.** Vizsgáljuk meg, mit kapunk $n=100$, illetve $n=9$ esetén.

Ha $n=100$, akkor $n^3=1\,000\,000$, vagyis az utolsó 3 számjegyet letörölve 1000-et kapunk. Ebből az következik, hogy $n$ egy-, vagy kétszámjegyű, mert ha három-, vagy többjegyű lenne, akkor $n^3$ négy vagy több számjeggyel többet tartalmazna, mint az $n$ szám.

Ha $n=9$, akkor $n^3=729$, ebből pedig nem lehet három számjegyet letörölni úgy, hogy maradjon egy $n$ szám.

Tehát $n$ kétszámjegyű kell, hogy legyen. Ekkor $n^3$ számjegyeinek száma öt, hiszen így lesz az utolsó három számjegy letörlésével kapott szám kétszámjegyű. Jelölje az $n$ tízes helyiértékén álló számjegyet $a$, az egyes helyiértékén állót pedig $b$. Ekkor arra kell törekednünk, hogy $n^3$ tízezres helyiértékén $a$, ezres helyiértékén pedig $b$ álljon.