A robbantási töltet és a beérkező jel amplitúdója közötti összefüggés

TÁRCZY-HORNOCH ANTAL

A feladat rendszerint abból áll, hogy az $a = C W^n$ összefüggésben a W ismert súlyok és a megfigyelt a amplitúdók segítségével a C és n értéket meghatározzuk. Ezt legtöbbször úgy teszik, hogy az amplitudók logaritmusa eltérésének négyzetösszege minimum legyen. Ennek a helyessége vitatható. A tanulmány megvizsgálja, hogy milyen összefüggések adódnak akkor, ha az eltérések nem logaritmusokra, hanem az amplitúdókra magukra vonatkoznak és milyen súly megváltozás mellett vezetnek ezek a logaritmusok eltéréseinek négyzetösszege minimumához. Sokszor célszerű az amplitúdók javításait két részre bontani, amelyek közül az egyik (a levonási hibának megfelelően) független az amplitúdótól, míg a másik az amplitúdónak bizonyos függvénye. A tanulmány az ezekre vonatkozó összefüggéseket is megadja.

Végül szempontokat közöl a tanulmány arra az esetre, amelynél az n hatványkitevő nem állandó, hanem maga is függvénye a töltetnek. Az eredmények középhibái adnak támpontot arra, hogy az ilyen feltételezés szükséges és indokolt-e.

Задача, как правило, состоит в том, как можно определить значения C и в зависимости a=C с помощью известных весов и наблюденных амплитуд a. В большинстве случаевэ то делают так, сланцы, основываясь чтобы сумма квадратов расхождений логарифмов амплитуд была разна минимуму. Правильность этого оспорима. В этой работе исследуется вопрос о том, какие зависимости получаются, если расхождения относятся не к логарифмам, а к самим амплитудам и при каких изменениях веса приводят к минимуму сумму квадратов расхождений логарифмов. Во многих случаях целесообразно поправки амплитуд разделить на две части, среди которых одна (соответствие ошибкам снятия величины) не зависит от амплитуды, когда вторая определенная функция амплитуды. Работа даст и относящиеся к этому зависимости.

В заключении этот труд высказывает точки зрения на тот случай, в котором степень не постоянна, а и сама является функцией величины заряда. Средние ошибки результатов дают основание тому, какие условия необходимы и обоснованы-ли.

Die Aufgabe besteht in der Regel darin, dass in der Beziehung $a = C W^n$ bei den gegebenen W Spengladungsgewichten und gemessenen a Amplituden die Werte C und n berechnet werden. Diese werden meist so bestimmt, dass die Summe der Quadrate der Abweichungen in den Logarithmen der Amplituden zu Minimum gemacht wird. Die Richtigkeit dieses Verfahrens ist aber anfechtbar. Es wird deshalb untersucht, welche Beziehungen gelten, wenn sich die Summe der Quadrate nicht auf die Abweichungen der Logarithmen, sondern der Amplituden selbst bezieht und bei welchen Gewichtsannahmen diese zum Mimimum der Quadrate der logaritmischen Abweichungen führen. Oft erscheint es ratsam die Vermessungen der Amplituden in zwei Teile zu zerlegen, wobei die eine (entsprechend den Ablesefehlern) unabhängig von der Amplitude ist, während die andere von der Amplitude abhängt.

Zum Schluss werden Gesichtspunkte für den Fall angegeben, dass der Exponent n nicht konstant, sondern selbst eine Funktion des Sprengladungsgewichtes ist. Die mittleren Fehler der Ergebnisse geben Auskunft darüber, ob diese Annahme erforderlich und begründet erscheint.

Különböző szempontból érdekes probléma a robbantási töltet és az első beérkező jel regisztrált amplitúdója közötti összefüggés meghatározása. Az utóbbi évek geofizikai irodalma ezzel elég gyakran foglalkozik. Az elmúlt évben is megjelent egy erre vonatkozó nagy tanulmány St. Müller, S. Stein, R. Vees szerzőktől: „Seismic Scalling Laws for Explosion on a Lake Bottom" (Zeitschrift f. Geophysik, 1962, 258–280 old.), amelyben a különböző nagyságú W tölteteknél észlelt a amplitúdóból az

$$a = C \cdot W^n \tag{1}$$

képlet alapján a legkisebb négyzetek módszere szerint igyekeznek az ismeretlen C állandót, valamint az ugyancsak ismeretlen n hatványkitevőt meghatározni. Tekintettel a probléma egyre fokozódó jelentőségére, érdemes az előbbiekben említett számítási módszert megvizsgálni és kiegészíteni.

Nevezett szerzők a számítást az első egyenlet logaritmikus formájával, tehát

$$\log a_i = \log C + n \log W_i \tag{1a}$$

alakkal hajtják végre, amelyben most már a $\log C$ és n az ismeretlenek. A náluk szereplő javítási egyenlet ezek szerint a következő alakot veszi fel:

$$v_i = \log C + \log W_i \cdot n - \log a_i \tag{2}$$

Ha a következő jelöléseket vezetjük be:

$$\log C = x \text{ és } n = y$$

továbbá:

$$\log W_i = B_i \text{ és } \log a_i = L_i \tag{3}$$

akkor a (2) egyenlet így írható:

$$v_i = x + B_i \cdot y - L_i \tag{4}$$

amelyből r mérés esetében ismert módon két normálegyenlet

$$\begin{aligned} rx + [B]y - [L] &= 0 \\ [B]x + [BB]y - [BL] &= 0 \end{aligned} \tag{5}$$

adódik.

Ennek megfelelően számítják ki az ismeretleneket, mégpedig ha a következő jelöléseket vezetjük be:

$$\begin{aligned} X_i &= \log W_i - \frac{[\log W_i]}{r} \\ Y_i &= \log a_i - \frac{[\log a_i]}{r} \end{aligned} \tag{6}$$

akkor n-re náluk, mint itt más úton (5)-ből

$$y = n = \frac{[X_i Y_i]}{[X_i^2]} \tag{7}$$

adódik.

Számításuk bizonyos értelemben leegyszerűsíthető, de végeredményben ugyanazt az értéket kapjuk mi is. Az előbbiekben megadott számításnál a javításokat nem a megfigyelt amplitúdók, hanem ezek logaritmusai kapják, azaz a logaritmusok eltéréseinek a négyzetösszege lesz itt a minimum, és ennek a helyessége még megvizsgálandó.

Nézzük meg most azt az esetet, amelynél a javításokat maguknak a megfigyelt amplitúdóknak adjuk. Ebben az esetben a kiinduló egyenlet a következő:

$$(a + v') = C \cdot W^n \tag{8}$$

amelyből a $\lambda_{a,i}$ logaritmikus táblakülönbség bevezetésével a következő javítási egyenletet kapjuk:

$$v_i' = \frac{1}{\lambda_{a,i}} \log C + \frac{\log W_i}{\lambda_{a,i}} n - \frac{\log a_i}{\lambda_{a,i}} \tag{9}$$

Ha most a következő jelöléseket vezetjük be: $\log C = x$, $n = y$,

$$\frac{1}{\lambda_{a,i}} = A_i', \quad \frac{\log W_i}{\lambda_{a,i}} = B_i', \quad \frac{\log a_i}{\lambda_{a,i}} = L_i' \tag{10}$$

akkor a

$$v'_i = A'_i x + B'_i y - L'_i \tag{11}$$

javítási egyenletet kapjuk, amelyből az ismeretlen x és y kiszámítására a következő két normálegyenlet adódik:

$$\begin{aligned} [A'A']x + [A'B']y - [A'L'] &= 0 \\ [A'B']x + [B'B']y - [B'L'] &= 0 \end{aligned} \tag{12}$$

illetőleg amennyiben az egyes amplitúdókat különböző pontosságúaknak tételezzük fel, ezek p_i súlyainak bevezetésével a következő normálegyenleteket adják:

$$\begin{aligned} [pA'A']x + [pA'B']y + [pA'L'] &= 0 \\ [pA'B']x + [pB'B']y + [pB'L'] &= 0 \end{aligned} \tag{13}$$

Érdemes most megvizsgálni, hogy milyen súly feltételezése mellett kapjuk (13) egyenleteinkből a logaritmusok mellé rendelt javítások esetét. Ez akkor következik be, ha az egyes amplitúdók súlyát a megfelelő amplitúdó négyzetével fordítva arányosnak vesszük fel, mert ebben az esetben (13) egyenletünkből, figyelembe véve (3) és (10) egyenleteinket és azt, hogy a táblakülönbség szorozva a numerussal

$$M = 0{,}434\ \ldots$$

modulust adja, a

$$\begin{aligned} \frac{r}{M^2}x + \frac{[B]}{M^2}y - \frac{[L]}{M^2} &= 0 \\ \frac{[B]}{M^2}x + \frac{[BB]}{M^2}y - \frac{[BL]}{M^2} &= 0 \end{aligned} \tag{14}$$

egyenleteket kapjuk. Ebből M^2-tel való egyszerűsítés után a logaritmusoknak adott javítás esetére kapott (5) egyenleteink keletkeznek. Az előbbiek szerint a logaritmusok eltéréseinek a négyzetösszege akkor ad helyes eredményt, ha az amplitúdók középhibáját az amplitúdó nagyságával egyenesen arányosan vehetjük fel, azaz ha a Weber–Fechner-féle pszicho-fizikai törvény a felhasznált regisztráló műszerekre is érvényes. Erre vonatkozólag azonban nem találtunk adatokat és ezért az eddig végzett sok kísérlet mellett célszerű lenne nemcsak különböző nagyságú töltetekkel kísérleteket végezni, hanem az egyes töltetnagyságok mellett ugyanazzal a töltettel is a robbantást néhányszor megismételni. Így a különböző töltetek mellett kapott szórásokból az ezekhez tartozó amplitúdók középértérke mellé még ezek középhibáját is meghatározhatjuk. Ebből az amplitúdók és ezek középhibái között az összefüggést, ezekből pedig az egyes amplitúdók súlyát már a tulajdonképpeni kiegyenlítés előtt megadhatjuk.

Kísérleti mérések nélkül is sok szól amelett, hogy az amplitúdóknak két javítást célszerű adni, amelyeknek súlyai különböző törvényszerűségeket követnek. Így, van az amplitúdó értékében leolvasási hiba, amely bizonyos mértékig független az amplitúdó nagyságától és van olyan hiba, amely az amplitúdó nagyságával bizonyos függvény szerint növekszik, mint a robbantó töltet energiájának átadási hibája stb. Ezért adott körülmények között mérlegelni lehet, hogy az amplitúdónak két v és $\mathfrak{w}$ javítást adjunk. Ebben az esetben a javítási egyenlet a következő alakot veszi fel:

$$\log(a_i+v_i+\mathfrak{w}_i)=\log C+\log W_i\cdot n \tag{15}$$

amelyből

$$v_i+\mathfrak{w}_i=\frac{\log C}{\lambda_{a,i}}+\frac{\log W_i}{\lambda_{a,i}}n-\frac{\log a_i}{\lambda_{a,i}} \tag{16}$$

javítási egyenlet keletkezik. Ebben v_i-nek $\pm\mu_v$ középhibája valamennyi amplitúdónál egyenlőnek vehető, míg $\mathfrak{w}_i$-nek $\pm\mu\mathfrak{w}$ középhibája változó és az amplitúdóval még meghatározandó függvény szerint növekszik. Amennyiben lineáris növekedést tételezünk fel, úgy ez:

$$\mu\mathfrak{w}=\pm\ \mu_0\cdot a$$

Két javítás tudvalevőleg egy fiktiv v_i javítássá vonható össze és akkor a javítási egyenlet így írható:

$$V_i=\frac{\log C}{\lambda_{a,i}}+\frac{\log W_i}{\lambda_{a,i}}n-\frac{\log a_i}{\lambda_{a,i}}=\frac{1}{\lambda_{a,i}}x+\frac{\log W_i}{\lambda_{a,i}}y-\frac{\log a_i}{\lambda_{a,i}} \tag{17}$$

amelynek súlya (L. ,,Zur Ortung seismischer Herde in Bergbaugebieten" Gerlands Beiträge zur Geophysik, 1961. 150. old.)

$$P_i=\frac{1}{\dfrac{1}{p_{v,i}}+\dfrac{1}{p\mathfrak{w}_{,i}}}=\frac{C^2}{\mu^2_{v,i}+\mu^2\mathfrak{w}_{,i}} \tag{18}$$

Vizsgáljuk meg végül, hogyan lehet a kiegyenlítést elvégezni, ha a (1) egyenletünkben magát a hatványkitevőt is a súllyal változónak tételezzük fel, és a következő formában írjuk fel:

$$a_i+v_i=C\cdot W^{n+W_i{}^k m} \tag{19}$$

Logaritmálás útján ebből a következő javítási egyenletet kapjuk:

$$V_i=\frac{1}{\lambda_{a,i}}\log C+\frac{\log W_i}{\lambda_{a,i}}n+\frac{W_i^k\log W_i}{\lambda_{a,i}}m-\frac{\log a_i}{\lambda_{a,i}} \tag{20}$$

Amennyiben csak C, n, m a meghatározandó ismeretlenek és k értékét ismerjük, a számítás további menete már ismert. Nehezebbé válik a helyzet akkor, ha C, n és m-en kívül még k is ismeretlen.

Ebben az esetben a $W_i^k \log W_i \cdot m$ értéke még külön kifejezendő. Ha k-nak egy közelítő k_0 és m-nek egy közelítő m_0 értéke ismeretes (néhány megfelelő egyenletből kiszámíthatók), akkor a kiszámítandó δ_k és δ_m pótlékokra felírható a következő egyenlet

$$W_i^k m \cdot \log W_i = W_i^{k_0+\delta k} \log W_i (m_0 + \delta m) \tag{21}$$

Ennek újbóli logaritmálása útján, ha λ^{m_0} az m_0 melletti táblakülönbséget jelenti, a következő összefüggés adódik:

$$\begin{aligned} \log(mW_i^k \log W_i) &= (k_0 + \delta k)\log W_i + \log(\log W_i) + \log m_0 + \lambda^{m_0}\delta m = \\ &= \log(W_i^{k_0} m_0 \log W_i) + \lambda^{m_0} \cdot \delta m + \log W_i \cdot \delta k \end{aligned} \tag{22}$$

Ebből a kifejezésből, ha $W_i^{k_0} \log W_i$ melletti táblakülönbséget a $\lambda^{W_i^{k_0} \log W_i}$-vel jelöljük és figyelembe vesszük, hogy δm és δk kicsiny értékek, a következő összefüggés adódik:

$$W_i^k m \log W_i = W_i^{k_0} m_0 \log W_i + \frac{\lambda^{m_0}}{\lambda^{W_i^{k_0} m_0 \log W_i}} + \frac{\log W_i}{\lambda^{W_i^{k_0} m_0 \log W_i}} \delta k \tag{23}$$

Ha ezt az egyenletet (20) egyenlet jobb oldali harmadik tagjával behelyettesítjük, megkapjuk az erre vonatkozó, további számításokra már alkalmas javítási egyenletet. Ez utóbbi egyenlet szükség szerint azzal az esettel is kombinálható, amelynél az amplitúdónak két javítást adtunk és amelynél ennek megfelelően a (17) alatti fiktív javítást a (18) alatti súllyal vezettük be.

Igyekeztünk kísérleti eredmények szabatosabb kiértékelésére szabatosabb számítási módszereket megadni. Természetes, hogy (17), (19), ill. (20) egyenletek szerint kapott állandóknak csak akkor van reális értelme, ha középhibáik figyelemre méltóan kisebbek, mint maga a kapott állandó. Ez támpontot ad arra vonatkozólag is, vajon megokolt-e a (1) alatti összefüggés helyett komplikáltabb összefüggéseket feltételezni. Egy biztos: mentül több ismeretlent vezetünk be, annál jobban hozzásimulhat a számított görbe a megfigyelési sorozathoz, de az ebben az esetben kapott értékei csak akkor tekinthetők reálisoknak, ha a megfigyelési sorozatból kellő pontossággal, illetőleg kellő reális tartalommal adódnak.

A tanulmány címében felvetett probléma vizsgálatát még tovább kívánjuk folytatni.