

## Gravitációs térképek transzformációs eljárásainak objektív vizsgálati módszerei

STEINER FERENC

Évek óta ismert, hogy felvett ható elméleti hatásának transzformálása, vagy néhány gyakorlati esetre számított példa bemutatása nem szolgáltat olyan mértékben általános információt a gravitációs térképek transzformációs eljárásaira nézve, hogy az az eljárások alapjául szolgálhasson. — Több szerző dolgozott ki ezért objektívnek nevezett összehasonlításí módokat (az annullálteregionális terek fokszáma, szűrőelmélet, anomáliáélességnövekedés alapján).

Az előadás első része arra hívta fel a figyelmet, hogy az egyes objektív módszerek a transzformációs eljárások teljesítőképességének megítélése terén a példáknál ugyan lényegesen általánosabb következtetések levonására adnak módot, anélkül azonban, hogy külön-külön egy-egy összehasonlító eljárás minden szempontra kiterjedő, végérvényes következtetést lehetővé tenne.

Az előadás második része egy lényeges szempontot megvizsgálhatóvá tevő új összehasonlításí módot ismertetett. Az általános kvantitatív módszer szemszögéből analizálva úi. a transzformációs eljárásokat, választ kapunk arra a fontos kérdésre, hogy milyen mértékben és milyen távolságról játszanak szerepet szomszédos hatók egy-egy transzformált érték nagyságában.

Уже давно известно, что путем трансформации теоретического эффекта заданного возмущающего тела, или путем приведения некоторых примеров, подсчитанных для практических случаев, нельзя получить полностью обобщаемую информацию о методах трансформации карт аномалий поля силы тяжести, которая могла бы служить основой для оценки этих методов. В связи с этим, рядом авторов были разработаны способы сопоставления, названные объективными (степень аннулированных региональных полей, теория фильтров на основании увеличения интенсивности аномалий).

В первой части доклада обращается внимание на то, что хотя отдельные объективные методы позволяют делать более общие выводы в отношении оценки производительности трансформационных приемов, по сравнению с приведением примеров, но все же в отдельности ни один из них не дает возможности получить окончательное заключение, охватывающее все проблемы.

Во второй части доклада излагается новый сравнительный метод, позволяющий осветить весьма существенный вопрос. Анализируя трансформационные приемы с точки зрения общего количественного метода, можно получить ответ на важный вопрос о степени влияния соседних возмущающих тел на величину отдельных трансформированных значений, и о расстоянии, до которого это влияние может еще сказываться.

Es ist seit Jahren bekannt, dass aus der Transformation der theoretischen Wirkung eines hypothetischen Störkörpers, oder aus Vorführung von für einige praktischen Fälle berechneten Beispiele für die Transformationsverfahren gravimetrischer Karten nicht allgemeine Informationen gewonnen werden können in dem Masse, dass sie bei der Bewertung der Verfahren als Grundlage dienen könnten. Mehrere Autoren haben darum objektiv genannte Vergleichsmethoden ausgearbeitet (auf Grund des Grades der annullierten regionalen Felder durch Anwendung der Filtertheorie sowie auf Grund der Erhöhung der Breite der Anomalie).

Durch den ersten Teil des Vortrages wurde darauf aufmerksam gemacht, dass die einzelnen objektiven Methoden bei der Beurteilung der Leistungsfähigkeit der Transformationsverfahren allgemeinere Folgerungen zulassen, als die Beispiele, aber ohne dass ein einziges Vergleichsverfahren eine alle Gesichtspunkte befriedigende, endgültige Folgerung ermöglichte.

In dem zweiten Teil wurde ein neues Vergleichsverfahren erörtert, das die Untersuchung eines bedeutenden Gesichtspunktes gestattet. Nämlich wenn man die Transformationsverfahren aus dem Gesichtspunkt der allgemeinen quantitativen Methode studiert, so bekommt man Antwort auf die wichtige Frage, in welchem Masse und von welcher Entfernung benachbarte Störkörper den transformierten Wert beeinflussen.

Évek óta ismert, hogy felvett ható elméleti hatásának transzformálása, vagy néhány gyakorlati esetre számított példa bemutatása nem szolgáltat olyan mértékben általános információt a gravitációs térképek transzformációs eljárásaira nézve, hogy az az eljárások elbírálásának alapjául szolgálhasson (lásd. pl.

[7] első részét). Felmerült tehát olyan összehasonlítási eljárások vagy kritériumok kidolgozásának szükségessége, melyek függetlenek egyedi gyakorlati példák esetlegességeitől, s amelyeket ilyen értelemben jogos objektíveknek nevezni.

Objektív összehasonlítási módszerre időrendben először Dean javasolata [1] látott napvilágot, mely az egyes transzformációs eljárások sajátosságait átviteli függvényük felvételével javasolja vizsgálat tárgyává tenni. A módszer szemléletesen mutatja be az elvi műveletek és gyakorlati közelítéseik viszonyát, valamint tovább bővítette arra vonatkozó ismereteinket, hogy milyen hatással van egyes pontok értékeinek a körátlagok valódi értékei helyett való alkalmazása.

Második lehetőségként az az összehasonlító módszer jelent meg [6], mely aszerint tesz különbséget az egyes térkép-transzformációs eljárások között, hogy azok milyen fokszámú polinommal közelíthető regionális hatásokat eliminálnak (vagy másképp kifejezve: milyen fokszámú regionális hatásoknál válik zérussá a transzformált érték). Ebből a szempontból vizsgálva az eljárásokat, a felületi interpoláció negyedfokú, Rosenbach eljárása másodfokú hatásokat annulláló módszernek bizonyult. Legkevesbé mutatkozott kedvezőnek Elkins módszere, mely csak lineáris tereket küszöböl ki s ezenfelül „elkenő” hatása is van, – viszont (ugyanezen vizsgálat szerint) csak ilyen eljárásnál indokolt azt az egyszerű utat követni, hogy azon pontok távolságát, melyekre a transzformált értékeket számítjuk, az alkalmazott legkisebb körmérettel vegyük azonosnak. A magasabb fokszámú hatásokat elimináló módszerek megkövetelik, hogy a transzformált értékeket a legkisebb körméretnél *kisebb* távolságokra levő pontokra számoljuk.

*Naudy* kritériuma, melyet a szakirodalomban harmadszorra megjelenő objektív összehasonlító módszerként ismerhettünk meg [4], abból a tapasztalattól indul ki, hogy meredek oldallal (tehát több, egymás közelében hasonlóan lefutó izovonallal) jellemezhető anomália szembeszökő a térkép szemlélője számára. Ennek megfelelően definiálja az anomális-élesség fogalmát, mint az anomáliaszelvénynek az inflexiós pontban vett differenciáhányadosát, s az egyes transzformációs eljárásokat aszerint vizsgálja, hogy bizonyos hatókra nézve ezek az eljárások mennyire növelik az anomáliaélességet. – A gyakorlati szempontból igen figyelemreméltó kritériummal történő vizsgálat egyik érdekessége, hogy bizonyos eljárások szelektívek lehetnek abban az értelemben, hogy azonos típusú hatónál, adott mélységintervallumban nagyobb az anomáliaélesség-növelő hatás, mint a szomszédosokban.

Az eddigiekben ismertetett objektív összehasonlítási módszerek közös jellemzője, hogy csak azon szempontok által definiált érvényességi tartományra tehetünk megállapításokat azok alapján, melyeket az illető objektív összehasonlító módszer figyelembe vesz, ill. amelyik azokkal közvetlen kapcsolatban van. Helytelen tehát, ha az objektív módszereknek az egyedi gyakorlati példákön való vizsgálathoz képest vett viszonylagos általánosságát félreértve, minden szempontra kiterjedő, végérvényes következtetést igyekszünk egyetlen objektív módszerből levonni. (Ennek helytelensége független attól, hogy az összehasonlító módszer által alkalmazott jellemző egyértelműen definiálja-e a transzformációt vagy sem.)

Ugyancsak közös jellemzője és egyben fogyatékkossága mindhárom módszernek, hogy kritériumaikból hiányzik

- a) vagy a probléma fizikájával való közvetlen kapcsolat,
- b) vagy a konkrét hatóalaktól való függetlenség.

A következőkben ismertetendő új összehasonlító eljárás mindkét szempontra tekintettel van.

Az új módszerösszehasonlító eljárás arra a gyakorlati szempontból közvetlenül is fontos kérdésre ad választ, hogy egy tetszőleges pontra számított transzformált érték nagyságát mennyiben határozzák meg a pont alatt, vagy a közvetlen közelben elhelyezkedő, — ill. szomszédos, távolabb fekvő hatók. — Nyilván kétféle szempontból is előnyösebbnek tekinthetjük azokat a transzformációs eljárásokat, melyek kevésbé érzékenyek szomszédos hatókra. Egyrészt, ha az eredmény-térképet vizuálisan kívánjuk értékelni, az egyes hatások szeparáltabban, kevésbé egybemosódottan jelentkeznek, esetleges egyedi karakterisztikumaik is felismerhetők maradnak. Másrészt, ha az általános kvantitatív módszer koncepciója szerint, kvantitatív eljárás kiinduló adatrendszereként fogjuk fel a transzformáció eredményét, a szomszédos tartományok elhanyagolhatósága miatt a számítás gépidő-igénye olyan jelentős mértékben csökkenhet, hogy az már nemcsak a gazdaságosságra lehet kihatással, de egyáltalában elvégezhetővé válhat olyan felbontású kvantitatív értékelő munka, ami transzformáció nélkül — vagy elönytelenül választott transzformáció után — gyakorlatilag elvégezhetetlen.

Az új összehasonlító módszer alkalmazásához először is meg kell adnunk azt a  $z_1 \leq z \leq z_2$  mélységintervallumot ( $z_1 > 0$ ), amelyből származó gravitációs hatások transzformált értékeinek oldalirányú szeparáltságát vizsgálat tárgyává óhajtjuk tenni.

Nyilvánvaló, hogy az adott, oldalirányban végtelen lemezen belül elvileg tetszőlegesen nagy távolságban elhelyezkedő ható is nem-zérus hatással szerepelhet valamely tekintett  $P$  pontra nézve nemcsak a  $g$  értékében, de a transzformált értékben is. Kérdésünk azonban éppen az, hogy a figyelembe vett lemezek gyakorlatilag milyen nagyságú (a  $P$  pont alatt elhelyezkedő) térfogatából várhatjuk az információ zömét az egyes transzformációs eljárások esetében.

Ez a vizsgálatunk célszerűen az információindexnek már ismert fogalmát használja fel [10]. Az  $I$  információindex integrális alakban felírva a következő kifejezéssel definiált:

$$I(T; V) = \frac{\int_{\dot{V}} |T(x, y, z)| dx dy dz}{\int_{V_0} |T(x, y, z)| dx dy dz},$$

ahol  $T$  tetszőleges transzformáció,  $T(x, y, z)$  az  $x, y, z$  helyen levő egységnyi sűrűségkülönbségű és egységnyi térfogatú ható gravitációs hatásának transzformált értéke a  $(0, 0, 0)$  pontban;  $V_0$  a teljes  $z_1 \leq z \leq z_2$  térrészt,  $V$  ennek a térrésznek egy tetszőleges résztartományát jelenti. Az eredményül kapott  $I$  (melyet nyilván %-okban is kifejezhetünk), röviden fogalmazva azt adja meg, hogy a  $V$  térfogat sűrűségeloszlásáról milyen arányban informál az origóbeli teljes transzformált érték.

$I$  gyakorlati számításához célszerű a  $z_1 \leq z \leq z_2$  térrészt olyan résztartományokra felosztani, melyek elég kicsinyek ahhoz, hogy összességükben is viszonylag kis térfogatot képviselő résztartományokon belül következzenek be a  $T$  előjelváltása, így ún. az abszolútérték-integrálok kellő pontossággal közelíthetők.

Ha vizsgálatainkban körátlagokat alkalmazó, vagy egyéb irányfüggetlen transzformációs eljárásokra szorítkozunk, további gyakorlati egyszerűsítésként a  $Z$ -tengelyre szimmetrikusan elhelyezkedő hengergyűrűkre oszthatjuk fel a teljes lemezt, mert a hengergyűrű bármelyik, azonos térfogatú része azonosan járul hozzá az  $I$  értékéhez.

Nyilván ismert a hengergyűrű gravitációs hatása a teljes  $x, y$  síkon, ha ismert a  $Z$  tengelyű, lefelé végtelen henger hatása a  $+X$  féltengelyen. Ez utóbbira kétféle alakban is ismert a hatás formulája; az egyiket Rosenbach adta meg doktori disszertációjában 1947-ben [5], a másikat (Rosenbach eredményét nem ismerve) Nabighian vezette le és közölte 1962-ben [3]. Számításainkat utóbbi szerint végeztük, mivel a hatás alakja Nabighian szerint

$$\sigma [A_1 \cdot K(k) + A_2 E(k) + A_3 A_0(\alpha, \beta) + A_4],$$

ahol  $\sigma$  a sűrűségkülönbség,  $A_1, A_2, A_3, A_4$  és  $k$  a  $t$  mélységtől, az  $R$  sugártól és az origótól vízszintesen mért  $x$  távolságtól függő algebrai kifejezések, valamint  $\alpha$  és  $\beta$  is egyszerűen számíthatók  $t, R$  és  $x$  értékeiből. A  $K(k)$  és az  $E(k)$  elliptikus integrálokra jól konvergáló sorfejtések ismeretesek;  $A_0$  (a Heuman-féle lambda-függvény) számítására Heuman eredeti cikke [2] ad meg ugyancsak jól konvergáló sort. Éppen ez utóbbi körülmény az, ami miatt számítástechnikailag előnyös a Nabighian által megadott alak alkalmazása. A számítási algoritmus gépi programját dr. Zilahi Sebess László kandidátus irányításával, Székely Mihály matematikus készítette el, amiért e helyen is, ismételten köszönetet mondok.

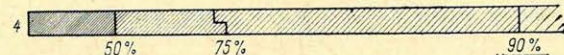
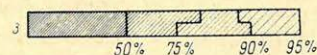
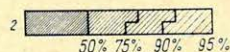
Konkrét számításainkban három (az annullált regionális hatások fókuszán alapuló objektív eljárás szerint) jelentősen különböző transzformációt tettünk vizsgálat tárgyává. Ezek: *a*) Elkins és *b*) Rosenbach formulái (lásd pl. [6] táblázatában a 2. és 7. együttthátósort), szigorúan vett körátlagokra és nem egyes pontok értékeinek összegére felírva, valamint *c*) a felületi interpoláció hasonlóan felírt formulája (lásd [8] 16. képletét). A hengergyűrűkre való bontás miatt origóközéppontú körök mentén azonos értékeket kapunk, így az exakt körátlagképzések egyszerűen egy-egy pontra való hatás-számításra redukálódnak.

$P$   $s \quad s\sqrt{2} \quad s2 \quad s\sqrt{5}$



1. ábra. 1 Felületi interpoláció  
2 Rosenbach  
3 Elkins  
4 Transzformálatlan „g”

Фиг. 1.



- 1 – поверхностная интерполяция  
2 – по способу Розенбаха  
3 – по способу Элкинса  
4 – нетрансформированная величина „g”

- Fig. 1. 1 Oberflächeninterpolation  
2 Rosenbach  
3 Elkins  
4 Untransformierte „g”

Mélységintervallumként a 3 és 5 egységnyi mélységszint közötti szakaszt választottuk. Elegendőnek bizonyult  $R = 20$ -ig  $1 \times 1$ -es, azon túl  $2 \times 2$ -es négyzet-keresztmetszetű hengergyűrűkre való felbontás jelen vizsgálatainkhoz.

Ezt a felosztást az 1. ábra felső részén szemléltettük; itt  $P$ -vel jelöltük azt a pontot, amelyre a transzformált értékek számítása történt s melyet ezért célszerű volt origónak választani. Bejelöltük ezen felül azokat az 5, 5, 2, 10 és 5, 5 egységnyi hosszúságú körsugarakat is, amelyekre nézve a  $T - k$ , ill. az  $I$  információ-indexek számítása történt.

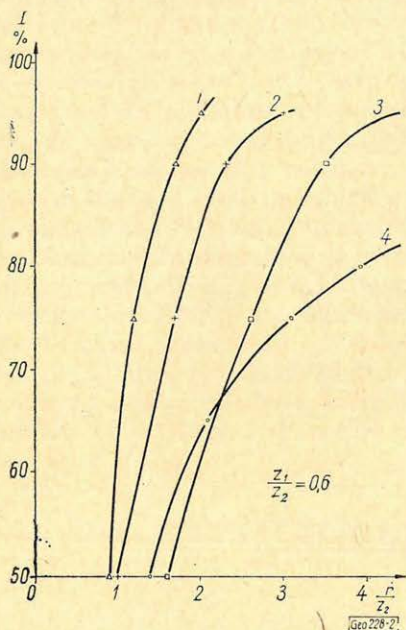
Az eredményeket az 1. ábra alsó része szemlélteti. Az 50, 75, 90 és 95 %-os információindexű hengeres térfogatok palástjának metszete nyilván a már ismertetett beosztás miatt törvonalú (ez egyben a térfogatok meghatározási pontosságára is tájékoztatást ad).

Az egyes transzformációkra adódó eredményeket az azonos  $I$ -khez tartozó, növekvő térfogatok sorrendjében ábrázoltuk, s ezt a transzformátlan  $g$ -re vonatkozó térfogatok szemléltetésével egészítettük ki. Látjuk, hogy mindegyik vizsgált transzformáció lényeges előnyt jelent a transzformátlan értékhez viszonyítva a szomszédos hatások szeparáltan való jelentkezése szempontjából, de az egyes transzformációk között is lényeges eltérés van ebből a szempontból.

Az eredményeket egy olyan koordináta-rendszerben is felhordtuk (2. ábra), melyben az abszcisszán a hengeres térfogatok sugarainak  $z_2$ -höz (a tekintett térrész alsó szintjének mélységéhez) viszonyított értékeit, az ordinátán az ezekhez, ill. az egyes transzformációkhoz és a  $g$ -hez tartozó információ-indexeket hordták fel. Már az azonos információ-index-értékhez tartozó hengerek sugarai is jelentős eltérést mutatnak; a tulajdonképpen figyelembe veendő mennyiség itt azonban a térfogat (különösen, ha az általános kvantitatív módszer szempontjára gondolunk), s erre nézve nyilván négyzetesen nagyobb arányú eltérések adódnak.

A 3. ábra az információindex függvényében azt szemlélteti, hogy hányszor akkora térfogat szükséges az azonos információindex eléréséhez  $g$ -t alapul véve, mint a vizsgált három transzformációnál. A 90% környékén található, 10-es nagyságrendű térfogatarány-értékek egyrészt megerősítik a térképtranszformációk alkalmazásának előnyeit az egyes hatók hatásának a szeparációja szempontjából, ha vizuálisan kívánjuk az eredmény-térképet értékelni, — másrészt hatványozottan mutatnak rá a transzformált értékekből való kiindulás előnyeire abban az esetben, ha kvantitatív számítás akarunk végezni.

A vizsgált transzformációs eljárások egymás közötti összehasonlítását a



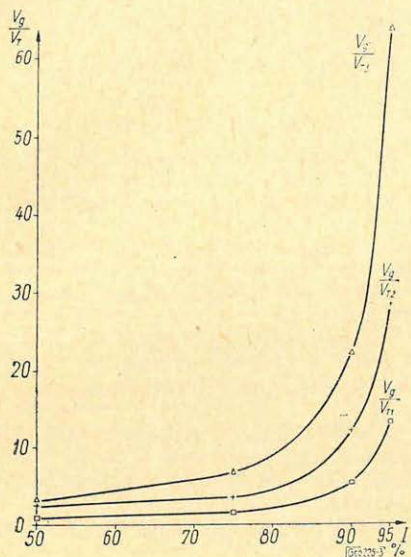
2. ábra. 1 Felületi interpoláció  
2 Rosenbach  
3 Elkins  
4 Transzformátlan „g”

Фиг. 2.

- 1 — поверхностная интерполяция  
2 — по способу Розенбаха  
3 — по способу Элкинса  
4 — нетрансформированная величина „g”

Fig. 2. 1 Oberflächeninterpolation  
2 Rosenbach  
3 Elkins  
4 Untransformierte „g”

4. ábra mutatja be, ahol azt hordtuk fel szintén az információ-index függvényében, hogy azonos információ-index eléréséhez hányszor akkora térfogat kell Rosenbach és Elkins eljárásánál, mint a felületi interpolációnál. A transzformációk közötti lényeges különbséget a 75%-nál nagyobb információ-indexek tartományára átlagértékként elfogadható 2-szeres és 4, 5-szörös szorzó jellemzi, a Rosenbach, ill. az Elkins módszerre vonatkozóan. A szomszédos hatások szeparálódása és az általános kvantitatív módszer szemszögéből tehát egyáltalában nem mindegy, melyik transzformációt használjuk.



3. ábra. T1 Elkins

T2 Rosenbach

T3 Felületi interpoláció

$V_g$  Azonos információindexhez tartozó

$\overline{V_T}$  térfogatarány

Фиг. 3.

T1 – по способу Элкинса

T2 – по способу Розенбаха

T3 – поверхностная интерполяция

$V_g$  отношение объемов относящиеся к информации с равными индексами

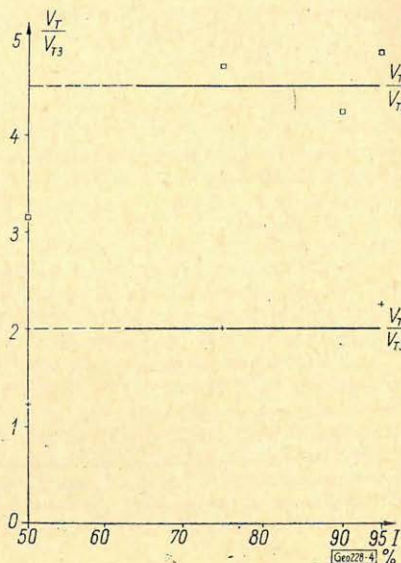
Fig. 3. T1 Elkins

T2 Rosenbach

T3 Oberflächeninterpolation

$V_g$  Das zu demselben Informationsindex gehörige

$\overline{V_T}$  Volumenverhältnis



4. ábra. T1 Elkins

T2 Rosenbach

T3 Felületi interpoláció

$V_T$  Azonos információindexhez tartozó

$\overline{V_{T3}}$  térfogatarány

Фиг. 4.

T1 – по способу Элкинса

T2 – по способу Розенбаха

T3 – поверхностная интерполяция

$V_T$  отношение объемов, относящиеся к информации с равными индексами

Fig. 4. T1 Elkins

T2 Rosenbach

T3 Oberflächeninterpolation

$V_T$  Das zu demselben Informationsindex gehörige

$\overline{V_{T3}}$  Volumenverhältnis

A fent bemutatott objektív összehasonlító módszernek befejezésül szeretnénk röviden két másik objektív módszerhez való viszonyára utalni. Először is arra hívjuk fel a figyelmet, hogy sávszűrő-karakterisztikával a vizsgált három transzformáció közül egyedül az Elkins-módszer rendelkezik, s a három vizsgált eljárás közül a legkedvezőtlenebbnek a szeparálódás és az általános kvantitatív

módszer szempontjából éppen ez a transzformáció mutatkozott. Ez egyrészt újra a bevezetőben mondottakra figyelmeztet, arra, hogy az objektív módszerekből vonható következtetések nem általánosak, — másrészt, bár közvetve, ismét arra utal, hogy a nagyfrekvenciájú tartomány eltávolítására nemlineáris módszer alkalmazása a legkedvezőbb [9]. Érdekes viszont, hogy most kapott eredményeink a transzformációkat az annullált regionális hatások fokszámát figyelembe vevő objektív módszerhez mennyire hasonlóan rangsorolják. Ennek oka nyilván az, hogy  $P$ -tól a körök sugaránál nagyobb távolságban levő hatók hatása a körök területén gyakorlatilag már ötödfokú függvénnyel leírható, majd a távolság növekedésével harmadfokú, végül lineáris függvénnyel is leírhatóvá lesz.

#### IRODALOM

- [1] *Dean, W. C.*: Frequency Analysis for Gravity and Magnetic Interpretation. Geophysics, Vol. 13., 1958.
- [2] *Heuman, C.*: Tables of Complex Elliptic Integrals. Journal of mathematics and Physics, Vol. 20. 1941.
- [3] *Nabighian, M. N.*: The Gravitational Attraction of a Right Vertical Circular Cylinder at Points External to It. Geofisica Pura e Applicata, Vol. 53. (1962/III).
- [4] *Naudy, H.*: Propriétés de filtrage des formules utilisées pour la transformation des cartes gravimétriques. Geophysical Prospecting, Vol. 12. 1964.
- [5] *Rosenbach, O.*: Über gravimetrische Wirkungen von zylinderförmigen Masseneinbettungen. Disszertáció. (Kézirat) 1947. Bonn.
- [6] *Steiner F.*: Über einige Methoden der „sekundären“ gravimetrischen Auswertung. Geofisica Pura e Applicata, Vol. 56. (1963/III).
- [7] *Steiner F.*: A felületi interpoláció módszereinek összehasonlítása a gravitációs másodlagos anomáliák meghatározásának néhány ismert eljárásával. Magyar Geofizika 1964.
- [8] *Steiner F.*: Untersuchungen über fiktive  $g_{zz}$ -Anomalien und über die Möglichkeit derer Beseitigung. Pure and Applied Geophysics, Vol. 66 (1967).
- [9] *Steiner F.*: Elvben adott nemlineáris módszer gyakorlati alkalmazása gépi számítás útján. Pályázat, 1967. V. 1.
- [10] *Steiner F.*: Untersuchungen über die prinzipiellen Möglichkeiten einer allgemeinen quantitativen Methode, ausgehend von  $g_{zz}$ . Acta Geodaet., Geophys. et Montanist. Acad. Sci. Hung. Tom. 3. (1–2) 1968.