

Geoelektromos és karottázs szondázások indirekt és direkt interpretációjának a lineáris rendszerek elméletén alapuló új, egyszerű, gyors módszere

DRAHOS DEZSŐ – SALÁTPÉTER

A dolgozat bemutatja, hogy a vertikális elektromos szondázások, az elektromágneses frekvencia szondázások, az elektromágneses térbeállásos szondázások, az elektromos és indukciós karottázs szelvényezések, a neutron-neutron szelvényezések és még egész sor geofizikai eljárás indirekt vagy direkt interpretációjában szerepet játszó, a modell paramétereit tartalmazó, ún. karakterisztikus függvény és a mérési eredmény lineáris rendszer ki- és bemenetének, illetve be- és kimenetének tekinthető. A felsorolt eljárások lineáris átviteli rendszerek. Ennek megfelelően a különféle elméleti szondázási görbék (egyenes feladat), vagy pedig a geofizikai modell karakterisztikus függvénye (inverz feladat) rendkívül egyszerűen és gyorsan számítható viszonylag rövid digitális szűrő segítségével. A cikk az interpretáció különféle lehetőségeit ismerteti.

В докладе показано, что при решении прямой или обратной задач по данным методов ВЭЗ, электромагнитного частотного зондирования, зондирования методом становления электромагнитного поля, электрического и индукционного каротажа и ряда других геофизических исследований, так называемые характерные функции, содержащие параметры модели, с одной стороны, и результаты измерений, с другой, могут рассматриваться как выходы и входы, или, соответственно, входы и выходы линейной системы. Перечисленные методы представляют собой линейные системы передачи. В соответствии с этим различные теоретические кривые зондирования (прямая задача), или характерная функция геофизической модели (обратная задача) могут быть вычислены весьма просто и быстро при помощи сравнительно коротких цифровых фильтров. В докладе излагаются различные возможности интерпретации.

Es wird gezeigt, dass die bei der direkten oder indirekten Interpretation einer ganzen Reihe von geophysikalischen Verfahren – so wie vertikale elektrische Sondierung, elektromagnetische Frequenzsondierung, elektromagnetische Feldeinstellen-Sondierung, elektrische- und Induktionskarottage – Profilierung u. a. – eine Rolle spielende und die Parameter des Modells enthaltende sogenannte charakteristische Funktion und das Messresultat als Ein- und Ausgang, bzw. Aus- und Eingang eines linearen Systems anzusehen sind. Die angeführten Verfahren sind also lineare Überführungssysteme. Dementsprechend kann die charakteristische Funktion der verschiedenen theoretischen Sondierungskurven (direkte Aufgabe) oder des geophysikalischen Modells (inverse Aufgabe) recht einfach und schnell ermittelt werden, und zwar mit Hilfe eines verhältnismässig kurzen Filters. Im Aufsatz werden verschiedene Möglichkeiten der Interpretation erörtert.

A geofizikai mérések zömének általános feladata a különböző fizikai paraméterű kőzettartományok (rétegek, henger-gyűrű szelvények, hatók) geometriai méreteinek és fizikai jellemzőinek meghatározása.

A különféle geofizikai eljárások fizikai alapegyenleteiben igen gyakran szerepel a Laplace operátor. Szimmetrikus tartományokra sokszor megkapható a vonatkozó egyenletek egy partikuláris megoldása a változók szétválasztásával. Pjencor a peremérték-feladat végső megoldása a partikuláris megoldásoknak a szétválasztás paramétere szerint vett integrálja alakjában adódik a következőképpen:

$$g(z) = \int_0^{\infty} F(w, \vec{p}) \cdot K(w \cdot z) dw. \quad (1)$$

Ez az alak egy speciális lineáris integráltranszformáció, melynek inverz-transzformáltja is a legtöbb esetben könnyen előállítható az

$$F^*(w, \vec{p}) = \int_0^{\infty} g^*(z) \cdot K^*(w \cdot z) dz \quad (2)$$

alakban. Itt $F^*(w, \vec{p})$, $g^*(z)$, $K^*(w \cdot z)$ egyszerű kapcsolatban vannak az eredeti $F(w, \vec{p})$, $g(z)$, $K(w \cdot z)$ függvényekkel.

Az esetek zömében a geofizikai mérési eredmények a $g(z)$ -vel, illetve a $g^*(z)$ -vel vannak egyszerű összefüggésben, vagyis $g(z)$ és $g^*(z)$ mérési eredménynek tekinthető.

A kutatandó szerkezet paramétereit, a \vec{p} vektort, azaz a közzettartományok geometriai és fizikai jellemzőit az $F(w, \vec{p})$, illetve $F^*(w, \vec{p})$ függvény tartalmazza. Ezek a függvények a határfeltételekből adódnak. $F(w, \vec{p})$, illetve $F^*(w, \vec{p})$ a szerkezet karakterisztikus függvénye.

Az említett típusú integráltranszformációkat felhasználó geofizikai mérések értelmezése két úton történhet: vagy az ún. indirekt (hagyományos) vagy a direkt (modern) kiértékelés útján.

Az indirekt kiértékelés lépései:

Kiindulás: a modell várható paramétereit, \vec{p}_0 . Az $F^T(w, \vec{p}_0)$ számítása. Integrálás (1) szerint. A kapott elméleti $g^T(z)$ -t össze kell hasonlítani a mért $g^M(z)$ -vel. Ezután a megfelelő egyezésig változtatják az $F^T(w, \vec{p})$ karakterisztikus függvényt előállító paramétereiket. $\vec{p}_0, \vec{p}_1, \vec{p}_2, \dots \rightarrow F_0^T, F_1^T, F_2^T, \dots \rightarrow g_0^T, g_1^T, g_2^T, \dots = g^M$. A vázolt folyamatot görbeseregekkel való egyeztetéssel, vagy számítógépes programok segítségével hajtják végre.

A direkt kiértékelés vázlata:

A mérési eredményekből a (2) integrál segítségével meghatározzák az $F^*(w, \vec{p})$ -t. Ez pedig lényegesen egyszerűbb kapcsolatban van a keresett \vec{p} paraméter-vektorral, mint maga a $g(z)$.

Az $F^*(w, \vec{p})$ -ből transzcendens egyenletrendszer segítségével, vagy fokozatos lebontás útján határozhatók meg a keresett paraméterek. A vázolt eljárás szintén grafikus, vagy számítógépes úton valósulhat meg.

Fontos hangsúlyozni, hogy a fenti típusú geofizikai mérések interpretációjának mindkét fajta eljárása az említett lineáris integráltranszformációt használja fel. Vagy az (1) $F(w, \vec{p}) \rightarrow g(z)$ vagy pedig a (2) $g^*(z) \rightarrow F^*(w, \vec{p})$ transzformáción keresztül történik a mérések kiértékelése.

A geofizikai mérések interpretációjában játszott döntő szerepe miatt igen fontos az említett típusú integrálok gyors és pontos kiszámítása.

Az (1), illetve a lényegében vele megegyező (2) integráltranszformáció ún. konvolúció típusú transzformációra vezethető vissza. A (2)-ben cseréljük meg a w és a z betűket, majd hajtjuk végre a következő helyettesítéseket:

$$u = \ln(w); \quad t = \ln\left(\frac{1}{z}\right),$$

azaz

$$w = \exp(u); \quad z = \exp(-t)$$

$$\text{és} \quad dw = \exp(u) du, \quad \text{vagy} \quad du = \frac{1}{w} dw,$$

amikor is a határok

$$\begin{aligned} \text{és} \quad w_a &= 0\text{-nál} & w_a &= -\infty \\ w_b &= \infty\text{-nél} & w_b &= +\infty. \end{aligned}$$

Ezekkel az (1), illetve (2) átmegy a

$$g(\exp(-t)) = \int_{-\infty}^{+\infty} \{\exp(u) \cdot F(\exp(u), \vec{p}) \cdot [K(1/\exp(t-u))]\} du, \quad (3)$$

illetve

$$F^*(\exp(-t), \vec{p}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \{\exp(u) \cdot g^*(\exp(u))\} \cdot [K^*(1/\exp(t-u))] du \quad (4)$$

integrálokba.

Vezessük be a következő jelöléseket:

$$y(t) = g(\exp(-t)), \text{ illetve } y(t) = F^*(\exp(-t), \vec{p}), \quad x(u) = \exp(u) \cdot F(\exp(u), \vec{p}),$$

$$\text{illetve } x(u) = \exp(u) \cdot g^*(\exp(u)), \quad h(t-u) = K(1/\exp(t-u)), \text{ illetve } h(t-u) =$$

$$= K^*(1/\exp(t-u)).$$

Ezekkel a jelölésekkel az (1), illetve a (2) valóban a jól ismert konvolúciós integrál alakját ölti:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(u) \cdot h(t-u) du \left(= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-u) \cdot h(u) du \right). \quad (5)$$

Ez azt jelenti, hogy az adott típusú integrálokkal leírható rendszerek lineáris rendszerek. Az integráltranszformáció hatásának kiszámítására a lineáris rendszerek elmélete használható. Az integrál közelítő értékét digitális szűrők alkalmazása adja meg.

Az (5) formulában

- $x(t)$ a szűrő bemenete, vagy a kényszerfüggvény,
- $y(t)$ a szűrő kimenete, vagy a válaszfüggvény,
- $h(t)$ a szűrő súlyfüggvénye.

Ha az $x(t)$ függvény Fourier-spektruma csak véges tartományban különbözik nullától, akkor belátható, hogy

$$y(l \cdot \Delta) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} x((l-j) \Delta) \cdot S(j \cdot \Delta), \quad (6)$$

ahol l és j egész számok, Δ pedig a függvények digitalizálásának lépésköze. Az $S_j = S(j \cdot \Delta)$ értékek a szűrőkoefficiensek.

A szűrőkoefficiensek alkalmazásának módszere lényegében azért rendkívül gyors eljárás, mert a klasszikus integrálszámítás megfelelően finom felosztása helyett — amelyet a kellő pontossághoz igen finomnak kell választani — a szűrés esetén elégséges egy olyan viszonylag durva felosztás, amelyből a $w \cdot F(w, \vec{p})$ rekonstruálható a mintavételi törvény alapján. A végső, közelítőleg pontos képlet:

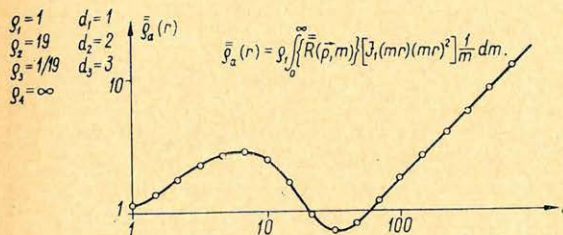
$$g(\exp(-l \cdot \Delta)) \approx \sum_{ju}^{jb} \{\exp((l-j) \cdot \Delta) \cdot F(\exp((l-j) \cdot \Delta), \vec{p})\} \cdot S_j \quad (6)^*$$

Előzetes számításaink szerint egy-két tucat S_j szűrőefficienssel a geofizikában számolt görbeseregek megfelelő pontossággal megkaphatók.

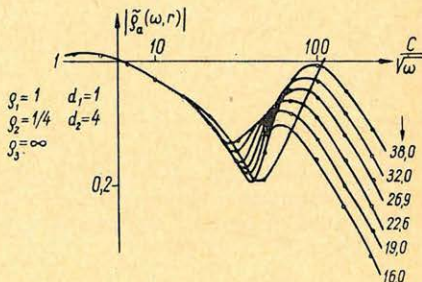
A bemutatásra kerülő ábrák és képletek annak bizonyítékai, hogy milyen sok geofizikai módszer interpretációs problémái vezethetők vissza konvolúciós típusú integrálókra.

Az indirekt kiértékelés néhány konvolúciós típusú integráltranszformációja.

Az egyes feladat transzformációit az 1-7. ábrák tartalmazzák.



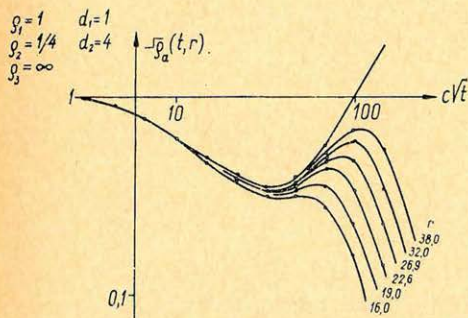
1. ábra - puc. - Abb.



$$\bar{g}_a(\omega, r) = \frac{1}{3} \mu_0 \omega \int_0^{\infty} \left\{ \frac{1}{m^2 + \frac{m n_1}{\bar{R}(\bar{\rho}, \omega, m)}} \right\} [J_1(mr)(mr)^2] \frac{1}{m} dm$$

[Geo 72/87-2]

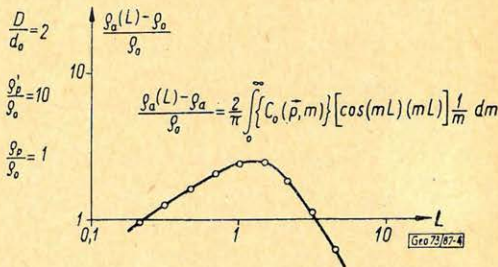
2. ábra - puc. - Abb.



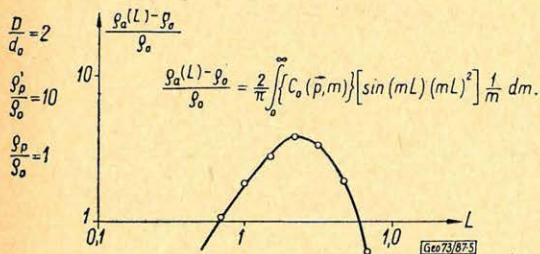
$$-\bar{g}_a(t, r) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \{ \text{Re } \bar{g}_a(\omega, r) \} [\sin(\omega t)] \frac{1}{\omega} d\omega.$$

[Geo 72/87-3]

3. ábra - puc. - Abb.



4. ábra - puc. - Abb.



5. ábra - puc. - Abb.

$$\bar{g}_a(r) = g_1 \int_0^{\infty} \{ \bar{R}(\bar{\rho}, m) \} [J_1(mr)(mr)^2] \frac{1}{m} dm.$$

$$\bar{g}_a(r) = g_1 \int_0^{\infty} \{ \bar{R}(\bar{\rho}, m) \} [J_0(mr) - J_0(2mr)] (mr) \frac{1}{m} dm.$$

$$\bar{g}_a(r) = 1 + \int_0^{\infty} \{ \bar{R}(\bar{\rho}, m) - 1 \} [J_1(mr) - (mr) J_0(mr)] (mr)^2 / 2 \frac{1}{m} dm.$$

$$\bar{g}_a(\omega, r) = \frac{1}{3} \mu_0 \omega \int_0^{\infty} \left\{ \frac{1}{m^2 + \frac{m n_1}{\bar{R}(\bar{\rho}, \omega, m)}} \right\} [J_1(mr)(mr)^2] \frac{1}{m} dm.$$

$$\bar{g}_a(\omega, r) = \frac{1}{3} \mu_0 \omega \int_0^{\infty} \left\{ \frac{1}{m^2 + \frac{m n_1}{\bar{R}(\bar{\rho}, \omega, m)}} \right\} [J_0(mr)(mr)^2] \frac{1}{m} dm.$$

[Geo 72/87-3]

$$-\bar{g}_a(t, r) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \{ \text{Re } \bar{g}_a(\omega, r) \} [\sin(\omega t)] \frac{1}{\omega} d\omega.$$

6. ábra - puc. - Abb.

$$\varrho_0(L) = \varrho_0 \left(1 + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ C_0(\bar{p}, m) \right\} \left[\cos(mL)(mL) \right] \frac{1}{m} dm \right).$$

$$\varrho_0(L) = \varrho_0 \left(1 + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ C_0(\bar{p}, m) \right\} \left[\sin(mL)(mL) \right] \frac{1}{m} dm \right).$$

$$\varepsilon = \text{const} \left[\frac{\exp(ik_0 L)(1 - ik_0 L)}{L^2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ u_0^2 C(\bar{p}, \omega, m) \right\} \left[\cos(mL) \right] \frac{1}{m} dm \right].$$

$$n_{1,m} = Q \left\{ H(r, z) + K \int_0^{\infty} \left\{ F(\lambda) \lambda J_0 \left(\frac{\lambda z}{r_0} \right) \right\} \left[\cos(\lambda z) \right] \frac{1}{\lambda} d\lambda + \int_0^{\infty} \left\{ \phi(\lambda) \lambda J_0 \left(\frac{\lambda z}{r_0} \right) \right\} \left[\cos(\lambda z) \right] \frac{1}{\lambda} d\lambda \right\}$$

[Geo73/677]

7. ábra - puc. - Abb.

Fel kell hívni a figyelmet a képletek teljesen azonos szerkezetére. A kapcsos zárójel a geológiai konfiguráció modelljének karakterisztikus függvényét tartalmazza, ez a transzformáció bemenete. A szögletes zárójel az integráltranszformáció magját zárja közre. A bal oldal a mérési eredmény elméleti értéke:

Geoelektromos szondázások:

1. ábra: Vertikális elektromos szondázás
2. ábra: Elektromágneses frekvencia-szondázás
3. ábra: Az elektromos tér beállításán alapuló szondázás

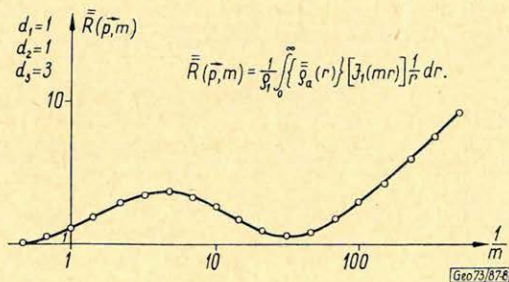
Elektromos karottázs szelvényezés:

4. ábra: Potenciál-szonda
5. ábra: Gradiens-szonda.

Az egyenes feladat eseteinek összefoglalása képletekben:

6. ábra: A geoelektromos szondázások képletei
7. ábra: A karottázs szelvényezések képletei

A direkt kiértékelés néhány konvolúciós típusú integráltranszformációja a 8-11. ábrákon található.



8. ábra - puc. - Abb.

$$\tilde{R}(\bar{p}, m) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ \tilde{\varrho}_a(r) \right\} \left[J_1(mr) \right] \frac{1}{r} dr.$$

$$\tilde{R}(\bar{p}, m) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \left\{ \tilde{\varrho}_a(r) \right\} \left[T_1(mr) \right] \frac{1}{r} dr.$$

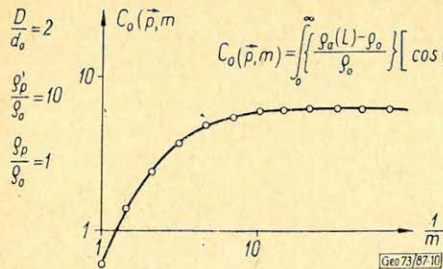
$$\tilde{R}(\bar{p}, \omega, m) = \frac{n_1/m}{\left\{ 1 / \frac{3m^2}{\mu_0 \omega} \int_0^{\infty} \left\{ \tilde{\varrho}_a(\omega, r) \right\} \left[J_1(mr) / (mr)^2 \right] \frac{1}{r} dr \right\} - 1}$$

$$\tilde{R}(\bar{p}, \omega, m) = \frac{n_1/m}{\left\{ 1 / \frac{9m^2}{\mu_0 \omega} \int_0^{\infty} \left\{ \tilde{\varrho}_a(\omega, r) \right\} \left[J_0(mr) / (mr)^2 \right] \frac{1}{r} dr \right\} - 1}$$

$$Re \tilde{\varrho}_a(\omega, r) = \int_0^{\infty} \left\{ \tilde{\varrho}_a(t, r) \right\} \left[\sin(\omega t) \right] \frac{1}{t} dt.$$

[Geo73/679]

9. ábra - puc. - Abb.



$$C_0(\vec{p}, m) = \int_0^{\infty} \left\{ \frac{\rho_a(L) - \rho_o}{\rho_o} \right\} \left[\cos(mL) \right] \frac{1}{L} dL.$$

$$C_0(\vec{p}, m) = \int_0^{\infty} \left\{ \frac{\rho_a(L) - \rho_o}{\rho_o} \right\} \left[\cos(mL) \right] \frac{1}{L} dL.$$

$$C_0(\vec{p}, m) = \int_0^{\infty} \left\{ \frac{\rho_a(L) - \rho_o}{\rho_o} \right\} \left[\sin(mL)/(mL) \right] \frac{1}{L} dL.$$

Geo 73/87.10

11. ábra - puc. - Abb.

10. ábra - puc. - Abb.

Itt is szembetűnő a képletek azonos szerkezete. Kapcsoló zárójelben van a transzformáció bemenete, a mérési eredmények. A szögletes zárójel az integrál-transzformáció magját tartalmazza. A bal oldal a transzformáció kimenete, a geológiai szerkezet karakterisztikus függvénye.

8. ábra: Vertikális elektromos szondázás

9. ábra: A horizontálisan rétegzett rétegsor karakterisztikus függvényei a geoelektromos szondázások mérési eredményeinek transzformációjaként

10. ábra: Karottázspotenciál szonda

11. ábra: A hengergyűrű-szelvény karakterisztikus függvénye, mint a karottázspotenciál-szonda és gradiens-szonda mérési adatainak transzformációja.

A bemutatott példaanyag meggyőzően bizonyítja, hogy akár az indirekt, akár a direkt kiértékeléshez elengedhetetlenül szükséges a

$$g(z) = \int_0^{\infty} \{w \cdot F(w, \vec{p})\} \cdot [K(w \cdot z)] \cdot \frac{1}{w} dw. \quad (7)$$

vagy az

$$F^*(w, \vec{p}) = \int_0^{\infty} \{z \cdot g^*(z)\} \cdot [K^*(w \cdot z)] \cdot \frac{1}{z} dz \quad (8)$$

típusú integrálok számítása. Ezek pedig konvolúcióra vezethetők vissza. A konvolúció végül is szűrőkoefficiensekkel számítható.

A bemutatott eljárásból levonható következtetéseket az alábbiakban foglaljuk össze.

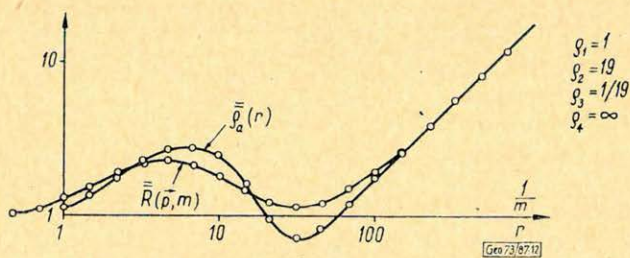
A mérési eredmények és a modell karakterisztikus függvénye teljesen azonos információt hordoznak. A kettőt egymásból szűrő koefficiensekkel, konvolúcióval lehet megkapni (12., 13. ábra).

A karakterisztikus függvény viszonylag egyszerű kapcsolatban van a rétegpáráméterekkel. Mindenesetre sokkal egyszerűbb közöttük az összefüggés, mint a rétegpáráméterek és a mérési eredmények között.

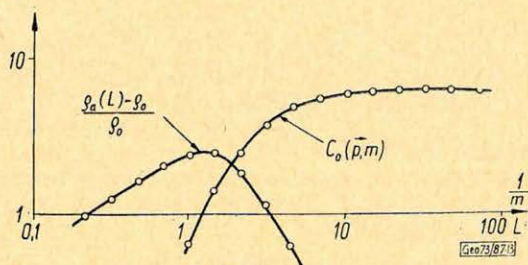
Lényegében a karakterisztikus függvény hordozza az információt minden esetben.

Az ekvivalencia a karakterisztikus függvény ekvivalenciája.

Egy módszerhez egyetlen egy Δ és ennek megfelelően egyetlen egy szűrőkoefficiens-sorozat tartozik.



12. ábra - puc. - Abb.



13. ábra - puc. - Abb.

A javasolt módszer rendkívül egyszerű, gyors, szemléletes. A szűrő hossza vertikális elektromos szondázásnál két-három nagyságrend, azaz tíz-húsz tag.

Az ismertetett alapelvek alkalmazása új mérési és interpretációs módszerek lehetőségeit rejti magában.

Jelentősnek látszik az a felismerés, hogy lineáris rendszerekről van szó. Ennek tudatalatti megnyilvánulása az eddig is alkalmazott logaritmikus lép-ték volt.

A módszer teljesen általános az itt felsorolt és az ehhez hasonló problémákra.

Ki lehet fejleszteni az indirekt kiértékelést a karakterisztikus függvény vizsgálatára is.

A formulák, algoritmusok, programok a legegyszerűbbek az egyéb integrálási eljárásokhoz viszonyítva.

Mind gépi úton, mind kis asztali számológéppel, logarléccel, sőt grafikusán is megvalósítható az eljárás.