

# A feltörő vizekről

TIHANYI LÁSZLÓ

A fúrt kutakban spontán feláramló víz hajtó erejének eredete nem minden esetben tisztázott. A hiányzó magyarázatot a kútviznek a föld természetes melege által okozott hődilatációjában lehet megtalálni. A kútak környező rétegek pórusaiban elhelyezkedő víz hőmérséklete, és így fajsúlya is csak fokozatosan változik, míg a közel azonos talphőmérsékletű kútvíz oszlop fajsúlya teljes magasságába kicsi. Az ebből adódó nyomás különbségek oly nagyok, hogy nemcsak elősegíthetik a feláramlást, ahogy azt idáig véltük, hanem fenn is tarthatják azt.

A jelenség kialakításában központi szerepet játszó természetes földhőmérséklet eloszlást a melegvíz termelés megbolygatja. A kölcsönhatások jelentőségének mérlegelése céljából bemutatok néhány rövid eljárást a kútvíz lehűlésének, a lehűléstől védő hőburok kialakulásának számítására. A leegyszerűsített hőmérséklet mezőknék megadom a zárt alakú analitikai megoldását, míg az irodalomban csak a teljes, de hosszadalmas sorfejtéses megoldásokat lehet találni.

Bemutatom, milyen mechanizmussal befolyásolja a termálvíz kitermelése a gyűjtő terület kül-színre, jutó hőfluxusát, és honnan adódik a kútak talphőmérsékletének defektusa.

Причины противодавления спонтанно фонтанирующих в пробуренных колодцах вод не всегда ясны. Автор ищет эти причины в тепловом расширении воды, согревающейся за счет естественного тепла недр Земли. Температура и следовательно удельный вес воды, заполняющей поры горных пород, окружающих колодец, изменяются только постепенно, в то время, как удельный вес столба воды колодца, имеющей температуру, близкую к подошвенной, является небольшим. Получающаяся таким образом разность давления не только способствует образованию потока воды кверху, как это предполагалось до сих пор, но и содействует задержанию этого потока.

Распределение температуры Земли, играющее решающую роль в протекании анализируемого процесса, нарушается добычей горячей воды. Для оценки значения различных соотношений, вместо дли тельных разложений, рядов известных из литературы, автором приводятся простые способы вычисления охлаждения воды колодца и образования за счет охлаждения предохранительной оболочки тепла. В дальнейшем рассматривается вопрос о том, с каким механизмом добыча термальной воды влияет на тепловой поток водосборного района, поступающий на дневную поверхность и каким образом получается дефект забойной температуры колодца с режимом дилатации.

Der Ursprung der Triebkraft des spontan aufströmenden Wassers in gebohrten Brunnen ist nicht immer erklärt. Man sucht die Erklärung in der Wärmeausdehnung des in der Tiefe aufgewärmten Wassers. In den Poren der den Brunnen umgebenden Gesteine ändert sich die Temperatur und dadurch das spezifische Gewicht des Wassers nur stufenweise, während das spezifische Gewicht der Wassersäule, die schon die Sohlentemperatur fast angenommen hat, geringer ist. Die sich so ergebenden Druckunterschiede sind so gross, dass sie die Aufwärtsströmung nicht nur begünstigen, wie man es lange geglaubt hat, sondern sie auch aufrechterhalten können.

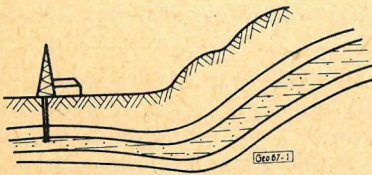
Die in der Ausgestaltung der Erscheinung eine zentrale Rolle spielende Temperaturverteilung wird durch die Thermalwasserförderung gestört. Zwecks Erwägung der Bedeutung der Wechselwirkungen wird es im Vortrag gezeigt, wie man die Abkühlung des Wassers und die Ausformung der gegen die Abkühlung schützenden Wärmehülle statt der in der Literatur befindlichen langwierigen Reihenentwicklungen, mit einfachen Mitteln ausrechnen kann. Es wird ferner dargelegt, mit welchem Mechanismus der auf die Erdoberfläche tretende Wärmefluss des Wasserspeichers durch die Thermalwasserförderung beeinflusst wird, und wie sich der Defekt der Sohlentemperatur eines durch Wärmeausdehnung betätigten Brunnens ergibt.

A víz feltörését különböző okok idézhetik elő. A legegyszerűbb esetben a vízzáró rétegek gyűrődése közlekedő edényt képez, és ha ennek valamelyik ága a környező hegységben a terepszint fölé emelkedik, akkor a megfelelő pontját, a fúrólukkal megnyitva a terepszint fölötti vízszinthez jutunk.

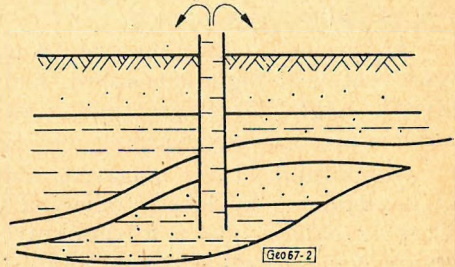
Nem fogadható el azonban ez a magyarázat olyan helyeken, ahol hegység csak igen nagy távolságban van, mint például a Nagyalföld középső területein, ahol pedig igen élénk artézi tevékenység tapasztalható. Az ilyen esetek magyarázatára többféle elmélet ismeretes.

A tároló fölötti kőzettömeg impermeábilis rétegek révén ránehezedhet a vízre, ami azután ha utat nyitunk neki, kipurékolódik, felszökik. Ez a jelenség azonban azért nem lehet gyakori, mert akkor elő kellene fordulni, hogy a teljes kőzet tömeg talpnyomása és a vízoszlopnymomás sok száz vagy éppen az ezer métert is meghaladó különbsége szolgáltatassa a statikus felhajtó erőt. Ilyent pedig sehol sem tapasztalunk.

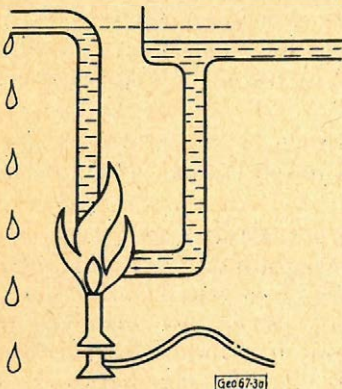
Magas nyomáson a víz igen nagy mennyiségű gázt tud abszorbeálni, ami felszabadulva Heron-labda szerűen felszöktheti a vizet a fúrólukban. Ez a mechanizmus szintén csak igen tökéletes zárórétegek révén valósulhat meg, amelyeken keresztül geológiai mértékű időtartamok alatt sem egyenlítődik ki a nyomás.



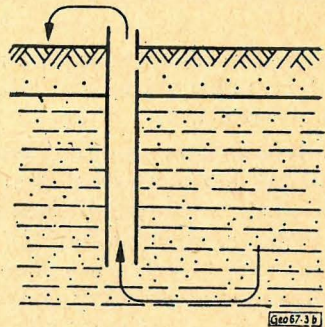
1. ábra. Feltörés gyűrt rétegből



2. ábra. Feltörés Heron-labda elvén



3a ábra. A dilatációs emelőhatás bemutatására szolgáló kísérlet



3b ábra. A dilatációs emelőhatás kialakulása a kőzetekben

A gáz, felhajtó erőt többnyire „gázlift” képződése révén fejt ki, az úgynevezett mammut szivattyúzás elvén. A felszálló oszlopba jutó buborékok, melyeket ott mesterségesen juttatunk le, a fajsúlyt csökkentik, és így ennek talpnyomása annak ellenére kisebb lesz a termelő rétegben uralkodó víznyomásnál, hogy a kifolyás még a terep szintjénél is magasabban van. A gázfázist a fel-törő vizű kutaknál a felszálló vízben bekövetkező folyamatos nyomás-csökkenés váltja ki. Ez a gondolatmenet hallgatólagosan a kút és a környező térségek között kialakuló közlekedő edény feltételezésére épül. A kút vízgyűjtő területe, mint egy függőleges szivárgó áramlás keresztmetszete oly nagy, hogy a vezetőképesség kevésbé permeábilis rétegek dacára is lényeges szerephez jut.

Hasonló körülmények között alakul ki a most ismertetendő termikus felhajtó erő is. Gondoljunk el egy acélgolyókkal töltött fémedényt, amelybe a hézagok közé még csordultig víz is van öntve. Az edény alján a víztérbe torkolló manométerrel ugyanúgy a perem magasságának megfelelő nyomást tapasztaljuk, mitha az edény tisztán vízzel volna tele. Az acélgolyókat és a fémedényt ugyanis minden további nélkül egyetlen zezugos közlekedő edénynek tekinthetjük. Az ismertetendő felhajtó erő ennek megfelelő geológiai adottságok esetén alakul ki. A különböző permeabilitású rétegeknek csak több-kevesebb terelő szerep fog jutni, de a víz szabad függőleges mozgását alapjában véve nem akadályozhatják meg.

A jelenség a valóságban egyéb hatókkal együtt jelentkezik, most azonban olyan esetekről fogunk beszélni, melyeknél a fémedény fenekét terhelő össz-súlynak megfelelő rétegnyomás a vízzel nem lép semmiféle statikai kölcsönhatásba.

Gondoljunk el egy magas, U alakú vízzel telt csövet, melynek egyik szárárt hevítjük. A közlekedő edények törvénye értelmében a két szárnban csak akkor egyenlő magas a folyadéknyomás, ha a bennük levő folyadékok fajsúlya azonos. A melegített szárnban ritkább lesz a víz, szintje tehát feljebb száll. Ha a hideg ágat változatlan szint magasság fenntartása mellett korlátlan mennyiségű vízzel tudjuk ellátni, akkor a víz a meleg szárból a felmelegedés ütemének megfelelő sebességgel egy magasabb szintű kiömlő nyíláson át is folyik. Ha a víz megindult, már nem is kell az egész meleg ágat hevíteni, elég azt lent megtenni, akár szimmetrikusan az U hajlatában, hiszen az áramlás révén a szárat ugyis meleg víz telíti. A fajsúlykülönbség a teljes magasság mentén érvényesül. A jelenség alapja tehát nem más, mint ami a kémények huzatát is okozza, a hőkonvekció.

Az U cső meleg szára a fűrólyuknak felel meg, a külső, szabad mozgású víz pedig a hideg szárnak. A középben melegítő Bunsen-lámpát a Föld belső melege helyettesíti.

A vízáadó réteg és az azt beágyazó kevésbé permeábilis rétegek geometriai és porozitási adatai Darcy törvénye értelmében megszabják, hogy a víz mekkora gyűjtő területről terelődik a kútba. A fedő korong növekvő területe az arányos mennyiségben előforduló diszkontinuitások révén egy bizonyos méret fölött már kisebb szivárgás ellenállást jelent, mint a vízáadó rétegben történő vízszintes mozgás. A víz útját pedig a legkisebb ellenállás elve határozza meg. Az így adódó kiterjedt vízgyűjtőterület jelentékeny melegvíz készletet biztosít a kút folyamatos működése számára, valamint nagyobb keresztmetszetben fogja fel a természetes hóáram utánpótlását.

A kútban kialakuló felhajtó nyomás a külső és belső talpnyomás különbsége

$$P = \int_A^H \rho_k dh - \int_{-B}^H \rho_b dh$$

Ez a nyomás fordítható tehát a szűrődés és a csővezeték ellenállásának leküzdésére. Mértéke a méterekben kifejezett vízoszlop magasság. Az  $A$  integrációs határ a talajvíz valódi tükrének terepszint alatti mélysége méterekben,  $H$  a vízadó réteg mélysége méterekben,  $B$  a kifolyás függőleges koordinátája szintén méterekben.  $\rho_k$  és  $\rho_b$  a  $+4$  C°-os vízre vonatkoztatott relatív sűrűségek.

A hőmérséklet függvényében a víz sűrűsége a

$$\rho = 1 + p(t)$$

ahol

$$p(t) = 5,3255 \cdot 10^{-5} \cdot t - 7,61532 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 + 4,37217 \cdot 10^{-8} \cdot t^3 - 1,64322 \cdot 10^{-10} \cdot t^4$$

tapasztalati formulával írható le. Ennek tekintetbevételével a  $P=0$  statikus állapotban leküzdhető szintkülönbségre az integráció eredményeképpen

$$A + B = p(K + GH)H - \frac{1}{G} F(K + GH)$$

képletet nyerjük ahol

$$F(t) = \int_0^t p(t) dt = -2,66275 \cdot 10^{-5} \cdot t^2 + 2,53844 \cdot 10^{-6} \cdot t^3 -$$

$$-1,0930425 \cdot 10^{-8} \cdot t^4 +$$

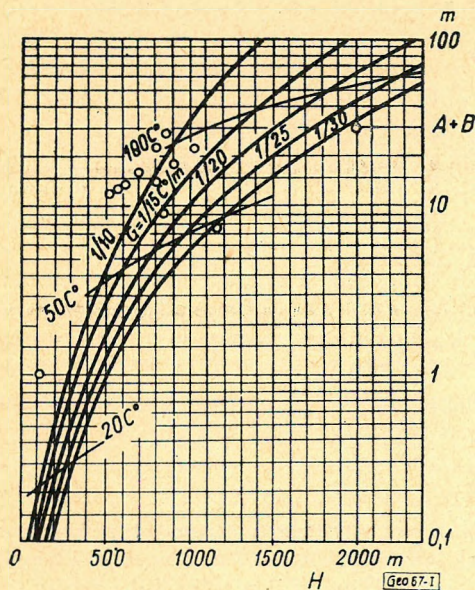
$$+ 3,28644 \cdot 10^{-11} \cdot t^5$$

Itt  $K$  az évi középhőmérséklet C°-ban

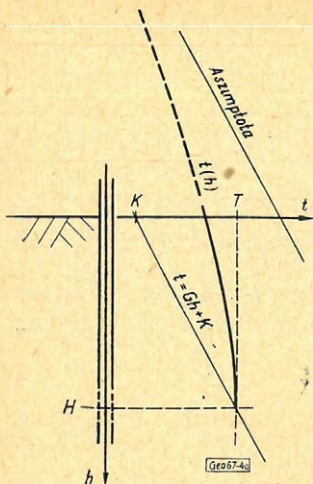
$G$  a geotermikus gradiens C°/m-ben

A nyert összefüggést szamszerűen az *I. grafikon* szemlélteti. A megjelölt pontok tapasztalati statikus szintmagasságok.

A geotermikus jelenségek, amint láttuk, nemcsak a hő-kitermelésben játszanak lényeges szerepet, hanem magának a víznek a termelésében is. A kutakon tapasztalható jelenségekből így kölcsönös következtetéseket lehet levonni a



I. A felhajtó nyomás grafikonja



vízgyűjtő térségben lejátszódó geotermikus és hidrogeológiai folyamatok mikéntjére és vizont. Természetesen a behatóbb számítások magának a felhajtó erőnek a pontosabb kalkulációjához is alkalmazhatók.

Vizsgáljuk meg először is a kútban emelkedő víz lehülését. A vízoszlop elemi szakaszából a saját hőmérsékletének és a mélységnek megfelelő természetes földhőmérséklet különbségével arányos hőteljesítmény lép ki. Ennek a differenciális követelésnek a különböző vízhozamú kutak esetén

$$t(h) = Gh + K + \frac{G \cdot N \cdot c}{S} \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{Nc}{S} (H - h) \right] \right\}$$

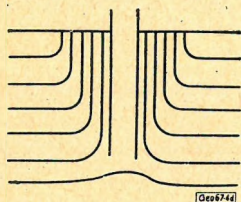
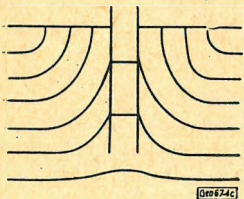
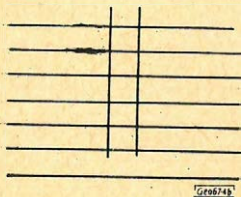
hőmérséklet függvény felel meg. Itt  $H$  a vizsgált mélység,  $S$  a folyóméterenkinti hővezetés,  $N$  a vízhozam,  $c$  a víz fajhője,  $H$  a vízáadó réteg mélysége. A  $t(h)$  függvény a 4a ábrán látható.

A fúróluk folyóméterenkinti végtelen térrel szembeni stationer  $S$  hővezető képességével számolva gyakorlatilag 0 lehülést kapunk eredményül. Az izotermális felületek ekkor a 4d ábrának felelnek meg. Reális szám adatokhoz csak két nagyságrenddel nagyobb  $S$  érték vezet. Ezt nyilván a fúróluk nem stationer hővezetése okozza. A lyukat övező kőzetek csak évek alatt veszik fel az állandósult állapot magas hőmérsékletét, a hideg kőzetbe ágyazott lyuk hővesztése pedig sokszorta nagyobb.

A hőburok szétterjedésének üteméről szemléletes képet kaphatunk, ha megvizsgáljuk például egy végtelen hosszú hengeres góc szétterülését. A hőáramlás

$$\operatorname{div} \bar{q} = \frac{\partial Q}{\partial \tau}$$

kontinuitás egyenletéből, ha a hőtartalmat  $Q$ -val, az időt  $\tau$ -val, a kezdeti állapotot kitzúzó  $\tau_0$  pillanattól eltelt időt pedig  $i$ -vel jelöljük,



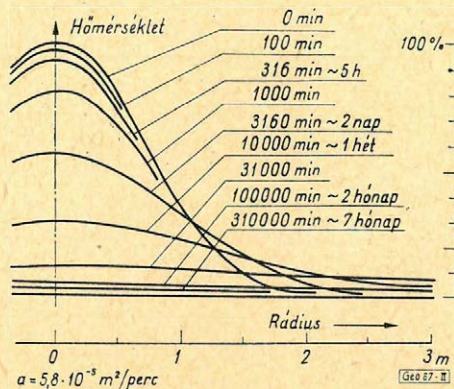
4a ábra. A vízoszlop lehülése

4b c, d ábra. Izotermák a különböző mérvű lehülések esetén

$$t(r, i) = T \frac{\tau_0}{i + \tau_0} \exp\left(-\frac{c\gamma}{4\sigma} \frac{r^2}{i + \tau_0}\right) \text{ ahol } \tau_0 = \frac{c\gamma}{4\sigma} R_0^2$$

Hőmérséklet függvény adódik. Itt  $c_\gamma$  a kőzet térfogati fajhője,  $\sigma$  a kőzet fajlagos hővezető képessége,  $T$  a középvonal kezdeti hőmérséklete,  $R_0$  az átlagos kezdeti rádiusz. Megjegyzendő, hogy  $\sigma/c_\gamma$  az ún. hőmérséklet vezetés szám, amit  $a$ -val szokás jelölni.

A homokos agyag  $c_\gamma/4\sigma = 1/4a = 4300$  perc/m<sup>2</sup> átlagos értékével számolva a *II. grafikonon* látható eredményhez jutunk. A szétterjedés üteme a kezdő rádiusszal hatványozottan lassul, a stacioner ellenállású kút több száz méteres burka tehát valóban esztendőök alatt alakul csak ki.



II. Hőimpulzus szétterjedése a fúrólukból

A kifejlődő hóburok a feltörő vizet egyre jobban védi a lehűléstől. A tapasztalat szerint az idők folyamán a kutak mégis csökkentik hőmérsékletüket. Ez az ellentmondás egy új jelenségkörhöz vezet. Amíg egy kút mélységi melegvíz készletből táplálkozik, addig a talphőmérséklete nem változhat. A valószínűleg tapasztalható visszaesés arra utal, hogy a vízáadó rétegben felsőbb, hidegebb víztömegek hatolnak be és ezek elérték a szűrőt. Hosszú idő után a vízáadó réteg melegvíz készlete teljesen kicserélődik, és a kút a felsőbb rétegekből kilúgozott hőt kezd fogyasztani. A talphőmérséklet tehát egyre lejjebb száll. Teljesen azonban mégsem esik vissza a külszín évi középhőmérsékletére, mert a kút vízgyűjtő területén a föld belsejéből jövő természetes hőáram szembe találkozik a leszivárgó hideg csapadékkal. A vezetés útján feltörekvő hőáram töredéke feljut a külszínre, nagyobb részét azonban a süllyedő szivárgás leszállítja a vízáadó rétegbe, ahonnan a kút kitermeli. Ennek a stacioner, de vegyesen szállított és vezetett hőáramlásnak a differenciál egyenlete

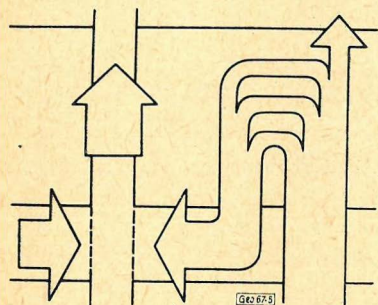
$$\text{div}(\bar{\mathcal{J}}_s + \bar{\mathcal{J}}_v) = 0$$

amelynek megoldása:

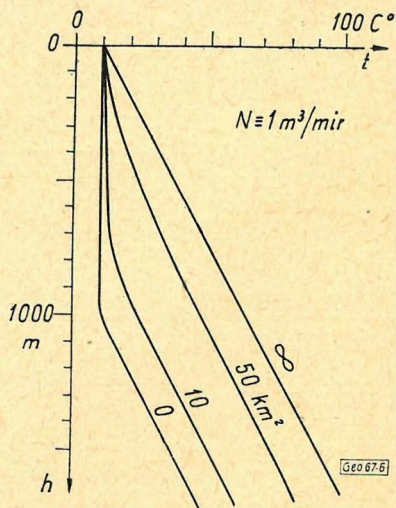
$$t(h) = \frac{G}{B} \exp[-B(H-h)] + K - \frac{G}{B} \exp(-BH), \quad B = \frac{c}{\sigma} \frac{N}{F}$$

Itt  $B$  a vízgyűjtő terület leterheltségére jellemző állandó,  $F$  a vízgyűjtőterület nagysága.

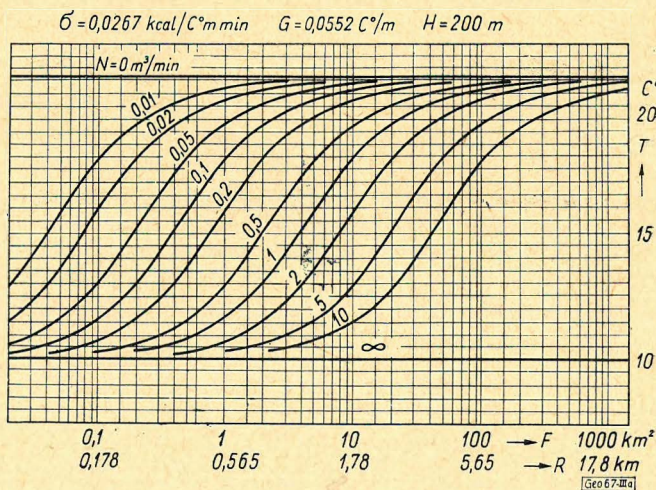
Egy 1000 méteres kút vízgyűjtő területének végtelen hosszú idő alatt kialakuló hőlépcső torzulását a 6. ábrán láthatjuk. A különböző adottságok mellett visszaesett stacioner talphőmérsékleteket pedig a IIIa, b grafikon szemlélteti. Látható, hogy reális méretű vízgyűjtő területekkel nagy visszaesések adódnak. A valóságban tehát a melegvíz készletnek döntő szerep jut. Ha a készlet kifogy, a talphőmérséklet lezuhan, és a vizet felhajtó erő is megszűnhet. Ez a jelenség azt a benyomást kelti, mintha maga a víz is kifogyott volna.



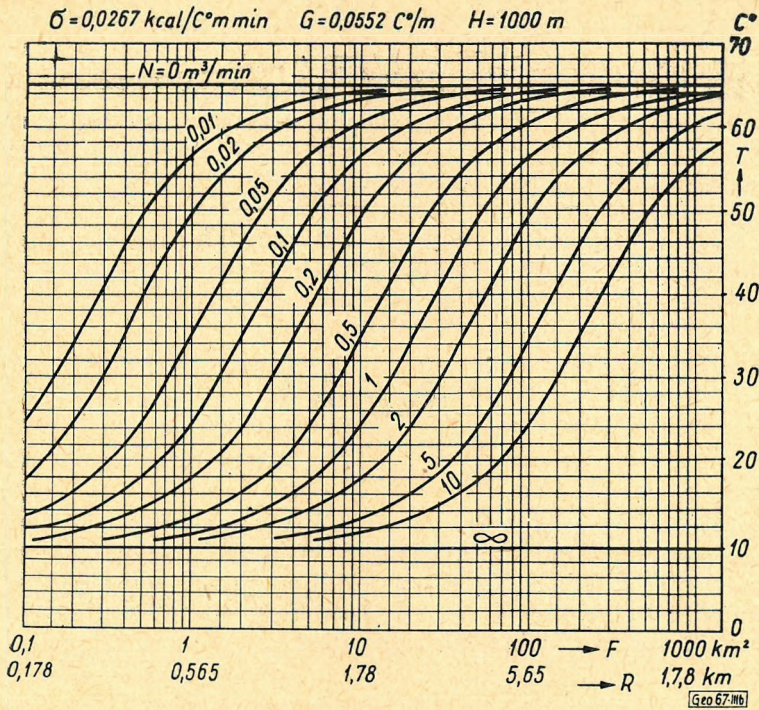
5. ábra. A kút tápterületének hőökonomiája



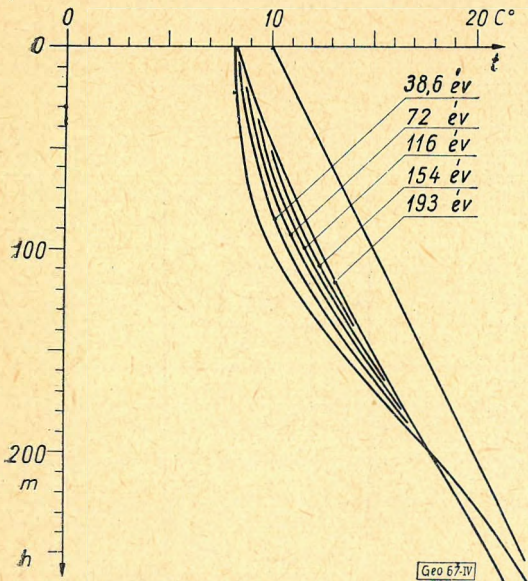
6. ábra. A stacioner állapotú tápterület mélység szerinti hőmérséklet függvénye!



IIIa A talphőmérséklet defektusa  $H = 200 \text{ m}$  esetén



IIIb A talphőmérséklet defektusa  $H = 1000 \text{ m}$  esetén



IV. Lehűlt síkréteg regenerációja

A hőidatációs elmélet révén tehát a kutak öregedését is új oldalról közelíthetjük meg, és mindjárt levonhatjuk például azt a gyakorlati következtetést, hogy szabad mozgású vízterületen feltörő vizet kevésbé várhatunk egy természetesen kimerült zónába mélyített új kútból.

A kimerült kutak vízáadó rétege és a környező rétegek át vannak hűlve. Az állandó természetes hőáram idővel helyreállítja az egyenletes hőlépcsőt. Ennek a síkhullám alakban terjedő hőnek azonban évtizedekre van szüksége a feljutáshoz. Egy síkréteg alakú harang-függvény lefutású hógóc, illetőleg hideg zóna

$$t(r, i) = T \sqrt{\frac{\tau_0}{i + \tau_0}} \exp\left(-\frac{c\gamma}{4\sigma} \frac{r^2}{i + \tau_0}\right), \quad \tau_0 = \frac{c\gamma}{4\sigma} R_0^2$$

egyenlet szerint terjed szét. Itt a betűk értelmezése megegyezik a fentebbiekkel. A IV. grafikonon például egy 100 m átlagos vastagságú síkréteg alakú hógóc szétterülését szemléltethetjük a természetes gradiensre szuperponálva, matematikailag kissé idealizálva. A regenerációs folyamatnak vontatottsága ellenére is jelentősége lehet régi kutak felújításánál.

Befejezésül el kell mondanom, hogy a tárggyal kapcsolatos hellyel-közzel egyoldalúan fizikus látószögű dolgozatomat Dr. Sebestyén Károly közreműködésével egészítettük ki geofizikaiakká.

## Függelék

### 1. A fúróluk méterenkinti stationer hőellenállása

A hőellenállás a fúróluk hossza mentén nem egyenletes, egy ilyen közelítő számítás mégis jól használható a jelenségkörben való alapvető tájékozódásnál.

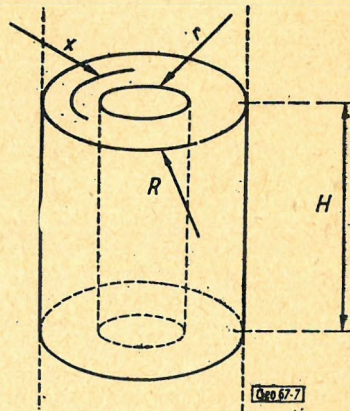
Számítsuk ki az ellenállást a lyukfaltól a talpmélység feléig egyenlő rádiuszig, annak feltételezésével, hogy az áramlástér itt egy végtelen hosszú hengeres tér szakasza. Az elektromos ellenállás

$$Re = \rho \frac{l}{q}$$

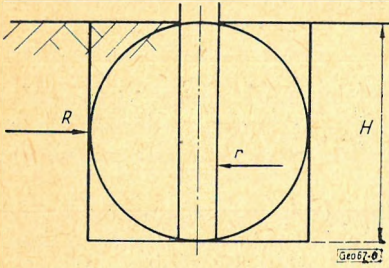
képletének megfelelően az ellenállást most is

$$R'_H = \rho \int_r^R \frac{dx}{2\pi x H} = \frac{\rho}{2\pi H} \ln \frac{R}{r}$$

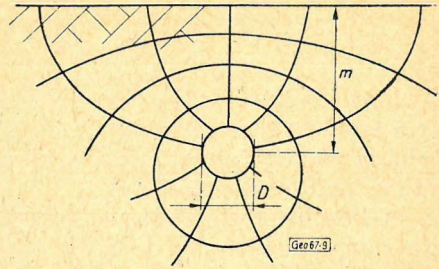
módon számíthatjuk. Ez az integrációs térfogat javarészt az áramlás hengeres struktúrájú zónáját foglalja magába. Innen a végtelenig gömbi struktúrát kellene számolnunk. Ezt azonban gyakorlatilag attól a gömbtől számíthatjuk, amely ebbe a magassággal egyező átmérőjű hengerbe éppen befér. Ismeretes, hogy az ilyen gömb felülete megegyezik a hengerpalástéval. Egymással jól helyettesíthetők, hisz a hőáram a kettőből azonos nagyságú felületen lép ki.



7. ábra. A hőáram hengeres szakasza



8. ábra.



9. ábra. Magyarázó ábra Kennelly képletéhez

A gömb szétterjedés ellenállása szintén az elektromos esettel teljesen azonos módon számítható:

$$R'_G = \rho \int_R^{\infty} \frac{dr}{4\pi r^2} = \frac{\rho}{4\pi} \left[ -\frac{1}{r} \right]_R^{\infty} = \frac{\rho}{4\pi R}$$

Esetünkben  $R = H/2$  tehát a külső térrész ellenállása

$$R'_G = \frac{\rho}{2\pi H}$$

Összesen tehát

$$R' = R'_H + R'_G = \frac{\rho}{2\pi H} \ln \frac{R}{r} + \frac{\rho}{2\pi H}$$

A folyóméterenkinti ellenállás ennek  $H$ -szorososa:

$$R'_m = \frac{\rho}{2\pi} \left( \ln \frac{H}{2r} + 1 \right)$$

Például egy  $H = 1000$  m mély,  $\varnothing = 300$  mm bő, tehát  $r = 0,15$  m sugarú fúrás esetén, ha  $\rho = 50 \Omega'm$ , azaz a beágyazó kőzet fajlagos hőellenállása  $\rho = 50$  C° perc m/Kcal, tehát egy homokkő-agyag összletről van szó, akkor a folyóméterenkinti hőellenállás

$$R'_m = \frac{50}{2\pi} \left( \ln \frac{1000}{2 \cdot 0,15} + 1 \right) = 72,5 \Omega'm$$

azaz 72,5 C° perc m/Kcal.

A vízszintesen beágyazott végtelen hosszú hengerek egységnyi szakasza és a föld felszín mint ideális hővezető közötti ellenállást Kennelly az erősáramú kábelek hűtésviszonyaival kapcsolatban vizsgálta, és

$$R' = \frac{\rho}{2\pi} \ln \frac{4m}{D}$$

képlettel adta meg. Forgassuk gondolatban a fúrólukát a fél talpmélységben levő tengely körül vízszintes helyzetbe. A lyuknak megfelelő szakaszra akkor  $m = H/2$  és  $D = 2r$  miatt

$$R' = \frac{\varrho}{2\pi H} \ln \frac{H}{r} \quad \text{jut, így} \quad R'_m = \frac{\varrho}{2\pi} \ln \frac{H}{r}$$

Az előző képlettől való eltérések annyira kompenzánsak, hogy ugyanarra a kútra most 70  $\Omega'm$ -t kapunk. Ennek a magyarázata az, hogy az ellenállás jelentősebbik része a lyukat övező szűkebb hengeres térben alakul ki, amit minden esetben pontosan számítottunk.

A közelítő formulához legkorrektebben a homogén közegbe ágyazott hengeres rudak elektromos földelés ellenállásából juthatunk. Ezek számításánál konfokális ellipszoidcsereg alakú potenciáalteret vesznek tekintetbe. Verebély felszínhez közeli függőleges elhelyezkedésű esetre vonatkozó elektromos képletéből  $m \rightarrow \infty$  határátmenttel azonosan visszakapjuk Kennelly termikus képletét. A folyóméterenkinti ellenállás helyett alkalmazhatjuk a szemléletesebb dimenzióval bíró méterenkénti hővezetést:

$$S'_m = \frac{1}{R'_m} = \frac{2\pi}{\varrho \ln H/r}$$

Az alkalmazott szimbólumok jelentései és egységei

|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| $r$       | a fúróluk rádiusza                              | m          |
| $D$       | a fúróluk átmérője                              | m          |
| $m$       | mélység   | m          |
| $H$       | talpmélység                                     | m          |
| $\varrho$ | a beágyazó kőzet átlagos fajlagos hőellenállása | $\Omega'm$ |
| $R'_m$    | a folyóméterenkinti hőellenállás                | $\Omega'm$ |
| $S'_m$    | a folyóméterenkinti hővezetés                   | $S'/m$     |

$$1\Omega' = 1 \frac{C^\circ \text{ perc}}{\text{Kcal}} \quad 1S' = 1 \frac{\text{Kcal}}{C^\circ \text{ perc}}$$

## 2. A vizoszlop lehűlés függvénye

A kút víz ismeretlen  $t(h)$  hőmérséklete és a beágyazó kőzetnek a geotermikus gradiens és az évi középhőmérséklet által meghatározott

$$t = Gh + K$$

hőfoka közötti különbség arányos a mélység tengelymenti

$$\frac{d}{dh} t(h)$$

lehűléssel, vagyis:

$$\frac{d}{dh} t(h) = C[t(h) - Gh - K]$$

Ezt a differenciál egyenletet a 4. ábrából is kiolvashatóan

$$t(h) = Gh + K + \tau - \tau e^{-A(H-h)}$$

alakú megoldással teljesíthetjük. Visszahelyettesítéssel meggyőződhetünk, hogy ez valóban így van, ha:

$$G = C\tau \quad \text{és} \quad A = C$$

A keresett lehülés függvény tehát

$$t(h) = Gh + K + \frac{G}{C}(1 - e^{-C(H-h)})$$

ahol

$$C = \frac{S'_m}{Nc} \quad \text{vagy} \quad C = \frac{1}{R'_m Nc}$$

a lehülés konstansa, a fúróluk folyóméterenkinti hővezető képességének, és a vízoszlop hőszállító képességének viszonya, egysége:  $m^{-1}$ .

Az alkalmazott további szimbólumok

|     |   |                         |
|-----|---|-------------------------|
| $h$ | a vizsgált mélység                      | m                       |
| $t$ | a vízoszlop hőmérséklete $h$ mélységben | $^{\circ}C$             |
| $G$ | a geotermikus gradiens $\approx 0,05$   | $^{\circ}C/m$           |
| $K$ | az évi középhőmérséklet                 | $^{\circ}C$             |
| $C$ | a lehülés együtthatója                  | $m^{-1}$                |
| $c$ | = 1000 a víz fajhője                    | Kcal/ $^{\circ}C$ $m^3$ |
| $N$ | a kút vízhozama                         | $m^3/perc$              |

Például egy  $N = 0,3$   $m^3/perc$  hozamú, és az előzőekben szerepelt  $R'_m = 70$   $\Omega'm$  folyóméterenkinti hőellenállású kút esetén a lehülés együtthatója

$$C = \frac{1}{70 \cdot 0,3 \cdot 1000} = 4,77 \cdot 10^{-5} \quad m^{-1}$$

### 3. A kifolyás hőmérséklete

A  $t(h)$  függvényéből  $h = 0$ -val adódik. Mivel  $e$  előforduló hatványai igen kicsik, írható  $CH = \delta x$  és az exponenciális függvény a 0 pontra felírt Taylor sorának első három tagjával jól leírható.

$$\begin{aligned} e^{-CH} &= e^{-\delta x} \approx e^0 + \left. \frac{de^{-x}}{dx} \right|_{x=0} \delta x + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2e^{-x}}{dx^2} \right|_{x=0} \delta x^2 = \\ &= 1 - e^{-x}|_{x=0} \delta x + \frac{1}{2} e^{-x}|_{x=0} \delta x^2 = \\ &= 1 - \delta x + \frac{\delta x^2}{2} = 1 - CH + \frac{C^2 H^2}{2} \end{aligned}$$

tehát

$$t(0) = K + \frac{G}{C} \left[ 1 - \left( 1 - CH + \frac{C^2 H^2}{2} \right) \right] = K + CH - \frac{GCH^2}{2}$$

A hőmérséklet veszteség tehát a talptól a kifolyásig:

$$\delta t = \frac{GCH^2}{2} \quad \text{vagy beírva a } C \text{ jelentését}$$

$$\delta t = \frac{S'_m GH^2}{2Nc}$$

Például  $G=0,05 \text{ C}^\circ/\text{m}$ ,  $C=5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$ ,  $H=1000 \text{ m}$  esetén

$$\delta t = \frac{5 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-5} \cdot 10^6}{2} = 0,25 \text{ C}^\circ$$

adódik, ami a tapasztalt defektusoknál jóval kisebb, tehát a lehűlést egyéb tényezők is döntően befolyásolják, és pedig fokozzák. Ilyen lehet a stacioner állapot lassú kibontakozása vagy az, hogy a beágyazó közetben végbemenő vízszintes szivárgás a hőburkot megtámadja. További akadályozó tényezők alig érvényesülhetnek, nem akadályozhat például az áramló víz és a csőfal közti hőátadás sem.

#### 4. Hőimpulzus szétterjedése a fúrólukból

A zárt rendszerben áramló hő kontinuitás egyenlete

$$\operatorname{div} \bar{J} = \frac{\partial Q}{\partial \tau}$$

a fajhő

$$Q = c_v t$$

definíciójával

$$\operatorname{div} \bar{J} = c_v \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

alakú. Fourier törvénye, vagyis a „hővezetés Ohm törvénye” differenciális alakban

$$I_r = \sigma \frac{\partial t}{\partial r}$$

A tengelyirányban nem változó hengersizmetrikus vektortér divergenciája henger koordinátákban általánosságban

$$\operatorname{div} \bar{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r)$$

tehát

$$\operatorname{div} \bar{J} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \sigma \frac{\partial t}{\partial r} \right) = \frac{\sigma}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \sigma \frac{\partial^2 t}{\partial r^2}$$

a divergencia két kifejezését összehasonlítva

$$\frac{\sigma}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \sigma \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} = c_v \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

parciális differenciál egyenlethez jutunk, melynek megoldása

$$t(r, i) = T \frac{\tau_0}{i + \tau_0} \exp \left( -\frac{c_v}{4\sigma} \frac{r^2}{i + \tau_0} \right) \quad \text{ahol} \quad \tau_0 = \frac{c_v R_0^2}{4\sigma}$$

$\tau_0$ -al a kezdeti eloszlás kiterjedése vehető tekintetbe, az  $i=0$  pillanatban  $R_0$ -nál a hőfok a  $T$  csúcs érték  $e$ -ed része.

Az alkalmazott szimbólumok jelentése

|            |  |  |
|------------|--|--|
| $i$        | idő  | perc   |
| $\tau_0$   | peremfeltétel állandó                        | perc   |
| $T$        | a kezdő középponti hőmérséklet               | C°   |
| $r$        | radiális távolság a fúróluktól               | m  |
| $\sigma$   | a beágyazó közet fajlagos hővezető képessége | $\frac{\text{Kcal}}{\text{m perc C}^\circ}$      |
| $c_\gamma$ | a beágyazó közet térfogati fajhője           | $\frac{\text{Kcal}}{\text{m}^3 \text{ C}^\circ}$ |
| $R_0$      | a kezdeti hőburok átlagos rádiusza           | m  |

Néhány tájékoztató közetállandó

|         | $\sigma$                                    | $c_\gamma$                                       |
|---------|---|--|
| homokkő | 0,026                                       | 490  |
| agyag   | 0,018                                       | 305  |
|         | $\frac{\text{Kcal}}{\text{m perc C}^\circ}$ | $\frac{\text{Kcal}}{\text{m}^3 \text{ C}^\circ}$ |

### 5. Síkréteg alakú hógóc szétterülése

A levezetés menete a hengeres gócéval azonos, csak most a divergencia általános kifejezése egyszerűen

$$\operatorname{div} \bar{A} = \frac{\partial A_r}{\partial r}$$

Itt az összehasonlítás kedvéért szintén az  $r$  jelet használjuk, de a síkra merőleges koordinátára.

$$\operatorname{div} \bar{J} = \frac{\partial}{\partial r} \sigma \frac{\partial t}{\partial r} = \sigma \frac{\partial^2 t}{\partial r^2}$$

az összehasonlítással most

$$\sigma \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} = c_\gamma \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

egyenlethez jutunk, melynek megoldása

$$t(r, i) = T \sqrt{\frac{\tau_0}{i + \tau_0}} \exp\left(-\frac{c_\gamma}{4\sigma} \frac{r^2}{i + \tau_0}\right) \quad \text{ahol} \quad \tau_0 = \frac{c_\gamma}{4\sigma} R_0^2$$

### 6. A síkréteg hőtartama

Az alapsík  $F$  területéhez tartozó hőmennyiség például az  $i$  pillanatban

$$Q_0 = \int_{-\infty}^{\infty} c_\gamma t(r, i) F dr = 2c_\gamma F \int_0^{\infty} \left[ T \sqrt{\frac{\tau_0}{i + \tau_0}} \exp\left(-\frac{c_\gamma}{4\sigma} \frac{r^2}{i + \tau_0}\right) \right] dr$$

Az itt szereplő primitív függvény nem írható ugyan fel zárt alakban, a határozott integrál azonban megadható.

Idézzük Gauss

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

„hiba integrál” képletét és végezzük el felhasználásához a

$$\frac{c_v}{4\sigma} \frac{r^2}{i + \tau_0} = x^2$$

helyettesítést. Ekkor

$$dr = 2 \sqrt{\frac{i + \tau_0}{c_v}} dx$$

és így

$$Q_0 = 2c_v FT \sqrt{\frac{\tau_0}{i + \tau_0}} \int_0^{\infty} e^{-x^2} \cdot 2 \cdot \frac{i + \tau_0}{c_v} dx = 4c_v FT \sqrt{\frac{\tau_0 \sigma}{c_v}} \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

Tehát végül

$$Q_0 = 2FT \sqrt{\pi c_v \sigma \cdot \tau_0} = \sqrt{\pi} c_v TFR_0$$

Szembetűnő, hogy  $i$  már nem szerepel benne, megfelelően az össz hőmennyiség változatlanóságának.

Alkalmazott szimbólumok

|       |  |       |
|-------|--|-------|
| $F$   | a síkréteg területe                    | $m^2$ |
| $Q_0$ | a bevezetett és szétterülő hőmennyiség | Kcal  |

### 7. A kút tápterületének hőmérséklet süllyedése

A stacioner állapot beállta után a szállított hőáram

$$\bar{J}_s = cP\bar{v} \text{ a vezetett } \bar{J}_v = -\sigma \text{ grad } t \text{ ahol:}$$

|           |   |   |
|-----------|---|---|
| $t$       | a kőzet és a benne szivárgó víz közös hőmérséklete          | $C^\circ$                                     |
| $P$       | a vízzel telített pórus térfogat aránya az össz térfogathoz | 0 dim   |
| $\bar{v}$ | a leszivárgás függőleges sebessége                          | $\frac{m}{\text{perc}}$<br>Kcal               |
| $\sigma$  | a vízzel telített kőzet fajlagos hővezető képessége         | $\frac{m \text{ perc } C^\circ}{\text{Kcal}}$ |
| $\bar{J}$ | hőáram vektorok   | $\frac{\text{Kcal}}{m^2 \text{ perc}}$        |

Mivel  $\text{grad } t$  is  $\bar{v}$  is függőleges

$$\text{div } \bar{J}_s = \frac{d}{dh} I_s = cPv \frac{dt}{dh}$$

és

$$\text{div } \bar{J}_v = \frac{d}{dh} I_v = -\sigma \text{ div grad } t = -\sigma \frac{d^2 t}{dh^2}$$

Ezeket beírva a hőáram

$$\text{div } (\bar{J}_s + \bar{J}_v) = 0$$

kontinuitás egyenletébe

$$cPv \frac{dt}{dh} - \sigma \frac{d^2t}{dh^2} = 0$$

differenciál egyenlethez jutunk. Ennek megoldása

$$t(h) = Ae^{-B(H-h)} + C \quad \text{ahol} \quad B = \frac{cPv}{\sigma}$$

Ha a kút hozama egyenlő a vízgyűjtő területen történő leszivárgással

$$N = PvF$$

Ennek tekintetbe vételével

$$B = \frac{c}{\sigma} \frac{N}{F}$$

A legnehezebben felmérhető kőzet állandó, a  $P$  porozitás kiegyeszerűsödik!

A hőmérséklet gradiensnek a talpon folyamatosan kell átmenni, és pedig hosszú idő után értéke ismét  $G$  lesz. Ebből a

$$\left. \frac{dt(h)}{dh} \right|_{h=H} = G$$

perem-feltételből kiszámítható az  $A$  együttható:

$$A = G/B$$

A függvény külszíni pontjához tartozó hőmérsékletnek az évi középhőmérséklettel való egyezéséből

$$t(0) = K$$

peremfeltételből végül

$$C = K - \frac{G}{B} e^{-BH}$$

adódik, úgy, hogy a végleges megoldás

$$t(h) = \frac{G}{B} e^{-B(H-h)} + K - \frac{G}{B} e^{-BH}, \quad \text{ahol} \quad B = \frac{c}{\sigma} \frac{N}{F}$$

Az idáig elő nem fordult szimbólumok

|     |                                    |          |
|-----|------------------------------------|----------|
| $F$ | a vízgyűjtő területe               | $m^2$    |
| $H$ | a termelő réteg mélysége           | $m$      |
| $B$ | a vízgyűjtő termikus igénybevétele | $m^{-1}$ |

#### IRODALOM

- Ajtai Zoltán:* Bányavizek elleni védekezés  
*Béltéki Lajos:* A lyukszelvényezés gyakorlati alkalmazása hazai vízfeltáró fúrásoknál 1959. Geofizikai Közlemények VIII. köt. 1-2. sz.  
*F. E. Dzerzsinszkij, Int:* A víz és vízgőz termodinamikai tulajdonságai, 1955.  
*Gálfi J., Stegena L.:* Geotermikus időbeli változások. 1961. Magyar Geofizika II. évf. 1-2. sz.  
*Scheffer Viktor:* A Kárpát-mendencék néhány regionális geofizikai problémájáról. 1962. Geofizikai Közlemények XI. kötet, 1-4. sz.  
*Szebényi Lajos:* Termális vizeink hűtőanyagoként a Föld belső melegéből. 1962. Magyar Geofizika II. évf. 1-2. sz.