

Fizetésképtelenség-előrejelzési megközelítések

*Rating Anita*⁶

ABSZTRAKT: Vajon érdemes időt és energiát fordítani arra, hogy lezárt időszakok számviteli adataiból kiindulva meghatározzuk annak valószínűségét, hogy egy vállalat fizetésképtelenné válik a közeljövőben? Az elmúlt ötven évben számos kutató tett kísérletet arra, hogy az éves beszámoló adatainak felhasználásával, változatos módszertani megközelítésben megbízható predikciót adjon egy vállalat további működésére vagy fizetésképtelenségére vonatkozóan.

Tanulmányomban a legegyszerűbb, egyváltozós modellektől kezdve áttekintem a csőd-előrejelző módszerek szakirodalmát egészen a legkorszerűbbnek tekinthető, neurális hálókat alkalmazó modellekig. A jelenlegi gazdasági környezetben a téma aktualitása vitathatatlan, a vállalati válságra utaló jelek korai felismerésével, megfelelő intézkedésekkel növelhető a vállalat túlélési potenciálja, ami valamennyi gazdálkodó elsődleges célja.

KULCSSZAVAK: fizetésképtelenség, csőd-előrejelzés, vállalati válság, figyelemzettető rendszer

JEL kódok: G2, G3

Bevezetés

Tanulmányomban a vállalati válság előrejelzési lehetőségeinek szakirodalmi áttekintésére kerül sor. Az elmúlt évtizedekben kifejlesztett módszerek alakulását lépésről lépésre végigkövetem, Beaver (1966) egyváltozós modelljétől kezdve egészen a jelenleg használatos legkorszerűbb, neurális hálókra alapuló modellig, a megfogalmazott kritikai észrevételek ismertetésével együtt. Az empirikus alapon kialakított előrejelzési lehetőségeket követően az elméleti, opciós megközelítést mutatom be, majd a tanulmány zárásaként a két szemléletmód eredményeinek összevetésére kerül sor.

⁶ Rating Anita, PhD hallgató, Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar Gazdálkodástani Doktori Iskola, ratinga@tk.pte.hu

A vállalati válság fogalma, kezelési lehetőségei és a téma jelentősége

A vállalati válság jelenségére számos meghatározás létezik; ezek közül Krystek (1987, p. 6.) krízis-definícióját emelném ki, aki az alábbi módon összegzi a fő jellemvonásokat: „a vállalati válság korlátozott időtartamú tervezetlen és akaratlan folyamat, valamint befolyásolhatósága ambivalens kimenetű. Ebben a helyzetben a vállalat fennmaradása szubsztanciálisan és tartósan veszélyben van vagy lehetetlenné válik további működése.”

Egy vállalat életében megjelenő válság több szakaszra osztható fel attól függően, hogy milyen mértékben és mely területen vehetőek észre a krízis jelei. A pillanatnyilag azonosítható fázis alapján történhet az alkalmazandó válságmenedzselési technika megválasztása (Katits, 2010). Katits alapvetően három típusba sorolja a lehetséges eszközöket:

- A preventív válságmenedzselés megfelelő eszköznek bizonyul a krízis megelőzésére, ezért jelentős szerepet kap normál üzletmenet fennállása esetén is. A helyzetelemzés mellett olyan technikák sorolhatók e csoportba, mind a jövőkutató, korai figyelmeztető rendszer kidolgozása, trendszámítás-, és elemzés.
- Zavarelhárító válságmenedzselésre elsősorban a képzeletbeli válság fennállása esetén kerülhet sor. Az ún. turnaround-eszközök közé tartozó preventív, reorganizációs és reaktív módszerek célja a hanyatlási folyamat megállítása, valamint a gazdálkodó normál működési pályára történő visszaterelése.
- A kríziskezelés már a legkockázatosabb fázisban, strukturális válság fennállásakor alkalmazandó válságmenedzselési technika. Célja „a még életképes gazdálkodó szervezetek talpra állítása, ha pedig ez nem lehetséges, akkor felszámolás útján való megszüntetése. Tehát az eredmény vagy a cég fennmaradása, vagy a cég jogutód nélküli megszűnése.” (Ross & Westerfield, 1988, p. 340). A kríziskezelés eszközei közé az adósság-átütemezés, adósság-tulajdon konverzió, szanálás, csődegyezés tartoznak.

A fent említett metódusok közül az általam választott téma a preventív válságmenedzselési technikák körébe tartozó korai figyelmeztető rendszerhez sorolható. Ezen eszközök elsősorban azzal a céllal kerültek kialakításra, hogy a lehető legjobban felhívják a gazdálkodók figyelmét a közelgő veszélyhelyzetre.

A téma aktualitását igazolja a KSH (2015) kiadványa, mely szerint:

- az elmúlt évben 16 ezer felszámolási eljárásra került sor, mely az előző évhez képest több, mint másfélszeres növekedést jelent, és a 2009-2010-es szintet is jelentősen meghaladja. Az eljárások közel 90%-át korlátolt felelősségű társaságok esetében folytatták le, a fennmaradó részarányt döntően a betéti társaságok tették ki. Tevékenységüket tekintve az építőipar, továbbá a kereskedelem, szállítás, szálláshely-szolgáltatással foglalkozó szervezetek körében fordult elő leggyakrabban felszámolás; az eljárások több, mint 99%-a kisvállalkozások körében indult.
- 2014-ben mintegy 5.500 végelszámolásra is sor került, jellemzően a tevékenység nem pénzügyi okból történő befejezési szándéka esetén. Szintén korlátolt felelősségű társaságok éltek vele a leggyakrabban, a legtöbb végelszámolásra az információ-kommunikációs szektorban került sor.
- a csődeljárások száma 2014-ben 88 volt, alkalmazásuk nem tekinthető elterjedtnek.

Úgy vélem, hogy a három eljárás gyakorisága, különösképpen a felszámolási eljárások nagy száma igazolja a válság-előrejelző módszerek létjogosultságát.

A csőd-előrejelző modellek jellegzetességei, fő kutatási irányvonalak

A csőd-előrejelző modellek általánosságban annak becslésére törekednek, hogy mekkora a valószínűsége adott időtartamon belül a fizetéképtelenség bekövetkezésének. Emellett érdeklődés kíséri azt is, hogy egy vállalat a csődbe jutott, vagy a fizetőképességét megőrző gazdálkodókkal mutat-e több hasonló vonást.

Az általam ismertető csőd-előrejelzési eljárások kivétel nélkül szabadon hozzáférhetőek. Nagy valószínűséggel léteznek ezeknél jobb előrejelző erővel bíró modellek, ám azok – a bennük rejlő üzleti potenciál miatt – nem nyilvánosak. A modellek felhasználói leggyakrabban kereskedelmi bankok, könyvelő cégek és olyan ügynökségek, amelyek ezek segítségével tudják ügyfélkockázatukat csökkenteni.

Ahogy a későbbiekben bővebben kifejtem, Ignatov (2006) tanulmányában két alapvető irányvonalat különít el: empirikus és teoretikus törekvések voltak és vannak ma is az optimális csőd-előrejelzési módszerek kialakítására.

Az empirikus szemléletmódot képviselő kutatások esetében eleinte a lehető legjobb előrejelzést biztosító függvény keresése folyt. Az 1960-70-es években az erre szolgáló, diszkriminancia-analízist alkalmazó modellek fejlődtek gyors ütemben. Később a figyelem fokozatosan egyre összetettebb statisztikai módszerek igénybe vétele felé fordult, és az 1980-as években elkezdődött a logit-, és a probit-analízis csőd-előrejelző modellként való alkalmazása. Az említett predikciós módszerek jellemzően korábbi, lezárt időszakok beszámoló-adatait használják fel, nem alapoznak jövőbeli eseményekkel kapcsolatos scenáriókra. Hozzáadott értékük abban rejlik, hogy a szabadon elérhető, nyilvános adatokat olyan formában jelenítik meg, ami a mutatószámok pusztá felsorolásánál jóval több információt szolgáltat a lehetséges jövőbeli kilátásokra vonatkozóan. Szintén empirikus megközelítésmódot alkalmaznak a szimulációs eljárások, például a rekurzív particionáló algoritmus és a döntési fák.

A korábbiakkal ellentétben az elméleti irányvonal mintavétellel, statisztikai vagy szimulációs eszközökkel nem foglalkozik, teoretikus úton közelíti meg egy vállalat fizetéseképtelenné válásának kérdéskörét. E modellek között megtalálhatóak tőkeszerkezeti elképzelések, likvidációs érteken alapuló modellek, valamint az opciós megközelítés. (Ignatov, 2006)

A csőd-előrejelzés kezdete

A csőd-előrejelzés története 1849-re nyúlik vissza, ekkor alakult meg Cincinnati-ben az első, független hitelvizsgálatok készítésére szakosodott vállalat. Kezdetben kizárólag verbális elemzéseket készítettek, melyeket később konkrét mutatókkal is kiegészítettek. (Virág, 2004)

A témában elsőként 1930-ban a Bureau of Business Research készített jelentést, fizetéseképtelenné vált iparvállalatok rátaelemzése alapján. 29 elemű mintán 24 rátát vizsgáltak meg, melyek közül nyolcat emeltek ki; legértékesebbnek a nettó forgótőke vállalati vagyonhoz viszonyított arányát titulálták.

A BBR jelentését követően az 1960-as évek közepéig relatíve kevés publikáció született, ezek mind egyváltozós tanulmányok. Az individuális rátákra alapozó modellek között megjelennek olyanok is, melyek a csődbe

jutó és működő vállalatok mutatószámainak összehasonlítására épülnek, ezzel lerakva a többváltozós modellek alapjait. Az elkészült tanulmányok elsősorban két rátát tartanak jelentősnek a csőd korai felismerése szempontjából: a legmegbízhatóbbnak a már említett eszközarányos nettó forgótőke nevezhető, de a likviditási ráta is szignifikáns szerepet kap. Chudson (1945) tanulmánya a korai eredmények kapcsán hangsúlyozza az iparág-specifikus modellek használatának előnyét, vagyis az általános modellekhez képest magasabb megbízhatóságot. (Bellovary et al., 2007)

A korai tanulmányok közül kiemelkedő jelentőséggel bír Beaver (1966) egyváltozós csődmodellje, ami a nyilvánosságra hozatalát követően rövidesen alkalmazásra is került, hitelképesség-vizsgálatok elvégzéséhez. A szerző 38 iparágban végezte a kutatását, párosított mintákat alapul véve 30 pénzügyi rátát vizsgált. Ezek közül a csődbe jutott, valamint túlélő vállalatok elkülönítése során az alábbi három mutató töltött be szignifikáns szerepet: a teljes vagyionhoz, illetve a kötelezettségekhez viszonyított cash flow, továbbá a kötelezettségekhez viszonyított nettó árbevétel. A kiválasztott három ráta 90%-ot meghaladó megbízhatósággal jelezte előre a fizetésektelenséget, annak bekövetkezése előtti egy évben. (Beaver, 1966)

Többváltozós diszkriminancia-analízis

Beaver (1966) modellje valódi mérföldkőnek tekinthető, az 1966-os megjelenése óta eltelt közel fél évszázadban több, mint 165 tanulmány került publikálásra. A legfőbb módszerek leírása megtalálható az *1. táblázatban*, ezek közül bővebben Altman Z-modelljét ismertetem.

Az Altman-modell

Altman (1968) modellje talán a legalapvetőbb eleme a csőd-előrejelzés témakörének. Ez ugyanis az első és legszélesebb körben elterjedt, többváltozós diszkriminancia-analízisen alapuló modell. Altman (1968, p. 5.) definíciója szerint ez „olyan eljárás, amely előre definiált osztályokba sorolja a több változó szerint jellemzett megfigyelési egységeket”, vagyis arra mutat rá, hogy egy vizsgált vállalat a csődbe jutott, vagy a túlélő vállalatokkal mutat-e több közös vonást. Az eljárás könnyen alkalmazható, a diszkriminancia-függvénybe kell a vizsgált vállalat megfelelő értékeit behelyettesí-

teni. A modellek szerzői közlik a két lehetséges kimenetelt elválasztó küszöbértékként funkcionáló kritikus értékeket, így a kapott függvényérték alapján a vállalat egyértelműen besorolható valamely csoportba.

A módszer hátrányának tekinthető, hogy számos feltétel együttes fennállását igényli, többek között feltételezi a független változók normális eloszlását, valamint az azonos kovariancia mátrixokat. (Virág & Kristóf, 2006) Altman alapmodellje döntően számvetési információkon alapul, egy kivétellel: a részvények piaci értékére is szükség van a Z-érték kalkulálásához.

Az eredeti modellnek Altman később két módosított változatát is közli: előbb a már említett piaci információt helyettesíti a részvények könyv szerinti értékével, ami szélesebb körben alkalmazhatóvá teszi e csőd-előrejelző eszközt. A második változat mögött is hasonló megfontolás áll, ez esetben a termelő szektoron kívüli adaptálás lehetősége érdekében megvált egy változótól, a fennmaradó négy tekintetében pedig a súlyok változtatására került sor. (Altman, 2000) Az eredeti modell pontossága a csőd bekövetkezése előtt egy évvel 95%-os, de rendkívül gyors ütemben romlik a vizsgálati periódus bővítésével. A fizetéseképtelenség beállta előtt 3 évvel a besorolási pontosság az 50%-ot sem éri el.

1. táblázat: A csőd-előrejelző modellek pontos felépítése

Altman-modell (1968)	
$Z = 1,2 X_1 + 1,4 X_2 + 3,3 X_3 + 0,6 X_4 + 0,999 X_5$	
$X_1 =$	nettó forgótöke / összes eszköz
$X_2 =$	visszatartott nyereség / összes eszköz
$X_3 =$	adózás és kamatfizetés előtti eredmény/ összes eszköz
$X_4 =$	részvények piaci értéke / adósság
$X_5 =$	eszközarányos árbevétel
Kritikus értékek:	ha $Z < 1,81$ – fizetéseképtelenség várható ha $Z > 2,99$ – túlélés várható ha $1,81 \leq Z \leq 2,99$ – „szürke terület”
Altman'-modell (2000)	
$Z' = 0,717 X_1 + 0,847 X_2 + 3,107 X_3 + 0,42 X_4 + 0,998 X_5$	
$X_1 =$	nettó forgótöke / összes eszköz
$X_2 =$	visszatartott nyereség / összes eszköz
$X_3 =$	adózás és kamatfizetés előtti eredmény/ összes eszköz
$X_4 =$	részvények könyv szerinti értéke / adósság
$X_5 =$	eszközarányos árbevétel
Kritikus értékek:	ha $Z' < 1,23$ – fizetéseképtelenség várható ha $1,23 \leq Z' \leq 2,9$ – szürke tartomány ha $Z' > 2,9$ – túlélés várható

Altman"-modell (2000)	
$Z'' = 6,56 X_1 + 3,26 X_2 + 6,72 X_3 + 1,05 X_4$	
$X_1 =$	nettó forgótőke / összes eszköz
$X_2 =$	visszatartott nyereség / összes eszköz
$X_3 =$	adózás és kamatfizetés előtti eredmény / összes eszköz
$X_4 =$	részvények könyv szerinti értéke / adósság
Kritikus értékek:	ha $Z'' < 1,1$ – fizetésképtelenség várható ha $1,1 \leq Z'' \leq 2,6$ – szürke tartomány ha $Z'' \geq 2,6$ – túlélés várható
ZETA-modell (Altman-Haldeman-Narayanan, 1977)	
Az alkalmazott súlyok nem kerültek nyilvánosságra, a felhasznált változók az alábbiak:	
	<ul style="list-style-type: none"> • eszközarányos nyereség • a jövedelmezőség stabilitása • adósságszolgálat • kumulatív jövedelmezőség • likviditás • tőkeellátottság • méret
Kritikus érték:	0 alatt fizetésképtelenség várható -1,45 és +0,87 között szürke tartomány
Conan-Holder modell (1978)	
$Z = 24A + 22B + 16C - 87D - 10E$	
A =	amortizáció előtti nyereség/összes adósság
B =	adósságállomány/ összes eszköz
C =	(forgóeszközök-készletek)/összes eszköz
D =	pénzügyi ráfordítások / nettó árbevétel
E =	bérjellegű kiadások / hozzáadott érték
Kritikus értékek:	ha $Z < 4$ – a csőd bekövetkezési valószínűsége $> 65\%$ ha $Z > 9$ – a csőd bekövetkezési valószínűsége $< 40\%$
Fulmer-modell két változata (1984)	
$H_1 = 5,528X_1 + 0,212X_2 + 0,073X_3 + 1,27X_4 - 0,12X_5 + 2,335X_6 + 0,575X_7 + 1,083X_8 - 3,075$	
$H_2 = 0,025X_1 + 0,132X_2 - 0,125X_3 + 0,926X_4 + 1,488X_5 - 0,269X_6 + 0,091X_7 + 0,502X_8 - 0,092X_9 - 0,491$	
$X_1 =$	eredménytartálék/források
$X_2 =$	eszközarányos árbevétel
$X_3 =$	saját tőke-arányos adózás előtti eredmény
$X_4 =$	cash flow/kötelezettségek
$X_5 =$	hosszú lejáratú kötelezettségek/források
$X_6 =$	rövid lejáratú kötelezettségek/források
$X_7 =$	lg(tárgyi eszközök)

X_8 =	forgótőke/kötelezettségek
X_9 =	lg(adózás előtti eredmény/fizetendő kamatok)
Kritikus érték:	ha $H < 0$ – fizetéseképtelenség várható
Ohlson logit-modellje (1980)	
$Z = -1,32 - 0,407 \cdot X_1 + 6,03 \cdot X_2 - 1,43 \cdot X_3 + 0,0757 \cdot X_4 - 2,37 \cdot X_5 - 1,83 \cdot X_6 + 0,285 \cdot X_7 - 1,72 \cdot X_8 - 0,521 \cdot X_9$	
X_1 =	vállalatméret
X_2 =	kötelezettségek /források
X_3 =	forgótőke/összes eszköz
X_4 =	rövid lejáratú kötelezettségek/forgóeszköz
X_5 =	dummy változó: értéke 1, ha a teljes kötelezettség-állomány az eszközállományt meghaladja, amúgy 0
X_6 =	eszközarányos árbevétel
X_7 =	üzemi-üzleti eredmény/ kötelezettségek
X_8 =	1, ha a nettó eredmény negatív volt az elmúlt két évben, amúgy 0
X_9 =	nettó eredmény változása
Kritikus érték:	ha $Z > 0,038$ – fennáll a csőd veszélye
Zmijewski probit-modellje (2001)	
$P = -4,3 - 4,5 X_1 + 5,7 X_2 - 0,004 X_3$	
X_1 =	eszközarányos megtérülés
X_2 =	kötelezettségek aránya
X_3 =	likviditási ráta
Kritikus érték:	ha $P > 0$ – nagy a bukás valószínűsége

Forrás: Saját szerkesztés

Diszkriminancia-analízisen alapuló egyéb modellek

A diszkriminancia-analízis számos csőd-előrejelző modell alapját képezi, a legfontosabbakat a 2. táblázat tartalmazza.

A táblázatból jól látszik, hogy az egy-, valamint többváltozós diszkriminancia-analízist alkalmazó eljárások közül – a ZETA modell kivételével – valamennyi esetben azonos arányban szerepeltek a mintában a csődbe jutott és a túlélő vállalatok. A táblázat információt szolgáltat továbbá a vizsgálati periódus időintervallumáról, az alkalmazott módszerrel, valamint a végleges modellben szereplő változók számáról.

2. táblázat: Diszkriminancia-analízisen alapuló kiemelt mutatók

Szerző és modell neve, készítés éve	Iparág, vállalatméret	Vállalatszám		Időszak	Változók száma
		Működő	Csődbe jutott		
Beaver (1966)	38 iparág nagyvállalatai	79	79	1954–1964	1
Altman: Z-modell (1968)	Közepes méretű, termelő vállalatok	33	33	1945–1965	5
Altman, Haldeman, Narayanan: ZETA modell (1977)	Közepes méretű, ipari és kereskedelmi vállalatok	58	53	1969–1975	7
Conan-Holder modell (1978)	Kis- és közepes vállalatok több iparágból	95	95	1970–1975	5
Springate-modell (1978)	Termelő vállalatok	20	20	n.a.	4
Fulmer-modell (1984)	Kis vállalatok	30	30	n.a.	9

Forrás: Saját szerkesztés, 2015

A táblázatban nem szerepeltettem, ám fontosnak tartom kiemelni, hogy a felsorolt, diszkriminancia-analízist alkalmazó publikációk között egy kivétel található a csőd fogalmának tekintetében. A legtöbb megközelítés a jogi úton bejelentett fizetésképtelenséget érti csőd alatt, Beaver azonban a formális csődbejelentés mellett a vállalt adósságok nem teljesítését is csődállapotnak tekinti.

Regressziós modellek

Az 1980-90-es években számos új módszer hódított teret, többek között ekkor került sor első alkalommal a logit-, és probit-modellek csőd-előrejelző eszközként történő használatára. Az alapvető cél, tehát az előre definiált csoportokba sorolás igénye nem változott, de a regressziós modellekben bevezetésre került az ún. odds, ami a siker és a csőd bekövetkezési valószínűségeinek hányadosát jelenti. A logit-, és probit-modellek egymástól az oddsra vonatkozó feltételezések tekintetében különböznek.

A logit-modell

A logisztikus regressziós megközelítés azon alapul, hogy az odds logaritmusa (az ún. logit) a magyarázó változók lineáris függvénye. A túlélési valószínűség logisztikus eloszlását feltételezi, de a független változók eloszlásával kapcsolatban semmilyen követelményt nem támaszt, ami az egyik fő előnye. A módszer a diszkriminancia-analízisnél kevésbé szigorú követelményeket támaszt: nem feltételezi például sem a változók normális eloszlását, sem az egyező kovariancia mátrixokat. Ohlson (1980) logisztikus regresszió alapuló modelljében kilenc változót és egy konstans használ fel. A korábban említett tanulmányoktól eltérően ez az első eset, amely a minta összetételét tekintve eltér az addigi gyakorlattól. Ohlson ugyanis 105 fizetésképtelenné vált, és 2 058 túlélő gazdálkodó szervezet adatait használja fel. A szerző azzal indokolta a minta szokatlan összetételét, hogy a valóságban sem 50-50%-ban találhatók fizetőképes és fizetésképtelen vállalatok. A mintában a szerző tőzsdén jegyzett, ipari nagyvállalatok 1970-1976 közötti adatait vette figyelembe. Ohlson négy alapvető faktort tart szignifikánsnak a fizetésképtelenség egy éven belüli bekövetkezési valószínűségének előrejelzése során: a vállalatméretet, a tőkeszerkezetet, a teljesítményt és a likviditást. A logit-modell gyakorlati alkalmazása viszonylag egyszerű, ám kizárólag az éves beszámolóból származó adatokat használja fel, nem tartalmaz semmilyen aktuális, piaci információt. A modell besorolási pontossága elmarad Altman modelljétől, 83% körüli a fizetésképtelenség bekövetkezése előtti egy évben. (Ohlson, 1980)

A probit-modell

A már említett probit-modell annyiban tér el a logit-modelltől, hogy a túlélési valószínűséggel kapcsolatban nem logisztikus, hanem standard normális eloszlást feltételez. 1984-ben Zmijewski dolgozott ki egy probit-modellt, melynek három változóját nem elméleti megfontolásból, hanem korábbi tanulmányokban betöltött szerepük alapján választotta ki. A vizsgálathoz felhasznált minta szintén eltérő arányban tartalmazza a két vállalatcsoportot: 800 túlélő vállalat mellett 40 csődbe jutott társaság szerepelt a mintában, ami iparvállalatok nyolc évi adatait öleli fel. Az eszközarányos megtérülés, a kötelezettségek aránya és a likviditási ráta kap helyet a modellben, mely meglehetősen magas, 98%-os besorolási pontossággal rendelkezik. (Zmijewski, 1984)

Szimulációs eljárások

A csőd-előrejelző modellek empirikus alapon kialakított, de az eddig ismertektől merőben eltérő csoportját alkotják a számítógépes szimuláción alapuló megoldások, nevezetesen a rekurzív particionáló algoritmus, valamint a neurális hálók.

A rekurzív particionáló algoritmus

Frydman, Altman és Kao tanulmányukban a rekurzív particionáló algoritmus csőd-előrejelzési célokra való használatát szorgalmazzák. A módszer lényege a döntési fák létrehozatala, melynek során egy ismert összetételű mintát megvizsgálva a számítógépes szimuláció a mintára jellemző jelenségek megfigyelésére törekszik. A módszer célja olyan csoportok kialakítása, melyekre minimális csoporton belüli, és maximális csoportok közötti variancia jellemző. Tehát adott csoporton belül a lehető leginkább homogének az elemek, míg az egyes csoportok maximális mértékben elkülönülnek egymástól. (Frydman et al., 1985) Az algoritmus először minden lehetséges változó szerint szétválasztja a vizsgált elemeket, majd a lehetséges változatok közül a hibás besorolások legalacsonyabb arányával rendelkezőt preferálja. Ez lesz a klasszifikációs fa első döntési pontja, majd e módszert alkalmazza a további ágak kialakítása során. A döntési fák használatának egyik előnye, hogy a korábban említett modellekkel ellentétben nincs szükség előzetes feltevésekre, hátránya azonban, hogy szimulációs jellegéből adódóan a statisztikai próbák nem végezhetők el, valamint fennáll a túltanulás veszélye. Ez utóbbi azt takarja, hogy előfordulhat, hogy a döntési fa nem az általános problémát, sokkal inkább a minta jellegzetességeit modellezi, így előrejelzési célokra való alkalmassága csökken. Ennek elkerülése érdekében az eredeti mintát tanuló-tesztelő részmintákra szokták bontani.

A neurális hálók

A neurális hálók alkalmazása az 1980-90-es évek fordulóján kezdődött meg, jelenleg ez tekinthető a legfejlettebb csőd-előrejelzési módszernek. Az előzőhöz hasonlóan számítógépes szimuláción alapuló módszer az emberi idegrendszerhez hasonló elvek alapján működik. A több, egymással folyamatosan kapcsolatban álló neuronból felépülő eszköz mintafelismerésre törekszik: bizonyos adathalmazra történő első adaptálás esetén

véletlenszerű találgatással próbálja a csődbe jutó és túlélő csoportba sorolni az elemeket, majd fokozatosan javítja az eredményeit. A neurális hálók esetén szintén valós veszélyként merül fel a túltanulás lehetősége, ennek érdekében Virág és Kristóf szerint az optimális előrejelzési modell kialakításához a neurális hálót addig érdemes tanulni hagyni, amíg a tanulási és tesztelő mintába sorolás hibája közel van egymáshoz. (Virág & Kristóf, 2005)

Hazai vonatkozások

Az eddig ismertetett modellek kivétel nélkül külföldi szerzőktől származnak, ám hiba lenne megfedkezni a témában publikáló hazai kutatókról. Az első magyar csőd-előrejelző modellt Virág Miklós dolgozta ki, hazai feldolgozóipari vállalatok 1990-91-es beszámoló-adataira épült, és a diszkriminancia-analízis mellett a logisztikus regresszió módszerét is alkalmazta. A szerző 1996-ban Hajdú Ottóval együtt nagy volumenű kutatás eredményeit közölte: kidolgoztak egy teljes csődveszély-előrejelző modellcsaládot. Vizsgálatukat egy 10 000 elemű mintára alapozták, összesen 41 különböző csődmodellt készítettek, melyek többsége rendkívül magas, 95%-ot meghaladó besorolási pontossággal rendelkezik. A modell a benne rejlő gazdasági potenciál miatt üzleti titoknak minősül, így nem került nyilvánosságra, azonban több, Magyarországon működő pénzügyi intézet beépítette azt a minősítési rendszerébe.

A fentiek mellett a neurális hálók is hazai adaptálásra kerültek: Virág Miklós és Kristóf Tamás 2005-ös kutatásukkal igazolták, hogy a neurális hálókon alapuló csődmodellek besorolási pontossága meghaladja a már említett két modellét, az eddig ismertetett előrejelzési lehetőségek közül felsőbbrendűnek tekinthető. A szerzők két tényezőt azonosítottak, melyek a siker hátterében állhatnak: egyrészt a nemlineáris összefüggések feltérképezésének lehetősége, másrészt pedig a már említett minta-felismerési képesség. (Virág & Kristóf, 2005)

A modellekre vonatkozó kritikai észrevételek

A szakirodalomban jelentős szerepet töltenek be az említett modellek alkalmazási tapasztalatait vizsgáló tanulmányok. Ezek a csőd-előrejelző modellekre vonatkozóan kritikákat elsősorban a szignifikáns kapcsolatok

hiányával, a számviteli és piaci változók alkalmazásával, az eltérő iparágakra és időszakokra történő adaptálhatósággal, valamint az előrejelzési horizonttal kapcsolatban fogalmaztak meg.

Shumway (2001) tanulmányában eseménytörténeti modellek alkalmazásával rávilágít arra, hogy az Altman-, valamint a Zmijewski-modellekben használt magyarázó változók egy része nincs statisztikailag kimutatható kapcsolatban a fizetéképtelenség tényével. Az Altman-modell öt változójából a szerző közlése szerint csupán kettő – a profitabilitást, valamint az áttételt kifejező tényező – bizonyul szignifikánsnak. Shumway meglátása szerint mindez annak köszönhető, hogy a hagyományos modellek figyelmen kívül hagyják a megnövekedett kockázat melletti működés időtartamát. Egyes gazdálkodók képesek akár évekig is magasabb kockázat mellett tevékenykedni, míg másoknál hirtelen lezajlik a fizetéképtelenné válás.

Shumway javasolja piaci információk – a vállalatméret, a múltbeli részvényhozamok alakulása és a részvénytartó részvényesek körének változékonyságának – beépítését az elemzésbe, a számviteli és piaci adatok együttes alkalmazásával ugyanis addicionális előrejelző erő érhető el. (Shumway, 2001) E megállapításra Xu és Zhang két korábbi publikáció felelevenítésével reflektáltak: Chava és Jarrow 2004-es modellje szerint piaci változók csőd-előrejelző modellben történő szerepeltetése esetén a számviteli változók hozzáadása az előrejelző erőt alig növeli. Továbbá Beaver 2005-ös munkájában hosszabb időtávot vizsgálva úgy véli, hogy a piaci változók kiegészítik a számviteli változókat, és ez utóbbiak előrejelző erejének csekély csökkenéséhez vezetnek bizonyos periódusokban. (Xu & Zhang, 2009) A számviteli változók információtartalma mellett érvel Tian és társainak tanulmánya, mely kiemeli, hogy a számviteli adatokból képzett pénzügyi ráták – piaci változókkal összevetett – relatív fontossága emelkedik az előrejelzési időhorizont bővítésével. (Tian et al., 2015)

Az ismertetett csőd-előrejelző modellek korlátait sem szabad figyelmen kívül hagyni. Grice és Dugan tanulmánya Zmijewski és Ohlson modelljeit vizsgálva igazolja, hogy az eredeti modell-feltételektől eltérő iparági és időintervallumbeli adatokra történő alkalmazás rontja a modellek előrejelző erejét. (Grice & Dugan, 2001)

További probléma, hogy a legtöbb esetben a besorolás pontossága drasztikusan romlik egy évet követően. Számos friss tanulmány törekszik az előrejelzési időhorizont bővítésére, du Jardin (2015) és Iturriaga &

Sanz (2015) modelljei akár 3 évig is meglehetősen pontos eredményeket szolgáltatnak.

A felsorolt korlátok mellett a nem pénzügyi adatok figyelembe vételének, valamint a nem lineáris kapcsolatok modellezésének fontosságára hívja fel a figyelmet Giordani és társainak tanulmánya (Giordani et al., 2014).

Összességében elmondható, hogy az ismertetett modellek változatlan formában történő alkalmazása nem feltétlenül célravezető, nagy szerephez jut a limitációk felismerése is.

Elméleti opciós megközelítés

Az empirikus megközelítés ismertetését követően a tanulmányban az elméleti, opciós szemléletmód bemutatására kerül sor.

A Black-Scholes szerzőpáros 1973-ban publikált opcióárazási elmélete, valamint Robert C. Merton 1974-es modellje az opciós megközelítést alkalmazza csőd-előrejelzési célokra. A két mű közös alap gondolata, hogy a vállalat akkor tudja elkerülni a csődöt, ha az eszközök piaci értéke nem esik a kötelezettségek értéke alá. További közös pontjuk, hogy a vállalati részvénytőkére, mint vételi opcióra tekintenek. Az opciós elmélet kapcsolódó elemeit a Merton gondolatain alapuló KMV-modell alapján mutatom be.

A KMV-modell

A Moody's által napjainkban is alkalmazott strukturális modell Robert Merton 1974-es munkáján alapul, ahhoz képest azonban néhány változtatáson átesett, így reálisabb, a valós csőddinamikához közelebb álló feltételezéseket használ. A modell alapötlete, hogy a vállalati csőd mögött gazdaságilag megragadható ok rejlik: a csőd valószínűsége megnő akkor, hogyha a vállalat eszközeinek piaci értéke nem képes fedezni a kötelezettségeit valamilyen jövőbeli időpontban. A KMV-modell célja a csődtől való távolság számszerűsítése, aminek ismeretében megállapítható a jövőbeni nem fizetés valószínűsége.

A módszer 30 000 szervezet napi adatait használja fel, különlegessége pedig a piaci információk beépítésében rejlik, ez adja a számviteli beszámolók adatain alapuló módszerekhez képest megnövekedett előrejelző erőt. (Moody's Analytics, 2012) A piaci információk jelentősége két tényezőnek köszönhető: egyrészt annak, hogy tükrözik a vállalat jövőbeli értékével kapcsolatos befektetői várakozásokat, másrészt pedig annak,

hogyan a felhasznált változók szinte minden szükséges információt magukba foglalnak, nincs szükség például külön a likviditás vizsgálatára.

A KMV-modell Beaver gondolkodásmódjához hasonlóan nem csupán a jogi úton bejelentett csóddal foglalkozik. A modellben ugyanis nem teljesítésnek minősül a csődbejelentés mellett az esedékes kötelezettségek nem teljesítése, a vagyonfelügyelő kirendelése, a hitelek átütemezése, és a kormányzati segítségnyújtás is.

A modell a csőd valószínűségének megállapításához becsli annak valószínűségét, hogy az eszközök piaci értéke alulmúlja a kötelezettségek szintjét. Ehhez két tényezőt használ fel: az eszközök piaci értéke és a kötelezettségek könyv szerinti értéke közötti különbséget, valamint az eszközök volatilitását, hiszen a magasabb volatilitás nagyobb kockázatot hordoz magában.

A KMV-modell alkalmazása során elsőként az eszközök piaci értékének, valamint volatilitásának kalkulálása történik, melyhez a részvények értékéről, hozamuk változékonyságáról, valamint az adósságok könyv szerinti értékéről rendelkezésre álló információkat használják fel. Következő lépés a kötelezettség-állomány figyelembe vételével a csődpont meghatározása, majd az eddig kalkulált változók alapján a csődtől való távolság kiszámítása. A DD (Distance to Default) hányados formájában ábrázolható, melynek számlálója a finanszírozási áttételre, nevezője pedig az üzleti kockázatra utal; a mutató magasabb értéke alacsonyabb csődvalószínűséget jelent. Utolsó lépésként a csődtől való távolságok nem fizetési valószínűséggé konvertálása történik. Ennek kapcsán a Merton eredeti strukturális modelljében feltételezett normális eloszlást a KMV-modell készítői elvetették, így 8 600 historikus adatból álló adatbázis alapján történik meg az átváltás.

Charitou és Trigeorgis megközelítése

Charitou és Trigeorgis (2000) a KMV-modellhez hasonlóan Merton alapmodelljének módosítását javasolják, hiszen fizetéképtelenség nem kizárólag a kötelezettségek esedékességének időpontjában következhet be. A szerzőpáros ezért az eredeti opciós megközelítést kiterjesztve figyelembe veszi a kötelezettségek futamideje alatt fellépő kamat-, és hiteltörlesztéssel kapcsolatos – akaratlagosan, vagy a likvid eszközök elégtelen szintje miatt el nem hárítható – fizetési problémák lehetőségét is. Az időközbeni nem teljesítés valószínűségét a cash flow fedezet vizsgálatával ragadják meg, ami a modellbe beépítve inkrementális magyarázó erővel bír, az eredeti opciós változók mellett.

Swidler és Wilcox javaslata

Swidler és Wilcox 2002-es tanulmányukban az ún. befoglalt volatilitás számszerűsítését javasolják. Az opciós szerződések piaca információs szempontból meglehetősen hatékonynak tekinthető, ezért a szerzők megfontolandónak tartják a legfőbb részvényekre vonatkozó opciós megállapodásokból egy piaci indikátor, kockázati mérték kialakítását. Ajánlásukat empirikus vizsgálattal is alátámasztották, bizonyítva, hogy az opcióárakból levezetett piaci jelzőrendszer megbízhatóbb előrejelzést ad a gazdálkodók kudarcig hátralévő idejével kapcsolatban, mint számos más, erre a célra használt elmélet. (Coffinet és társai, 2010)

Beszámoló-alapú vagy opciós megközelítést érdemes alkalmazni?

Ha visszatekintünk az ismertetett csőd-előrejelzési módszerekre, látható, hogy Beaver modelljétől kezdve a diszkriminancia-analízist, valamint a logit-, vagy probit-regressziót felhasználó modellekig döntően az éves beszámoló információinak felhasználása történt meg. A múltira vonatkozó adatok könnyen beszerezhetőek, az egységes definícióknak köszönhetően az egyes kategóriák tekintetében nincsenek értelmezési eltérések, valamint nem alkalmaznak semmilyen anticipációt a jövőre vonatkozóan. A beszámolókból elérhető adatok használatának azonban megvannak a hátrányai is:

- az időzítés problémája: az információk jellemzően adott vállalkozás üzleti évének fordulónapjára vonatkoznak, így a minősítés változatlan marad tizenkét hónapig.
- a beszámoló diszkrét jellege: egy esemény egyedi hatása felmérhetetlen az üzleti év alatt közrejátszó egyéb tényezők következtében. Ilyen szempontból folyamatos változók alkalmazása lenne a kívánatos, mérhetővé téve adott esemény előtt, illetve után is a vállalkozás nem teljesítési kockázatát.
- a csődmodellekben felhasznált információk a piaci híreket, a társasággal kapcsolatos várakozásokat nem veszik figyelembe a nem teljesítés valószínűségének megállapítása során. Egyetlen kivételt a részvények piaci értéke jelent, ami azonban egyedüli változóként elenyésző mértékben javít a helyzeten.

Az említett negatívumok közül néhány kiküszöbölhető az opciós megközelítés alkalmazásával: a felhasznált aktuális részvényárak magukban foglalják a piaci információkat, az értékelés jelentős események előtt és után is elvégezhető. Ám ezen elméleti szemléletmód egyik hátulütője lehet az, hogy viszonylag nehéz a szükséges input adatok előállításása. Az aktuális részvényárfolyamok tőzsdén szereplő vállalatok esetén könnyen hozzáférhetőek, azonban számos további becslés szükséges a folyamatban. A tőzsdén nem jegyzett vállalatoknál a szubjektív elemek száma még nagyobb. További problémát jelenthet az informatikai támogatottság, szakértelem szükségessége.

Az empirikus és elméleti modellek összehasonlítása

Számos tanulmány kifejezetten az empirikus és teoretikus megközelítés összevetésére fókuszál, a továbbiakban ezeket tekintem át.

Xu és Zhang az Altman-, Ohlson-, és opciós modelleket alkalmazták a japán tőzsdén működő vállalatokra. A szerzőpáros eredményei rávilágítottak arra, hogy az eredetileg amerikai vállalatok adatai alapján készült modellek alkalmasak a japán piacra is, valamint az előrejelző erő jelentősen növelhető a számviteli és a piaci adatokat felhasználó módszerek kombinálásával. A szerzők kifejezetten arra ösztönöztek, hogy nem kell egyet kiválasztani az említett modellek között, hanem azok optimális kombinációjára kell törekedni. Vizsgálataik eredményeként Xu és Zhang modellje magába foglalja az eszközarányos árbevételt, a likviditási rátát, az adózás előtti eredmény előjelét, mint dummy változót, valamint a csőd-től való távolságot, tehát számviteli és piaci információkat egyaránt alkalmaz. A modellt két további tényezővel bővítették, melyek mindegyike a japán cégekre jellemző sajátosság: a központi bankkal való kapcsolat szoroságával, valamint az ún. Keiretsu-csoporthoz tartozással. A kutatások igazolták, hogy mindkét tényező szignifikánsan csökkenti a csődbe jutás valószínűségét, annak köszönhetően, hogy minél szorosabbak a kapcsolatok, pénzügyi nehézségek esetén annál könnyebben kapható segítség. (Xu & Zhang, 2009)

Kim (2007) tanulmányában az Altman-, és a KMV-modellek teljesítményét vetette össze egymással. Az alapul szolgáló minta 617 vállalata

tőzsdén jegyzett, legalább öt éve működik, valamint termelő, kiskereskedelmi vagy szolgáltató tevékenységet végez. A vizsgálatok elvégzését követően az alábbi eredmények születtek:

- Az Altman-modell egy éves időtávra vonatkozóan jobb előrejelző erővel rendelkezik, mint a KMV-modell, amennyiben az iparági besorolást figyelmen kívül hagyjuk, eredményei azonban gyorsan romlanak.
- Az iparágspecifikusság kapcsán a szerző rávilágított arra, hogy míg az opciós modell valamennyi iparágban alkalmazható módszer, addig az Altman-modell az eredmények alapján kizárólag a kiskereskedelmi iparágban megbízható, szemben az eredeti modellben vizsgált termelő vállalatokkal.
- A kötelezettségek figyelembe vételét szintén iparágspecifikusan javasolja: míg a termelő vállalatoknál a rövid lejáratú kötelezettségek jól jelzik a várható nem teljesítést, addig a kiskereskedő társaságoknál egyenlő arányban kellene figyelembe venni a rövid-, és hosszú lejáratú kötelezettségeket, míg a szolgáltató vállalatok esetén a rövid lejáratú kötelezettségek jelentősebb szerepet töltenek be.

Összességében tehát Kim vizsgálatai szerint az Altman-modell jobb előrejelző erővel bír, de iparágspecifikus, az opciós megközelítésben pedig kutatási potenciál rejlik. A vállalat kötelezettségeit minden esetben az iparági besorolás függvényében kell figyelembe venni.

Miller (2009) publikációjában szintén az Altman-modell és a csődtől való távolság modellt hasonlítja össze, de eltérő aspektusból. A szerző ugyanis az ordinális és kardinális alkalmasságot, az idővel bekövetkező ordinális teljesítmény-romlást és a besorolások stabilitását vizsgálja. A szerző megállapította, hogy a KMV-modell ordinális és kardinális tekintetben jobbnak bizonyult, tehát nagyobb diszkrimináló erővel rendelkezik és ritkábban fordulnak elő hibás minősítések. Emellett teljesítménye lassabban romlik, mint a Z-modellé, tehát egy évnél hosszabb előrejelzési periódus esetén is alkalmazható. Az opciós megközelítés egyetlen hátránya a vizsgálat alapján az, hogy a volatilis piaci információk miatt gyorsan változhat egy vállalat biztonságos vagy kockázatos minősítése, a besorolások nem nevezhetőek stabilnak.

Összefoglalás

Tanulmányomban ismertettem a vállalati válság fogalmát, szakaszait, valamint a csőd-előrejelzésre szolgáló modellek általános jellemzőit. Ezt követően részletesebben bemutattam néhány, az empirikus vagy elméleti megközelítésen alapuló, alkalmazásra érdemes szemléletet. Úgy vélem, hogy a tanulmány végén helyet kapó összehasonlító leírások jól tükrözik, hogy nem lehet egyértelműen kijelenteni azt, hogy az empirikus vagy a teoretikus megközelítés bizonyul-e jobbnak. Mindkét irányvonalon további kutatások folynak, sorra születnek újabb és újabb modellek.

A csődmodelleket a vállalatok leginkább saját helyzetük értékelésére tudnák felhasználni. Az éves beszámoló kiegészítő mellékletének részeként kötelezően kiszámolandó mutatószámokat a – döntően mérleg –, és eredménykimutatás-adatokat felhasználó – modellek valamelyikének alkalmazásával kiegészítve adott vállalat realisabb képet kaphatna arról, hogy a következő éven belül várhatóan milyen eséllyel kell szembenéznie a fizetésképtelenség problémájával.

A vállalatvezetők azonban valószínűleg amúgy is tisztában vannak a cégüket fenyegető veszéllyel, ezért a csődmodellek alapvetően kétféle továbbfejlesztéssel válhatnának értékessé. Egyrészt az jelenthetne hozzáadott értéket, ha sikerülne jóval korábban azonosítani a várható gyengeségre utaló jeleket. Másrészt pedig az, ha a figyelmeztetés mellett konkrét intézkedési javaslatokat is megfogalmaznának a modellek.

Irodalomjegyzék

- Altman, E. I. (1968): Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy. *The Journal of Finance*, 23 (4), pp. 589–609.
ISSN 00221082, DOI <http://dx.doi.org/10.1111/j.1540-6261.1968.tb00843.x>
- Altman, E. I. (2000): Predicting Financial Distress of Companies: Revisiting the Z-Score and ZETA Models. Letöltés ideje: 2015.10.01. Letöltés helye: <http://pages.stern.nyu.edu/~ealtman/PredFncldistr.pdf>
- Bellovary, J. – Giacomino, D. & Akers, M. (2007): A Review of Bankruptcy Prediction Studies: 1930 to Present. *Journal of Financial Education*, 33, 1–42.
- Beaver, W. (1966): Financial ratios as predictors of failure. *Journal of Accounting Research*, 4, Empirical Research in Accounting: Selected Studies 1966, pp. 71–111.
ISSN 00218456, DOI <http://dx.doi.org/10.2307/2490171>

- Charitou, A. – Trigeorgis, L. (2000): Option-based Bankruptcy Prediction. EFMA 2000 Athens. Letöltés ideje: 2015.09.15. Letöltés helye: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=248709
- Coffinet, J. – Pop, A. – Tiesset, M. (2010): Predicting Financial Distress in a High-Stress Financial World: The Role of Option Prices as Bank Risk Metrics. *Banque de France Working Paper No. 311*. Letöltés ideje: 2015.09.19. Letöltés helye: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1730090
- Du Jardin, P. (2015): Bankruptcy prediction using terminal failure processes. *European Journal of Operational Research*, 242, pp. 286–303. ISSN 03772217, DOI <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2014.09.059>
- Frydman, H. – Altman, E. I. – Kao, D. L. (1985): Introducing Recursive Partitioning for Financial Classification: The Case of Financial Distress. *The Journal of Finance*, 40 (1), pp. 269–291. ISSN 00221082, DOI <http://dx.doi.org/10.1111/j.1540-6261.1985.tb04949.x>
- Giordani, P. – Jacobson, T. – von Schedvin, E. – Villani, M. (2014): Taking the Twists into Account: Predicting Firm Bankruptcy Risk with Splines of Financial Ratios. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. 49 (4), pp. 1071–1099. ISSN 00221090, DOI <http://dx.doi.org/10.1017/S0022109014000623>
- Grice, J. S. – Dugan, M. T. (2001): The Limitations of Bankruptcy Prediction Models: Some Cautions for the Researcher. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 17 (2), pp. 151–166. ISSN 0924865X, DOI <http://dx.doi.org/10.1023/A:1017973604789>
- Ignatov, A. (2006): Valuation of Distress Company. Letöltés ideje: 2015.09.13. Letöltés helye: <http://www2.wiwi.hu-berlin.de/hns/material/SP-Distressed%20company%20valuation.pdf>
- Iturriaga, F. J. L. – Sanz, I. P. (2015): Bankruptcy visualization and prediction using neural networks: A study of U.S. commercial banks. *Expert Systems with Applications*, 42, 2857–2869.
- Katits, E. (2010): A vállalati válság pénzügyi menedzselése: teória és praxis. Budapest: Saldo.
- Kim, B. J. (2007): Bankruptcy Prediction: Book Value or Market Value? *Korean Insurance Journal*. Letöltés ideje: 2015.10.02. Letöltés helye: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1579929
- Krystek, U. (1987): Unternehmungskrisen: Beschreibung, Vermeidung und Bewältigung überlebenskritischer Prozesse in Unternehmungen. Wiesbaden: Gabler. ISBN 9783322825568, DOI <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-322-82555-1>
- Központi Statisztikai Hivatal (2015): A regisztrált gazdasági szervezetek száma, 2014. *Statisztikai Tükör*, 2015/22. Letöltés ideje: 2015.09.22. Letöltés helye: <https://www.ksh.hu/docs/hun/xftp/gyor/gaz/gaz21412.pdf>
- Miller, W. (2009): Comparing Models of Corporate Bankruptcy Prediction: Distance to Default vs. Z-Score. Morningstar, Inc. Letöltés ideje: 2015.09.20. Letöltés helye: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1461704

- Moody's Analytics (2012): Public Firm Expected Default Frequency (EDF) Credit Measures: Methodology, Performance and Model Extensions. Letöltés ideje: 2012.12.05. Letöltés helye: <http://www.moodyanalytics.com/~media/Insight/Quantitative-Research/Default-and-Recovery/2012/2012-28-06-Public-EDF-Methodology.ashx>
- Ohlson, J. A. (1980): Financial Ratios and the Probabilistic Prediction of Bankruptcy. *Journal of Accounting Research*, 18, pp. 109–131. ISSN 00218456, DOI <http://dx.doi.org/10.2307/2490395>
- Ross, S. A. – Westerfield, R. W. (1988): Corporate Finance. St. Louis: Times Mirror-Mosby.
- Shumway, Tyler (2001): Forecasting Bankruptcy More Accurately: A Simple Hazard Model. *The Journal of Business*, 74 (1), pp. 101–124. ISSN 00219398, DOI <http://dx.doi.org/10.1086/209665>
- Tian, S. – Yu, Y. – Guo, H. (2015): Variable selection and corporate bankruptcy forecasts. *Journal of Banking & Finance*, 52, pp. 89–100. ISSN 03784266, DOI <http://dx.doi.org/10.1016/j.jbankfin.2014.12.003>
- Virág, M. (2004): A csődmodellek jellegzetességei és története. *Vezetéstudomány*, 35 (10), pp. 24–32.
- Virág, M. – Kristóf, T. (2005): Az első hazai csődmodell újraszámítása neurális háló segítségével. *Közgazdasági szemle*, 52 (2), pp. 144–162.
- Virág, M. – Kristóf, T. (2006): Iparági rátákon alapuló csőd-előrejelzés sokváltozós statisztikai módszerekkel. *Vezetéstudomány*, 37 (1), pp. 25–35.
- Xu, Ming – Zhang, Chu (2009): Bankruptcy prediction: the case of Japanese listed companies. *Review of Accounting Studies*, 14 (4), pp. 534–558. ISSN 13806653, DOI <http://dx.doi.org/10.1007/s11142-008-9080-5>
- Zmijewski, M. E. (1984): Methodological Issues Related to the Estimation of Financial Distress Prediction Models. *Journal of Accounting Research*. Studies on Current Econometric Issues in Accounting Research 1984, 22, pp. 59–82. ISSN 00218456, DOI <http://dx.doi.org/10.2307/2490859>