

Forgólézeres szintezőműszer kalibrálása

Kalmár János, Orbán Aladár, Gribovszki Katalin
MTA CSFK GGI
kalmar@ggki.hu

ÖSSZEFOGLALÓ: A forgólézeres szintezőműszer lézerefényének mérésakor mindig vízszintes síkban kell körbeforognia, ettől való eltérése csak korlátok közt (pl. ± 0.5 mm/m) megengedett. Az irányzási szintezőműszer helyzeti hibáját a horizontferdeség és a kúphiba okozhatja. A korábbi vizsgálatok során nem tudták elkülöníteni a két szöghiba hatását, de geometriai modellezéssel sikerült kimutatnunk, hogy speciális helyzetű skála-pozíciókkal a két szöghiba a skálánál detektált magassági hibák alapján elkülönülten meghatározható.

ABSTRACT: During the measurement procedure, the laser beam of the rotary laser level equipment always have to roll over horizontally. The tail swing of the horizontal roll over is limited, and only about ± 0.5 mm/m allowed. Positional error of the rotary laser level equipment can be caused by horizon-skewness and cone error. Previous studies could not separate the effect of the mentioned angle errors, but our geometric modeling made it possible, that the angle errors can be separately determined by special located foot rules. In order to determine separately the angle errors, it is necessary to use the height errors detected at this special located foot rules.

1. Bevezetés

Intézetünk Tárczy-Hornoch Antal mérőcsarnokában geodéziai műszerek kalibrálása folyik, azaz szabatos mérésekkel megállapítják, hogy a vizsgált műszerek pontossága teljesíti-e a gyártó által vállaltakat – ha nem, akkor szükség van a műszer szakszervizben vagy gyártónál történő beszabályozására.

A forgólézeres szintezőműszer (1. ábra) belső szerkezetét sajnos nem ismerjük. Feltételezhető, hogy a műszerben van egy állótengely, melyet a műszer felállítása után egy elmés szerkezet automatikusan függőlegesre állít. A lézer fényforrás az állótengely belsejében van felszerelve. Az állótengely felső végére derékszögű prizmat helyeznek, amely az állótengely körül forgatható, és amely az eredetileg függőlegesen haladó lézer-fényt 90 fokkal megtörve vízszintes irányba tereli. Forgás közben a prizma által kivetített lézerefény vízszintes síkot tűz ki.



1. ábra. Egy nívós Leica forgólézer szintező szet

2. A szintezőműszer kalibrálása

Vizsgálatainknál a műszert a 30 m hosszú és 4,6m széles laboratóriumunk közepén állítottuk fel (2. ábra), egy vízszintesre szintezett felületen. A terem 4 falára egy-egy függőlegesre állított, mm osztású léceket (skálát) helyeztünk el, amelyeknek kezdőpontját egyforma magasságúra állítottuk.

A legegyszerűbb vizsgálatoknál csupán azt figyeljük, hogy a kivetített fény egyforma magasságban pásztázza-e a léceket, (az elkerülhetetlen műszerszabályozási hibák miatt ez még sohasem fordult elő), illetve, hogy mekkora a léceken leolvasott értékek egymástól való eltérése. Ez csupán tájékoztató adatokat szolgáltat az adott távolságokon a műszer pontosságáról.

Részletesebb vizsgálatoknál meghatározhatjuk az adott műszermagasságban vízszintesen haladó fény helyes leolvasási értékét is (*Kell* érték) a következő módon:

Tekintsük műszermagasságnak a műszer üveg-falán megjelenő kör-alakú fényfolt középpontját. Ez a további műveletek részére úgy jeleníthető meg, hogy a kilépő fény útját vékony papírlappal zárjuk el. Ezen az ernyőn megjelenő kör-alakú fényfolt középpontja a felsőrendű szintezés szabályai szerint a lécre vetíthető. Az így kapott lécepozíció lesz a műszerből kilépő és vízszintesen haladó fény helyes leolvasási, vagy *Kell* értéke mind a 4 skálán.

A további vizsgálatok alatt a forgó lézer az műszerhibákkal terhelt értékeket vetíti a lécekre. Ezek a *Van* értékek. A *Van - Kell* különbség értékei az *s* skála pozíciójától függő $\delta(s)$ műszerhibák.

Az *r* távolság és a δ hiba ismeretében a műszer hibája γ szögértékben is kifejezhető. A hiba ismert γ szöge viszont lehetővé teszi, hogy korrekció céljából a gyakorlati munkáknál bármely *r* léctávolságra kiszámítható legyen a δ műszerhiba [1].

fényvető eltérése pedig az állótengelyre merőlegestől β (kúphiba), akkor a mért δ műszerhiba az alábbi képletekkel számolható (α és β kicsi szöghibák)

$$\delta = r \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \beta) \approx r \cdot (\alpha + \beta) \quad (1)$$

Látható, hogy a δ műszerhiba akkor is lehet nulla, ha mindkét szöghiba létezik, de ellenkező nagyságú, ezért egyetlen skálapozícióval (méréssel) a műszer nem minősíthető. (1) miatt β felírható az alábbi egyszerű alakban:

$$\beta \approx \delta/r - \alpha \quad (2)$$

Hasonló összefüggések érvényesek az átellenes skálapozícióban: $r' = r$

$$\delta' = r \cdot \operatorname{tg}(-\alpha + \beta) \approx r \cdot (-\alpha + \beta) \quad (3)$$

$$\beta \approx \delta'/r + \alpha \quad (4)$$

A β kúphiba konstans, ezért (2) = (4) miatt:

$$\alpha = (\delta - \delta')/2/r \quad (5)$$

és (2)-be α -t (5) alapján visszahelyettesítve kapjuk:

$$\beta \approx \delta/r - \alpha = (\delta + \delta')/2/r \quad (6)$$

A (6) képlet alapján látható, hogy a β kúphiba már két, átellenes skálapozíción mért műszerhibából meghatározható, de α horizontferdeség (5) nagysága a fényvető irányításától függ, mert az állótengelynek a lézerefény sugara és a fényvető prizmán át húzott függőleges egyenes által kifeszített síkra eső merőleges vetülete fogja definiálni α pillanatnyi értékét.

Az állótengely horizontferdeségét egyetlen α szöggel nem tudjuk jellemezni, szükség van a fényvető irányára is, de mindkettő helyettesíthető az állótengely $\mathbf{a} = (x_t, y_t, 1)$ irányvektorával. Ha az állótengely hibamentes, vagyis függőleges helyzetű, akkor $x_t = y_t = 0$.

A skálán a *Kell* pozíció (ahová a lézerefény hibamentes műszer esetén világítana) \mathbf{b} irányvektora a műszer fényvető origójú koordináta-rendszerében

$$\mathbf{b} = (x_s, y_s, 0) \text{ lesz, és jelölje } r = (x_s^2 + y_s^2)^{1/2}$$

a műszer és a skála (mérőléc) távolságát. Ismert, hogy

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = x_t \cdot x_s + y_t \cdot y_s = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \cos(\alpha + 90^\circ) = -|\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \sin(\alpha),$$

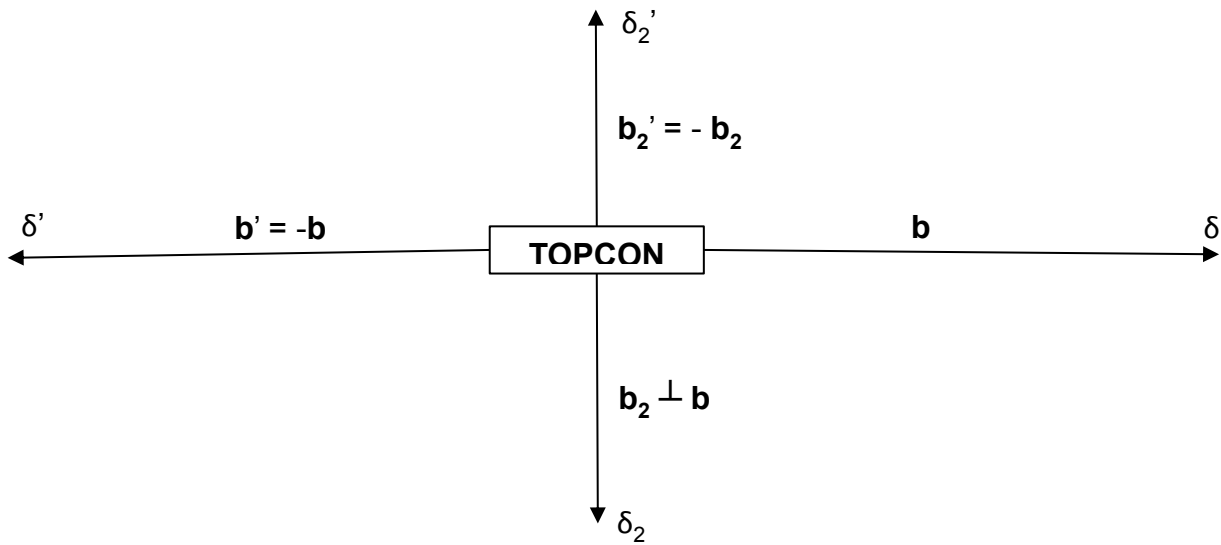
ahol $|\mathbf{a}| = (x_t^2 + y_t^2 + 1)^{1/2}$, és $|\mathbf{b}| = r$, ezért

$$\sin(\alpha) = -(x_t \cdot x_s + y_t \cdot y_s)/r/|\mathbf{a}| \quad (7)$$

$$\alpha \approx -(x_t \cdot x_s + y_t \cdot y_s)/r/|\mathbf{a}| \quad (8)$$

Az állótengely irányvektorának, vagyis a horizontferdeség meghatározásához további mérésekre van szükség, mert (5) = (8) csak egy egyenletet ad az állótengely keresett (x_t, y_t) koordinátáira.

Az új magassági mérések az első két mérés tengelyére merőlegesen történjenek (3. ábra).



3. ábra. A műszer kalibrálásának skálapozíciói

A merőleges tengelyen a skálák helyvektorai:

$\mathbf{b}_2 = (y_s, -x_s, 0)$ és $\mathbf{b}_2' = -\mathbf{b}_2$ lesznek, amivel aktualizáljuk az (5) és (8) képleteket:

$$\alpha_2 = (\delta_2 - \delta_2')/2/r \quad (9)$$

$$\alpha_2 \approx -(x_t \cdot y_s - y_t \cdot x_s)/r \cdot |\mathbf{a}| \quad (10)$$

A állótengely \mathbf{a} irányvektorának (x_t, y_t) koordinátáit ezután az (5) = (8) és a (9) = (10) egyenletek megoldásaként kapjuk:

$$-x_t \cdot x_s - y_t \cdot y_s = |\mathbf{a}| \cdot (\delta - \delta')/2 \quad (11)$$

$$-x_t \cdot y_s + y_t \cdot x_s = |\mathbf{a}| \cdot (\delta_2 - \delta_2')/2 \quad (12)$$

A (11) – (12) egyenletek $|\mathbf{a}|$ jelentése miatt egy két-ismeretlenes másodfokú egyenletrendszerhez vezetnek, aminek létezik ugyan algebrai megoldása, de túl bonyolult.

Egyszerűsítsünk annyit a skálák elrendezésén, hogy az első (δ műszerhibájú) műszerállás x tengelyirányú legyen, ezért $x_s = r$, és $y_s = 0$, továbbá vezessük be a $\delta_{12} = \delta' - \delta$, illetve $\delta_{34} = \delta_2 - \delta_2'$ jelöléseket;

akkor a (11) – (12) egyenletrendszer a következőképpen néz ki:

$$x_t = |\mathbf{a}| / r/2 \cdot \delta_{12} \quad (13)$$

$$y_t = |\mathbf{a}| / r/2 \cdot \delta_{34} \quad (14)$$

A (13)-(14) egyenletrendszert egyváltozósra vezethetjük vissza, ha az (x_t, y_t) koordinátákat

$$x_t = q \cdot \delta_{12}, \quad y_t = q \cdot \delta_{34} \quad (15)$$

alakban keressük. Helyettesítsük (15)-öt pl. (13)-ba, akkor kapjuk, hogy

$$q = \pm 1/(4 \cdot r^2 - \delta_{12}^2 - \delta_{34}^2)^{1/2} \quad (16)$$

Mi nem csak az állótengely irányvektorát, hanem annak a függőlegestől való α_{\max} eltérését is keressük, amit az alábbi képlet szolgáltat:

$$\sin(\alpha_{\max}) = (x_t^2 + y_t^2)^{1/2} / |\mathbf{a}|. \quad (17)$$

(x_t, y_t) (15) – (16) megoldását behelyettesítve és egyszerűsítve kapjuk:

$$\sin(\alpha_{\max}) = (\delta_{12}^2 + \delta_{34}^2)^{1/2} / 2/r. \quad (18)$$

A (18) képletből a szinusz függvényt argumentumával helyettesíthetjük, mert várhatóan kis α_{\max} hibaszögről van szó.

A fényvető β kúphibájának (6) képlete úgy interpretálható, hogy két átellenes műszerhiba átlagát osztjuk a skálák r műsértávolságával. Az állótengely irányvektorának meghatározásához viszont négy skála-pozícióra volt szükség, ezért a δ_2, δ_2' átellenes műszerhibák alapján is felírható β egy becslése. Végeredményben a négy skálapozíció miatt a műszer β kúphibájára két becslésünk lesz, ezeket átlagolva a statisztikailag robusztusabb

$$\beta = (\delta + \delta' + \delta_2 + \delta_2') / 4/r \quad (19)$$

kúphiba becsléshez jutunk, azaz vesszük a négy műszerhiba átlagát, és elosztjuk azt a műszer és a skála távolságával. Vegyük észre, hogy a (18)-(19) képletek jól interpretálják a szöghibák alapeseteit:

- A műszernek csak horizontferdeségi hibája van. Az átellenes műszerhibák egyformák, de ellentétes előjelűek: $\delta + \delta' = 0, \delta_2 + \delta_2' = 0$, tehát $\beta = 0$, vagyis nincs kúphiba.
- A műszernek csak kúphibája van. A műszerhibák egyformák: $\delta = \delta' = \delta_2 = \delta_2'$, ezért $\beta = \delta/r$, de $\delta/r = \text{tg}(\beta)$, ami kis szögeknél jó közelítő értéke β -nak. Ezen megfontolás alapján β (19) becslését tovább élesíthetjük:

$$\text{tg}(\beta) = (\delta + \delta' + \delta_2 + \delta_2') / 4/r \quad (20)$$

4. A szöghibák becslése modellezett műszerhibák alapján

Különböző \mathbf{a} állótengely irányvektorokat, vagyis α_{\max} horizontferdeségeket és β kúphibákat modelleztünk. Adott \mathbf{b} irányvektorú skálapozícióhoz (7) alapján kiszámítottuk az állótengely vetületének α eltérését a függőlegestől, és az $r = |\mathbf{b}|$ léctávolság ismeretében (1) alapján kiszámítottuk a δ műszerhibákat. Megvizsgáltuk, hogy a (15), (16) képletek milyen pontosan adják vissza az állótengely irányvektorát, illetve a (18), (19) képletek a modellezett szöghibákat. Kiderült, hogy a becslések csak a harmadik értékes jegyben térnek el a modellezett értékektől (1. táblázat).

modellezett kúphiba (β)	a állótengely iránya		horizont-ferdeségi hiba (α_{\max})	skálapozíciók		modellezett δ műszerhiba
	x_t	y_t		x_s	y_s	
3°	0,06	0,08	$5,7105931^0$	3	0	-0,02213403
becsült kúphiba (β)	a állótengely becsült iránya		horizont-ferdeségi becsült hiba (α_{\max})	-3	0	0,33770862
	x_t	y_t		0	-3	0,39846009
$3,0149449^0$	0,060276	0,080481	$5,7418185^0$	0	3	-0,08200263

1. táblázat. A szöghibák becslése a modellezett műszerhibák alapján

Ezen csekély hiba forrása is megmagyarázható: a képletek levezetésekor a szinusz és tangens szögfüggvényeket argumentumukkal helyettesítettük, ami 0 közelében elfogadott egyszerűsítés. A modellezett szöghibák viszont 3 – 6 fokokak voltak, amik már elég távol vannak az origótól ahhoz, hogy becslési hibát okozzanak – a gyakorlatban a megfelelő pontosságú műszerek szöghibái 1 szögperc alatt vannak, vagyis két nagyságrenddel kisebbek.

A levezetett becslő képletek csak a skálák és a műszer r távolságát illetve a δ műszerhibákat tartalmazzák. Megvizsgáltuk, hogyan változnak a számítási eredmények, ha nem standard skálapozícióból (az első mérőléc az x tengelyhez képest $\gamma = 70^\circ$ szöggel elforgatott pozícióban van) indulunk ki (2. táblázat).

modellezett kúphiba (β)	a állótengely iránya		horizont-ferdeségi hiba (α_{\max})	skálapozíciók		modellezett δ műszerhiba
	x_t	y_t		x_s	y_s	
3°	0,06	0,08	$5,7105931^0$	1,026	2,819	-0,1290985
becsült kúphiba (β)	a állótengely becsült iránya		horizont-ferdeségi	-1,026	-2,819	0,4464304
	x_t	y_t	becsült hiba (α_{\max})	2,819	-1,026	0,0704527
$3,0149908^0$	0,096407	-0,02911	$5,7418185^0$	-2,819	1,026	0,2442570

2. táblázat. A szöghibák becslése nem standard skálapozíciók esetén

Kiderült, hogy a szöghibák (18) és (19) becslése invariáns (nem változik) az elforgatásra (előzetesen ezt vártuk), viszont az a állótengely irányvektorának (15) és (16) alapján becsült (x_t, y_t) koordinátáit az első skálapozícióba forgatott x tengelyű koordináta-rendszerben kaptuk meg. Mindezekből következően a valódi (x_t', y_t') koordinátákat úgy számíthatjuk ki, hogy a becsült koordinátákat ugyanolyan forgatásnak vetjük alá, mint amilyen forgatással ($\cos(\gamma) = x_s / r, \sin(\gamma) = y_s / r$) az első (x_s, y_s) műszerállást nyertük a standard ($r, 0$) pozícióhoz képest:

$$x_t' = (x_t \cdot x_s - y_t \cdot y_s)/r, \quad y_t' = (x_t \cdot y_s + y_t \cdot x_s)/r \quad (21)$$

5. Az eljárás tesztelése műszervizsgálattal

A mérőcsarnokban korábban egy TOPCON forgólézeres szintezőműszer lett kalibrálva, vagyis meg lettek mérve a négy mérőlécen a műszerhibák. A mérés során teljesült az átellenes skálatengelyek merőlegessége, de a vizsgálóhelyiség adottságai miatt a műszertől a skálák eltérő távolságra helyezkedtek el (3. ábra, $|\mathbf{b}_1| = 15 \text{ m}, |\mathbf{b}_2| = 2,3 \text{ m}$). A mért δ műszerhibákat ezért a háromszög hasonlóság alapján 10 méter műszer-skála távolságra normáltuk, és az így korrigált hibák alapján számítottuk ki a kúphibát és a horizontferdeséget (3. táblázat). A műszerhibákból jól látszott, hogy a műszer pontos, mérési hibája nem haladta meg a 0,5 mm/m-t, ezért csak kis szöghibákra számítottunk.

Képleteinket alkalmazva az α_{\max} szöghibák átlaga 38 szögmásodperc, a β szöghibák átlaga pedig 24 szögmásodperc lett, vagyis a műszernek valóban csak elhanyagolható irányhibája van. Azért beszélhetünk átlagról, mert a műszerrel több mérési sorozatot végeztünk úgy, hogy közben a műszer helyzetét (állótengelyét) változtattuk, azimutját a főirányokba ($0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$) forgattuk. Az átlagolt eredmények hibáját a szórásukkal jellemezhetjük, és az α_{\max} szöghibák szórása 5 szögmásodperc, a β kúphibák szórása pedig 3 szögmásodperc lett, ami a pontos mérések mellett a számított szöghibák (vagyis (18)-(19) képletek) jó becslésére utal.

Műszer azimut	Skála pozíció	Hiba mm	Korrigált hiba	Skálatáv méter	Sugár m	$\delta_{12} =$ $\delta' - \delta$	$\delta_{34} =$ $\delta_2 - \delta_2'$	α_{\max} radián	β radián	α_{\max} fok	β fok	α_{\max} sec	β sec
0°	δ'	1,5	1,00	15	10	1,667	3,913	0,00021	0,00011	0,0122	0,0061	44	22
	δ_2'	0,0	0,00	2,3									
	δ	-1,0	-0,67	15									
	δ_2	0,9	3,91	2,3									
90°	δ'	0,8	0,53	15	10	1,200	3,043	0,00016	0,00014	0,0094	0,0079	34	28
	δ_2'	0,3	1,30	2,3									
	δ	-1,0	-0,67	15									
	δ_2	1,0	4,35	2,3									
180°	δ'	-0,9	-0,60	15	10	-1,933	-3,478	0,00020	0,00011	0,0114	0,0060	41	22
	δ_2'	0,8	3,48	2,3									
	δ	2,0	1,33	15									
	δ_2	0,0	0,00	2,3									
270°	δ'	-0,9	-0,60	15	10	-1,867	-2,609	0,00016	0,00013	0,0092	0,0072	33	26
	δ_2'	0,8	3,48	2,3									
	δ	1,9	1,27	15									
	δ_2	0,2	0,87	2,3									
Átlag								0,00018	0,00012	0,0105	0,0068	38	24
Szórás								0,00003	0,00002	0,0015	0,0009	5	3

2. táblázat: a TOPCON műszer kalibrálásának eredménye

6. Összefoglaló

Geometriai modellezéssel sikerült kimutatnunk, hogy speciális helyzetű mérőléc pozíciókkal a forgólézeres szintezőműszer horizontális ferdesége és kúphibája a léceknél mért magassági hibák alapján elkülönülten meghatározható.

A (11)-(12) két ismeretlenes, másodfokú egyenletrendszer megoldásait feltűnően egyszerű (15)-(16) alakban sikerült felírni, a szöghibák pedig a (18)-(19) képletek alapján számíthatók.

Mind a kísérleti számmodellekben (1. és 2. táblázatok), mind a valós mérések (3. táblázat) alapján sikerült az elméleti eredményeket (képleteket) validálni.

Irodalomjegyzék

- [1] [Orbán, A. (2000) Minőségügyi kézikönyv. Forgólézeres szintezőműszerek kalibrálása. Belső használatra.