

Didaktičko-metodičke osnove istraživanja savremene metodičke transformacije elemenata kombinatorike u početnoj nastavi matematike¹

Uvod

Pojave u životu i radu su sve složenije i njihovo razumevanje zahteva sve suptilnije pristupe i metode. Polazeći od uloge koju obrazovanje ima u društvenom razvoju, postoji potreba stalnog osavremenjavanja i povećanja kvaliteta obrazovanja u svim njegovim segmentima. To je moguće ostvariti, pre svega u odgovarajućem sistemu obrazovanja, koji je između ostalog uslovljen savremenim planovima i programima nastave, dobro osposobljenim nastavnicima, efikasnom obrazovnom tehnologijom, adekvatnim udžbenicima itd. dakle kvalitetom obrazovanja u celini. U sklopu ovih indikatora, postavlja se pitanje: da li naš program nastave matematike u opštem obrazovanju sadrži sve relevantne elemente koji su potrebni za shvatanje raznih pojava i njihovih međusobnih zavisnosti u životu i radu i u društvu u celini?

Bez logičko-kombinatornog mišljenja svakodnevni život, nastava i učenje, a posebno, nastava matematike su nezamislivi. Međutim logika i kombinatorika eksplicitno ne figurišu u našim programima početne nastave matematike. Otuda ni modelovanje slučajnih pojava, kao ni statističke pojave nisu predmet izučavanja nastave matematike u nas, sve do srednjeg obrazovanja. Zar ne bi bilo prirodnije da logičko-kombinatorno mišljenje negujemo, primenjujemo i izučavamo od početka vaspitanja i obrazovanja?

U novije vreme, među opštim ciljevima i željenim ishodima obaveznog osnovnog obrazovanja značajno mesto zauzimaju:

- „Rešavanje jednostavnih logičko-kombinatornih problema koji se odnose na prebrojavanje objekata, otkrivanje pravilnosti u nizovima brojeva ili objekata“,
- „Ideje i modeli kombinatorike u raznim primenama matematike“ itd. [5]

Uzimajući u obzir mogućnosti rasporeda, grupisanja ili izbora predmeta, kasnije i apstraktnih elemenata, analiza tih mogućnosti, određivanje ukupnog broja mogućnosti, eventualno određivanje optimalne varijante, ili verovatnoće njegovog pojavljivanja se javljaju kao nove ideje u okviru programa početne nastave matematike. Rešavanje ovakvih problema implicira kreativan pristup i primenu novih metoda i tehnika, kao što su metoda otkrivanja, problemska metoda, metoda pretpostavke, kibernetičke metode, grafovi, razni dijagrami, tablice, skupovi i sl. Da li postoji odgovarajuća metodička transformacija za realizaciju ovih novih ideja, sadržaja, metoda i tehnika? Da li su naši učitelji, profesori razredne nastave, pa i naša metodika nastave matematike spremni da prihvataju ove inovacije u početnoj nastavi matematike?

¹ Odlomak iz doktorske disertacije odbranjene na Univerzitetu u Beogradu, Učiteljski fakultet u Beogradu, pod naslovom „Savremene metodičke transformacije elemenata kombinatorike u početnoj nastavi matematike“ Beograd, 2008.

U programima početne nastave matematike nekih razvijenijih zemalja već od prvog razreda osnovne škole se javljaju «teške» teme, kao što su logika, skupovi, kombinatorika, verovatnoća i statistika, ali na «lak način». S obzirom na uzrast dece na ovom nivou obrazovanja, procesi i dometi saznanja su ograničeni prevashodno na ono što je konkretno, materijalno, očigledno. Na putu ka izgrađivanju *apstraktnih* pojmova značajnu ulogu igraju razni *primeri* (kroz igru, ispitivanje slučajeva, simulacije), i odgovarajuća *mentalna slika*, koja se formira na osnovu lične i individualne projekcije na *objektivni*, spoljni svet. Igra, simulacije i istraživanja slučajeva se javljaju i odvojeno i istovremeno, i to u raznim kombinacijama. Suština je u tome da se formiranju matematičkih pojmova pristupa spiralno, polazeći od manipulacija stvarima, didaktičkim materijalom, preko istraživanja slučajeva i simbolične simulacije.

Analiza cilja i zadataka početne nastave matematike

Nastavni program matematike za osnovnu školu u Republici Srbiji definiše cilj i zadatke nastave matematike [4].

„Cilj nastave matematike u osnovnoj školi jeste: da učenici usvoje elementarna matematička znanja koja su potrebna za shvatanje pojava i zavisnosti u životu i društvu; da osposobi učenike za primenu usvojenih matematičkih znanja u rešavanju raznovrsnih zadataka iz životne prakse, za uspešno nastavljanje matematičkog obrazovanja i za samoobrazovanje; kao i da doprinese razvijanju mentalnih sposobnosti, formiranju naučnog pogleda na svet i svestranom razvitku ličnosti učenika.”

Zadaci početne nastave matematike u Srbiji se svode na konkretizaciju cilja, kao npr.:

- da učenici stiču znanja neophodna za razumevanje kvantitativnih i prostornih odnosa i zakonitosti u raznim pojavama u prirodi i društvu;
- da razvija učenikovu sposobnost posmatranja, opažanja i logičkog, kritičkog, stvaralačkog i apstraktnog mišljenja;
- da učenici savladaju osnovne operacije s prirodnim brojevima, kao i osnovne zakone tih operacija, itd.

Nastavni program matematike u Srbiji od 1. do 4. razreda osnovne škole predviđa sledeće teme:

- Predmeti u prostoru i odnosi među njima.
- Geometrijske figure (prostorne i ravne).
- Skupovi.
- Prirodni brojevi (sabiranje i oduzimanje, množenje i deljenje, jednačine, nejednačine, problemi).
- Razlomci.
- Merenje i mere.

Reč je o osnovnim, nedovoljno formiranim pojmovima, osnovnim računskim operacijama sa prirodnim brojevima i njihovim osobinama, elementarnim geometrijskim figurama, telima i osnovnim merama. Prilikom rešavanja raznih

problema primenom matematičkih modela, biraju se odgovarajuća matematička znanja, povezuju se u funkcionalne celine i time nastaju odgovarajući matematički modeli. To nimalo nije jednostavan i rutinski zadatak. Bez uvežbanih tehnika, upoznatih „shema”, gotovih algoritama, poznatih matematičkih modela i odgovarajućih iskustava u rešavanju pojedinih tipova problema, samo viši nivoi misaonih operacija, stvaralaštvo, kreativan pristup rešavanju problema bi mogli dovesti do željenog cilja. Ovaj pristup bi implicirao slobodu divergentnog mišljenja u početnoj nastavi matematike, primenu otkrivajuće metode, što se u našem školstvu smatra nedovoljno racionalnim.

Težnja ka što efikasnijim i racionalnijim načinom rešavanja problema nastavu matematike usmerava ka uvođenju funkcionalnih didaktičkih modula za rešavanje tipičnih problema. Savladavanjem ovih modula učenici će biti u stanju da po nekom gotovom „algoritmu”, šablonu rešavaju određene klase problema. Ova strategija nastave matematike bazira se na sposobnostima izvršavanja logičkih operacija, na specijalnim matematičkim sposobnostima i konvergentnom mišljenju, usmeravajući sve intelektualne snage učenika na najracionalnije rešenje, suprostavljajući se time originalnosti, bogatstvu ideja, neobičnosti i duhovitosti u pristupu problemima i uopšte razvijanju tih sposobnosti kod učenika.

Možda bi problem mogli postaviti i na drugi način. Da li cilj i zadaci početnog matematičkog obrazovanja treba da se svode na savladavanje i primenu gotovih matematičkih objekata, ili ravnopravno sa ovim dimenzijama nastave treba uvažavati i stvaranje matematičkih objekata i odgovarajuće vaspitne mogućnosti te nastave? Odgovor se prosto nameće, iako nastavna praksa to nedovoljno reflektuje.

Cilj heuristike je pronalaženje strategija za rešavanje problema. Osećanje, koje se javlja u učeniku na početku rešavanja problema, mora se uvažiti, ali je tada potrebno tražiti racionalne, jasne razloge "za" ili "protiv" učenikovog osećanja shvatanja problema. Misli učenika obično "lutaju", zatim mora uključiti svoja znanja, iskustva i maštu, da bi iz svakog dela datog problema izvukao neki relevantan podatak, korisnu ideju koji će mu pomoći da dođe do cilja u rešavanju logičko-kombinatornih problema.

Logičko-kombinatorni zadaci u nižim razredima osnovne škole ne mogu se rešavati pomoću datih „pravila“ za rešavanje, nego se njihovo rešavanje svodi na logičko razmišljanje i formiranje određenih algoritamskih misaonih operacija. Intuicija i izvesna matematička kultura, koja se stiče samostalnim usvajanjem matematičkih znanja i učenjem putem otkrića su preduslovi za rešavanje ovih zadataka. Rešavanje logičko-kombinatornih zadataka u početnoj nastavi matematike, obično predstavlja samostalno pronalaženje sopstvenog postupka za rešavanje zadatog problema. Pojedinci koji su navikli da primaju gotova znanja, ne mogu rešavati složenije zadatke s potpunim razumevanjem, te ih najčešće rade šablonski, po analogiji i najčešće neuspešno.

Prirodnu radoznalost učenika treba maksimalno iskoristiti, te svakom pojedincu omogućiti da izrazi svoj stvaralački potencijal. Treba im stvoriti šansu da aktivno i samostalno učestvuju u sticanju novih znanja, kako bi zadovoljili svoju radoznalost. Učenike treba podsticati da kombinatorne probleme rešavaju u sferi originala, kombinacijom misaonih operacija, kako bi proverili svoje sposobnosti logičkog mišljenja. To ne znači da se učenik ostavlja „sam" s problemom, sa očekivanjem da će uspeti da se izbori s njim, koristeći sav svoj

intelektualni potencijal. Motivacija je vrlo bitan momenat u rešavanju logičko-kombinatornih problema, zato što učenik sam mora da kreira proces rešavanja, da bude uporan i ne odustane posle prvih pokušaja.

Strategija kreativnosti u početnoj nastavi matematike

Saznanja u početnoj nastavi matematike obično započinju manipulacijom stvarima, didaktičkim materijalom, slikama i sl. Ovu fazu prati živo opažanje, izdvajanje bitnog i zanemarivanje nebitnog u datim primerima, formiranje mentalnih slika, zatim i matematičkih pojmova, modela, simbola i termina. Skup elementarnih matematičkih znanja učenika u početnoj nastavi matematike je veoma ograničen i prilično određen. Prilikom rešavanja nekog problema primenom matematičkih modela, biraju se i kombinuju odgovarajuća elementarna matematička znanja, povezuju ih sa stvarnošću i međusobno, stvarajući time odgovarajuće modele, algoritme. Time se rešavanje problema svede na rešavanje-ispitivanje matematičkih modela. Modeliranje stvarnosti nimalo nije jednostavan i rutinski posao. Bez odgovarajućeg algoritma, ili izvesnog iskustva u oblasti matematičkog modeliranja stvarnosti, samo viši nivoi misaonih operacija, stvaralaštvo, odnosno kreativnost može dovesti do željenog cilja. „Živa matematika je imuna raznim dogmama“ (*Andre Revuz, 1970*), ona treba da se zasniva na matematizaciji konkretnih situacija, kako u fazi stvaranja, tako i u fazi primene odgovarajućih matematičkih modela. Sveukupan rad na matematičkom obrazovanju učenika valja bazirati na samostalnosti u radu i stvaralaštvu učenika, dakle na divergentno mišljenje i samostalno otkrivanje matematičkih pojmova i modela, uz individualizovano vođenje nastavnika. I samo rešavanje matematičkih modela može da se odvija algoritamski „šablonski“, ali i kreativnim pristupom, naravno ovom poslednjem, uvek kada je to moguće, valja dati prednost.

Polazeći od opštih didaktičkih principa u početnoj nastavi matematike, izdvajaju se oni principi na kojima se zasniva razvijanje kreativnih osobina učenika. Među njima posebno mesto pripada:

- Principu *vaspitne usmerenosti*, koji proizilazi iz društveno i civilizacijski postavljenih ciljeva i zadataka nastave matematike,
- Principu *individualizacije i svesne aktivnosti*, koji se bazira na posebnostima ličnosti učenika. Dakle učenici, prema svojim mogućnostima i interesovanjima treba sami da aktiviraju svoje umne potencijale, sposobnosti, da dolaze do određenih znanja, veština i navika.
- Principu *motivisanosti*, kao najjačom pokretačkom snagom mlade ličnosti.

Jedinstvo u primeni istaknutih principa u početnoj nastavi matematike stvorice plodno tlo za razvijanje kreativnih osobina ličnosti i kroz nastavu matematike. Naglašavajući vaspitnu usmerenost početne nastave matematike, u prvi plan smo istakli vaspitnu vrednost te nastave, dajući primat slobodi mišljenja, originalnosti i bogatstvu ideja, fleksibilnosti i fluentnosti mišljenja, i to u okviru matematike, jedne duboko determinističke, ali i raznovrsne i za ideje slobodne nauke.

Individualnost u umetnosti, u fizičkim aktivnostima, ili u književnosti je prirodna stvar. U nastavi matematike takođe valja više pažnje posvetiti mogućnostima,

interesovanjima i kombinatornoj fantaziji svakog učenika, da mogu na sopstveni način da izgrade svoja znanja, stavove, veštine i navike.

Lepota i lepršavost same matematike i otkrivanje njenih skrivenih tajni, predstavljaju za učenike pravu unutrašnju motivaciju. Mogućnosti igre sa idejama i slobodu dečjeg stvaralaštva ne treba podcenjivati, ničim sputavati, ili omalovažavati. Originalnost, nekonvencionalnost valja podsticati, pa i nagraditi, a ne proglasiti nepoželjnim i nenormalnim. Međutim, zbog prirode predmeta ovu individualnost valja sistematski kontrolisati odgovarajućom povratnom spregom, naime sloboda „stvaralaštva” u matematici je ipak manja nego u umetničkim predmetima.

Kreativne osobine ličnosti, individualnost i motivisanost su neophodni indikatori u svakoj uspešnoj karijeri savremenog čoveka u jednom otvorenom društvu.

Na osnovu *Halmanovih (Hallman,1970)* indikatora kreativnosti u nastavi, *Vitman (Wittmann,1981)* je precizirao „uslove za podsticanje kognitivnih strategija” koji odgovaraju početnoj nastavi matematike:

1. Sticati znanja putem učenja otkrivanjem.
2. Ohrabriti učenike na divergentno mišljenje.
3. Ometati automatizovane tokove misli i davati prividne paradokse.
4. Postavljati otvorene i izazovne probleme.
5. Pustiti učenike da sami postavljaju probleme i da ih vode dalje.
6. Postići preglednost problema za učenike.
7. Podsticati intuitivno argumentovanje i pretpostavljanje.
8. Učiti heurističke strategije.
9. Izgraditi konstruktivni odnos prema greškama.
10. Podsticati raspravu, refleksiju i argumentaciju.”

Konačno *Vinter (Winter,1991)* daje „predloge za vežbanje kreativnosti“ koji su po njemu „najviše teoretski opravdani i praktično mogući za realizaciju”:

1. Probleme (ne dati, nego) razviti iz konteksta koji deluje izazovno, stimulisati na pitanja.
2. Ukazati na mogućnosti slobodnog eksperimentiranja, naročito čulne prirode i ohrabriti na davanje pretpostavki.
3. Dovoljno daleko držati pomagala za učenje i otkrivanje, manje nuditi pomagala za nalaženje rezultata, a više pomagala za samostalno nalaženje rezultata.
4. Pobrnuti se za toplu atmosferu za učenje, naročito biti uzdržan u ocenjivanju (tačno/netačno) doprinosa učenika, uklanjati stidljivosti zbog davanja neobičnih predloga.
5. Predočiti heurističke strategije i govoriti uopšteno o mišljenju, izražavanju, predstavljanju, pamćenju, sećanju, zaboravljanju, greškama, vežbanju itd.
6. Učiniti jasnim sadržajni ili „formalni” značaj teme.”

Nastavu matematike treba posmatrati kao deo jedne obuhvatnije nastavne koncepcije i kreativno podsticajnog stila nastave, koji stvara odgovarajuću podlogu i slobodne prostore. Osnovna načela takve nastave su postavili *Halman, Vitman i Vinter*, na kojima su bazirani: problemska nastava, nastava rešavanja problema, nastava otkrivanjem, heuristička nastava, nastava usmerena na primenu i na projekte

itd. Međutim u konkretnoj nastavi do sada nikome nije uspelo da sve ove značajne pojedinačne predloge povežu u jednu obuhvatniju celinu (curriculum). To zahteva, između ostalog sistemske promene u obrazovanju, odgovarajuće obrazovanje i usavršavanje nastavnika, primerene opšte uslove u školi i sl.

Zaključak

Pripremanje i sazrevanje pojma kombinatorike, putem raznovrsnih igara i sticanjem određenih iskustava u procesu stvaranja, posmatranja, analize i rešavanja odgovarajućih logičko-kombinatornih problema, uz uvažavanje osobenosti dece, koji podrazumeva i odgovarajuću metodičku transformaciju, moguće je i korisno, već od nižih razreda osnovne škole.

Na osnovu ukupnih rezultata sprovedenih istraživanja u ovom radu – disertaciji (teorijskih, eksperimentalnih i na osnovu anketiranja učenika i nastavnika), se može zaključiti:

Propedeutika kombinatorike (odgovarajuća metodička transformacija), koja predstavlja novinu u našoj metodičkoj teoriji i praksi, daje značajan doprinos shvatanju i rešavanju logičko-kombinatornih problema, razvijanju kreativnosti učenika, kao i motivisanosti učenika za bavljenje matematikom, što je izuzetan doprinos unapređivanju i popularizaciji početne nastave matematike, a svakako će predstavljati i određeni prilog uspešnijem izučavanju i primeni matematičkih modela kombinatorike u daljem obrazovanju.

Izbor iz literature

1. Dejić, M., Egerić, M., (2003), *Metodika nastave matematike*, Učiteljski fakultet u Jagodini, Jagodina.
2. Dienes, Z., (1999), *Épitsük fel a matematikát*, SHL Hungary Kft., Budapest
3. Kvašček, R. (1976), *Psihologija stvaralaštva*, Beogradski izvdaačko grafički zavod, Beograd.
4. *Nastavni program matematike za osnovnu školu u RS*, Službeni glasnik RS – Prosvetni glasnik, Br. 10/2004, 1/2005.
5. *Opšte osnove školskog programa, Republika Srbija*, Ministarstvo prosvete i sporta, Beograd, 2003.
6. Revuz, A., (1970), *Mathématique moderne-Mathématique vivante*, O.C.D.L., Paris
7. Skemp, R.R.,(1971), *The Psychology of Learning Mathematics*, Penguin Books Ltd. Harmondsworth.
8. Varga,T., Pálfi, J., Szendrei, J. (2000), *Matematika didaktusan*, Budapest.
9. Zech, F. (1998), *Grundkurs Mathematikdidaktik – Theoretische und praktische Anleitugen für das Lehren und Lernen von Mathematik*, Beltz Verlag – Weinheim und Basel.