



Валерија ПИНТЕР КРЕКИЋ
PINTÉR KREKITY Valéria

Универзитет у Новом Саду,
Учитељски факултет на мађарском
наставном језику
Суботица, Србија

Újvidéki Egyetem
Magyar Tannyelvű
Tanítóképző Kar
Szabadka, Szerbia

krekcic@eumx.net

**ПСИХОЛОШКО – ПЕДАГОШКИ
АСПЕКТИ ПОЧЕТНЕ НАСТАВЕ
МАТЕМАТИКЕ**

Резиме:

Одређивање стратегије савремене почетне наставе математике представља проблем. Овај рад се бави приказивањем психолошко-педагошких аспеката изградње математичке културе младих генерација. Циљ рада је да афирмише психолошко-педагошке аспекте, као најадекватнију стратегијску основу савремене почетне наставе математике. Познавање и уважавање ових аспеката се сматра основним предусловом остваривања циља и задатака наставе математике.

Кључне речи: психолошко-педагошки аспекти учења, почетна настава математике

Значај математике у савременом друштву, као и њена улога у подизању образовног нивоа ученика, подразумева уважавање и познавање психолошко-педагошких услова и фактора са којима се најефикасније могу остварити циљеви и задаци наставе математике. Значи за успешност усвајања математичких садржаја, за развијање математичких појмова и развијања математичког мишљења код ученика знатно доприноси познавање менталног развоја детета, развоја дечјег мишљења, и како, на који начин да се утиче на тај развој.

Психолози *Смиљанић В. и Толочић И. (1989)* постављају питање: „Зашто проучавамо развој дечјег мишљења?“ Према њима познавање развоја дечјег мишљења омогућава нам да на појединим ступњевима тог развоја боље схватамо тешкоће и напоре које дете улаже да би разумело објективну стварност. Истовремено је веома значајно како утичемо на дете. Наиме, потребно је да га организовано водимо у задацима и захтевима који на одговарајући начин подстичу развој његовог мишљења. То наравно захтева одговарајућа знања, способности и вештине од оних који раде на образовању и васпитању деце.

По питању развоја детета и утицаја на тај развој многи психолози и педагози су изнели своја мишљења, створили различите теорије током историје, а оне се развијају и данас и значајно утичу на развој педагошке мисли и наставну праксу.

Познато је да најинтензивнији ментални развој човека одвија се баш у доба раног детињства у предшколском и школском периоду. Данас је општеприхваћен став да унутрашњим интелектуалним процесима претходи спољашња предметна делатност, која се у одређеним условима преображава у психичку делатност. Долази

до интериоризације спољашње делатности у унутрашњу делатност – мисаону активност. Процесе интериоризације су истраживали многи психолози и педагози.

На основу својих запажања, енглески истраживач дечјег мишљења Сузана Ајзекс (*S. Isaacs, 1953*) тврди да се деца у погледу мишљења и схватања света не разликују битно од одраслих. Разлика је само квантитативна, и, ако их упоредимо са одраслима, изражена је у много мањем обиму дечјег знања и искуства.

Супротно овом схватању је тумачење швајцарског психолога Жана Пијажеа (*J. Piaget, 1896-1980*). Према његовим резултатима, мишљење деце битно се разликује од мишљења одраслих. Разлике су и квалитативне, а не само квантитативне. Сазнајни развој одвија се кроз низ етапа, стадијума, на којима се дешавају одређене квалитативне промене и од којих сваки има властиту карактеристику. Сматра да се развој одвија према сопственим законитостима (пре свега биолошким), а учење је подређено развојном процесу па, стога, ефикасност и брзина учења зависи од одређеног нивоа развоја.

Пијаже није сматрао да развој зависи пре свега од генетичких фактора, нити од спољашње средине саме по себи, него од *активности* организма (потребама организма) која је израз неке неравнотеже. Путем успостављања поремећаја равнотеже организам *асимилира* средину (потреба да укључи ствари и особе у властиту делатност субјекта, односно при коме организам као да на средину ставља своју структуру) и према њој се *акомодира* (мења своје схеме у складу са особеностима средине). Равнотежу између асимилације и акомодације Пијаже назива *адаптацијом*, која је општи облик психичке равнотеже.

Он разликује шест развојних стадијума који обележавају појављивање и развој менталних структура:

1. *Стадијум рефлекса или наслеђених склопова*, првих инстинктивних тежњи (нпр. храњења) и првих емоција.

2. *Стадијум првих моторних навика* и првих организованих опажаја као и првих диференцираних осећања.

3. *Стадијум сензомоторне или практичне интелигенције* (која претходи појави говора).

(Ова три стадијума чине период одојчета – од рођења до 1,5 – 2. године.)

4. *Стадијум интуитивне интелигенције или преоперациона фаза* (опажајна, препојмовна или фаза интуитивне интелигенције) која траје од 2. до 7. године живота.

5. *Стадијум конкретних интелектуалних операција* (почетак логичке интелигенције), и моралних и социјалних осећања сарадње, која траје од 7. до 11. године.

6. *Стадијум апстрактних интелектуалних операција*, образовања личности и афективног и интелектуалног укључивања у свет одраслих (адолесценција).

За васпитно-образовни рад у предшколским установама и у основној школи посебно су значајне Пијажеова 4. односно 5. и 6. фаза развоја (нарочито са аспекта развоја математичког мишљења код деце и младих). Ове фазе нису строго временски разграничене, свака је обележена специфичним достигнућима и сваки следећи означава напредак у односу на претходни, односно надограђују се нова сложенија својства. Прелаз из једне етапе у следећу Пијаже објашњава деловањем четири фактора, а то су зрење, искуство, социјална трансмисија и уравнотежење.

Преоперациони стадијум који обухвата предшколски период (од 2. до 7. године) је веома значајна фаза за формирање појмова уопште, за развој говора и развој процеса интериоризације практичних радњи. У овој фази мишљење детета је чврсто повезано са конкретним радњама и непосредним опажањем.

Стадијум конкретних интелектуалних операција (од 7. до 12. године) карактеристичан је за дете у основној школи. Мисао детета је мање егоцентрична и мање флуидна, мада је још увек везано за конкретне ситуације (непосредно опажање или претходно искуство), иако се већ јавља способност за логичко расуђивање и закључивање. Дакле, мишљење се поступно децентрализује и објективизује. Ову етапу развоја према Пијажеу карактерише *конзервација, реверзибилност, класификација, серијација* итд. Он посебну пажњу посвећује формирању појмова постојаности и конзервације који су непосредно повезани са појмовима материје, тежине и запремине. У његовим експериментима са пластелином (лоптица растењена у „лепињу“, „кобасицу“ односно издељена на ситне комадиће), дете постепено препознаје непроменљивост количине. По њему, дете пре седме године верује да је количина материје, тежине и запремине промењена, после седме године оно верује да је количина материје остала иста, а да су се тежина и запремина променила. Дете око девете године је мишљења, да постоји конзервација (задржавање) тежине, а не и запремине, а око једанаесте године да постоји конзервација и запремине. Дакле, долазе до способности схватања константних величина. Самим тиме долази се и до изградње реверзибилног мишљења, односно да је ново стање могуће вратити на почетно стање (инверзна операција). Значи схватање, да за сваку операцију постоји реверзибилна (обрнута) операција која поништава претходну. Поред реверзибилности развија се код детета и ментална операција *идентитета*, која се састоји у схватању да ако величини ништа није додато нити одузето, онда остаје иста. Пијаже још истиче да делатности мишљења у овом периоду постају и „способне за композицију“ (спојиве), односно састављени од више елемената, чиме је дете способно да ствара целовите системе.

Класификација и серијација су мисаоне операције које дете исто у овом стадијуму савлађује. Оно је у стању да предмете групише према неким њиховим својствима, према одређеним критеријуму (нпр. по сличности, разликама, функцији итд.). Да би знало да формира класу, дете мора да, у оквиру класе, разликује поткласе. Пијаже то назива хијерархијом класа. Дакле, он сматра да у овој фази дете је способно да класификује предмете на основу више својстава истовремено, да спаја две класе на основу једног критеријума и раздваја их на основу неког другог, затим да један исти елеменат може да припада двома класама истовремено, где је једна подређена другој. Серијација је процес распоређивања предмета према неким својим својствима и веома је важно да дете схвати овај процес (распоређивање по величини у низу од најмањег ка највећем и обрнуто).

У овом периоду дете може успешно да савлада све наведене операције у случају само ако манипулише предметима, ако користи конкретно очигледне примере или када те конкретне предмете може да замисли. Није довољно вербално исказати стање.

Стадијум формалних операција (од око 11. до 14-15. године). Карактеристика овог стадијума је да се мишљење потпуно ослобађа конкретности, а расуђује се према законима формалне логике. Дете је способно да схвати апстрактна чињенична

стања, да мисли хипотетички. Оно је сада оспособљено не само за експерименталну индукцију, него и за дедуктивне поступке којима знатно рационализује мисаони процес.

Према критичарима, теорија Жана Пијажеа има доста слабости. Пре свега не прихватају његову тезу да је прелаз из једне развојне етапе у следећу изазван процесом уравнотежавања, да је когнитивни развој условљен само биолошким чиниоцима и да не зависи од учења, да занемарује социјално и културно окружење у којем појединац живи

Узимајући у обзир управо овакве замерке Ханс Ебли (*H. Aebli*) по интерпретацији Фридриха Цеха (*F. Zech, 1998*), Пијажеове стадијуме узима само као нужни след корака у развоју мишљења не узимајући у обзир старост детета. Ебли пре свега наглашава услове васпитања, који могу убрзати, односно успорити развој. Овај развој посматра као суму процеса учења, с једне стране као спонтаних процеса учења у породици, с друге стране усмерено учење, која се одвија у школи где се постепено изграђује, унапређује и учвршћује операција мишљења. По Еблију задатак изградње операције мишљења јесте Пијажеова операција мишљења у смислу способности за „композицију“ и „реверзибилност“, али при томе је веома важно да се све то може применити. Односно, за делотворну изградњу неке операције у настави, по Еблију потребно је доживљавање (интернализација) операције и оперативна обрада. То се спроводи кроз следеће етапе:

1. Ефективно извршавање на *конкретном предмету*.
2. *Сликовито приказивање* предмета и на основу тога замишљање операције.
3. *Користићење знакова (симбола)* за представљање предмета и операција.

Еблијева оперативна метода, која се дакле састоји од интернализације и оперативне обраде операција, има за циљ пре свега разумевање операција, нарочито наглашавајући поступност у разумевању, корак по корак и разумевање њихове везе. Значи, веома је битно да се различити начини приказивања појма што више зближе и ставе у јасан распоред која остављају за дете бољу унутрашњу слику посматране операције. У овом нивоу продубљује се разумевање, али се не долази до аутоматизације, до формализације, већ акценат је на начину постављања сличних задатака, проблема, до изналагања нових алгоритама за решавање на основу поновног промишљања првобитног значаја операције. Наравно веома је важно да на сваком ступњу доживљавања операције подупире се унапред и накнадно вербализацијом делатности.

По становишту Церома С. Брунера (*J.S. Bruner, 1974*) развој процеса мишљења, не одвија се у временски одређеним етапама као код Пијажеа, него истовремено, у оквиру различитих равни мисаоних представа које су међусобно веома зависне. По њему постоје три равни, односно три *начина презентације*, на основу којих човек доноси закључке о свом окружењу. То су:

- *акциони начин* сазнавања на основу сопствених радњи (са конкретним материјалом), где изостају машта и речи,
- *иконички начин* – одређени односи се темеље на сликама и графичким приказима, који замењују појмове (замена није потпуна, јер слика не може бити исто што и дефиниција појма). Сливовна презентација се темељи на машти (мисли се на „унутрашње слике“),
- *симболички начин* – одликује се у томе, да појединац уместо покрета и слике,

користи појмове, да установи хијерархију по одређеним критеријумима, да их комбинује, да разматра више могућности. Користи се језик, реч, односно систем знакова.

Брунер сматра да интелектуални развој личности може се остварити само ако у њој постоји целисходан склад између акционог, иконичког и симболичког представљања, међутим сматра да у току развоја долази до промене у наглашавању појединих равни (појављују се наведеним редоследом). Према њему дете у почетку упознаје свет искључиво помоћу одређених радњи на које је навикнуто, и које су му потребне, да би могло да га проучава. Временом се појављује и поступак представљања путем слика, који је релативно независан од физичког. Постепено се томе додаје још један, делотворан поступак, који и слику преводи у језички израз.

У оквиру интелектуалног развоја према Брунеру језик игра водећу улогу. Учешће језика у развоју процеса мишљења је веома важно за све боље координирање између различитих равни развоја мисаоних представа.

Развој способности коришћењем три начина презентације, по мишљењу Брунера (*Bruner, 1971*) условљен је трима факторима:

- количином вештина, слика и концепција стечених у културном окружењу,
- начином живота и
- мотивисаношћу појединца да истражује различите начине сазнавања.

У радовима *Гаљперина (1972)* и следбеника (*Леонтјева, Тализин*) развој није одређен само сопственим непроменљивим законитостима (као код Пијажеа), већ његов ток зависи и од организације активности субјекта, тј. од учења, које може имати различите форме и начине организовања, па ће стога имати и различите исходе. Стога он истиче пет етапа који карактеришу поступно преображавање спољашње радње у унутрашњу:

1. *Стварање оријентационе основе* тј. претходно упознавање задатака и стварање схеме да се он реши.

2. *Извршење спољашње радње*, односно решавање задатака практичним путем, у којој се манипулише конкретним предметима, схемама, моделима, скицама, сликама. Овим се дакле конкретна, спољашња материјална или материјализована радња уводи на умни колосек. Долази се до синтезе делатности и сазнања кроз процес употребе предмета.

3. *Ниво радње на плану „гласног говорења без предмета“* је етапа у којој ученик саопштава шта је сазнао, уочио радећи на конкретним предметима, схемама, моделима. Значи речима представља реализацију радње. Циљ је да се удаљи од перцептивног нивоа и приближи поимању.

4. *Ниво радње на плану „унутрашњег говорења“* је етапа где се радња постепено преноси на унутрашњи план и решава у виду унутрашњег говора (безгласно решавање задатка).

5. *Ниво праве менталне операције, редуциране, аутоматизоване*, односно етапа када се предметна радња на интелектуалном плану преображава у мисао о тој радњи и из области конкретног прелази у сазнање (чиста мисао о решењу задатка).

Ова Гаљперинова теорија о етапном формирању умних радњи показује да се може управљати процесом учења и да се кибернетички принципи могу

примењивати у наставном процесу. Јесте да се при овој методи не учи на класичан школски начин, јер се процес усвајања одвија практично, у првим фазама све операције се конкретизују (материјализују) па је тако могуће да их савладају и деца нижег узраста него што то бива у току спонтаног развоја.

Дедуктиван приступ, систематска и логичка репродукција готових математичких знања, на основу јединствених теоријских основа математике (нпр. теорије скупова), и употребом прецизне терминологије у почетној настави математике (такозвана „Модерна математика“, *Papp, 1960*) није одговарао узрасним особинама деце (индуктивном приступу). Потиснуо је доживљавање лепоте математичког мишљења, интуитивност и креативност ученика, дајући примат формализмима, апстракцијама „научном приступу“ у почетној настави математике. Пут сазнања није водио од конкретног ка апстрактном, нити је поштовао други смер кретања, од апстрактног до конкретног, дакле од математике до њене примене, већ су математичка знања лебдела у „облацима“, изоловане од стварности.

Меморандум о критици „New Math“ наглашава, да знати математику значи бити способан да се оперише математиком. Да се употребљава њена терминологија, да математика служи за решавање проблема, за критичко испитивање аргумената и за њихово доказивање, а пре свега за активности при чему се откривају и примењују математичке концепције, принципи у конкретним ситуацијама. Увођење математичких појмова, без довољне искуствене подршке и без конкретне примене је бескорисно. Директно увођење апстракција и њена примена сукобљава се и са критичким мишљењем, које жели да зна, зашто је апстракција релевантна, и како се она може применити у конкретним ситуацијама. Карактеристике математичког мишљења су следеће:

- Развијање одговарајућих концепција и појмова у конкретним ситуацијама,
- Вршење уопштавања на основу посматраних конкретних ситуација,
- Примена индуктивних закључивања,
- Интуитивне основе откривања.

Према Ричарду Скемпу (*R. Skemp, 1971*) није корисно помешати логичке и психолошке приступе почетној настави математике, јер приликом логичког приступа главни циљ је „убеђивање скептика“, док код психолошког приступа основни циљ је омогућити схватање ствари. С друге стране логички приступ представља крајње резултате истраживања, и оставља ученике лишених метода откривања математичких садржаја. Ученике учи математичким мислима, уместо развијања математичког мишљења.

Ханс Фројдентал (*H. Freudenthal, 1974*), креатор савремене реформе математичког образовања у Холандији, такође наглашава примат развијања математичког мишљења над математичким мислима. Основне идеје његовог „реалистичког“ концепта почетне наставе математике су: да ученици не треба да буди примаоци готових знања, већ треба стварати многобројне реалне *проблемске ситуације* на основу којих ће откривати разне математичке идеје, концепције, појмове. Дакле ученик уместо пасивног примаоца знања, постаће активан стваралац сазнања.

Према томе реалистичка почетна настава математике усмерена на решавање проблема, која се заснива на учењу откривањем, данас представља основни правац

у савременој дидактици математике. Та настава захтева доста времена и стрпљења, пре свега креативности у раду и наставника и ученика.

Закључак

Анализирајући релевантне радове најистакнутијих истраживача у овој области, може се константовати да изграђивање математичке културе младих нараштаја заснива се на конкретним активностима, на игри, на доживљавању конкретних операција, на интуицији, на постепено прелажење са менталне слике, на првобитне математичке апстракције, затим и на више нивое тих апстракција. Тај процес треба да буде двосмеран, наиме, ваља осигурати активности и у супротном смеру, од формираних апстракција, до примене математичких модела у разним конкретним ситуацијама осталих области и свакодневне праксе.

Ова искуства представљаће основу за схватање, сазревање и примену апстрактних математичких појмова и модела.

PSYCHOLOGICAL - PEDAGOGICAL ASPECTS OF INITIAL TEACHING OF MATHEMATICS

Summary:

Determination of the strategy of initial modern mathematics teaching is a problem. This paper deals with the presentation of psychological-pedagogical aspects of the construction of mathematical culture of the young generation. The aim is to promote the psychological- pedagogical aspects as the most appropriate strategic instruction on initial modern mathematics. Knowledge and appreciation of these aspects are considered a basic prerequisite of achieving the goal and objectives of teaching mathematics.

Keywords: psychological-pedagogical aspects of learning, initial mathematics teaching

Литература:

1. Bruner S.J. (1974): *Új utak az oktatás elméletéhez*, Gondolat, Budapest.
2. Bruner, J.S. (1971): *Studien zur kognitiven Entwicklung*, Stuttgart.
3. Freudenthal, H.(1978): *Weeding And Sowing, Preface to a Science of Mathematical Education*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht
4. Galjperin, P.J. (1972) О истраživanju intelektualnog razvoja deteta. *Psihologija*, vol. 5, br. 1-2, str. 113-123
5. Isaacs,S.(1953): *The Social Development of Young Children:A Study of Beginnings*, Routledge and Kegan Paul, London
6. Пијаже, Ж. (1977): *Психологија интелигенције*, Нолит, Београд.
7. Piaget, J., Inhelder, B. (1999): *Gyermeklélektan*, Osiris, Budapest,
8. Skemp, R.R.,(1971), *The Psychology of Learning Mathematics*, Penguin Books Ltd. Harmondsworth
9. Смиљанић, В., Толичкић, И (1989): *Дечја психологија*, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд
10. Zech, F. (1998), *Grundkurs Mathematikdidaktik – Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik*, Beltz Verlag – Weinheim und Basel