



PINTÉR KREKIC Valéria
Újvidéki Egyetem
Magyar Tannyelvű Tanítóképző Kar
Szabadka, Szerbia
krekic@eumx.net

A KEZDŐ MATEMATIKAOKTATÁS INNOVÁCIÓJA

Inovacije u početnoj nastavi matematike

Innovation in early Mathematics teaching

Összefoglaló

Tanúi vagyunk az oktatás és nevelés tévutai következményeinek, mind hangosabbak azok a követelések, amelyek nem csak tartalmi és módszertani, hanem stratégiai változásokat is követelnek. A munka tárgyát a kezdő matematikaoktatás problémái és perspektívái képezik. Célunk, hogy aktuális matematikaoktatásunk állapotából kiindulva, figyelembe véve a fejlettebb országok tapasztalatait is, definiáljuk kezdő matematikaoktatásunk tartalmi, didaktikai és módszertani távlatait.

Kulcsszavak: kezdő matematikaoktatás, tartalmi, didaktikai és módszertani innovációk.

Bevezetés

A matematikaoktatás problémái, népszerűtlensége, eredménytelensége, a matematikai tudás alkalmazhatósága, egyre több időszerű probléma megfelelő megoldási modell nélkül maradása stb. már évtizedek óta különböző reformokat kényszerítettek ki, különösen a kezdő matematikaoktatásban. A klasszikus matematikaoktatás kudarcait követték a „modern matematika” sikertelenségei, azokat pedig a további megtorpanások, tévelygések. Túlnyomóan tartalmi keretekről volt szó. A módszertani transzformációkat a mechanikus, majd a tudományorientált irányzat, végül a mai, realiztikusnak nevezhető matematikaoktatás követte.

A kezdő matematikaoktatás didaktikájában az idők folyamán lényegében kéttípusú stratégia alakult ki. A pszichológiailag megalapozott „alkotó” stratégia, mely a manipulációkon, a játékon, az interiorizáción (reprezentációkon) és a kreatív hozzáálláson alapszik, míg a másik, a gyakoribb irányzat logikai alapokra épül, algoritmikus, programozott információátadáson és a megértésen alapszik.

A projektorientált, illetve kibernetikai szemléletet érvényesítő, leginkább integrált oktatást igénylő matematikaoktatási stratégiák, koncepciók a gyakorlatban még

váratnak magukra. Matematikaoktatásunk távlatait legjobban az aktuális oktatás gyakorlatának kritikus elemzése és más országok matematikaoktatásának tendenciái, valamint a matematikadidaktika és az elemi matematika módszertanának aktualizálása vetítik előre.

A kezdő matematikaoktatás céljának és feladatainak felülvizsgálata

A matematikaoktatás célja hangsúlyosan kiemeli a megfelelő matematikatudás kívánt szintű elsajátítását, amely biztosítja a tanulók társadalmi és egyéni szükségleteit szerzett tudásuk felhasználása és alkalmazása formájában, valamint a tanulók fejlődését és a továbbtanulás feltételeit. A kezdő matematikaoktatásnak külön helye és szerepe van minden ember matematikakultúrájának kialakulásában.

A matematikadidaktika nagy figyelmet fordít a matematikai absztrakciók megalkotására és az absztrahálási képességek elsajátítására. Az absztrahálási folyamat alapelve, hogy absztrahálni csak konkrétumokból lehet, s ahhoz, hogy valaki eredményes legyen ezen a téren, sokféle, egymáshoz hasonló konkrétummal kell megismerkednie (melyeknek azonos matematikai modelljük van). Nem olyan régen szemtanúi lehetünk a matematikai fogalmak „a priori” bevezetésének („modern matematika”), ezáltal a konkrét–absztrakt relációt csak sejteni lehetett. A tudományosság (matematikai) erőltetése a kezdő matematikaoktatásban csak nagyobb eredménytelenséget szült.

Az absztrakttól a konkrétig vezető, tehát az ellenkező irány tárgyalása és megvalósítása még homályosabb és problematikusabb. Mindmáig az „élő matematika”, „az életre való felkészültség” csak részben és nagy általánosságban szerepel a matematikaoktatás célja és feladatai között.

Az általános iskolában külön kérdésként merül fel az absztrakciók lehetséges szintje és az azokkal való műveletek megalapozottsága. Mégis a diákok sokszor sikeresebben operálnak a matematikai absztrakciókkal, mint ezek megalkotásával vagy alkalmazásával konkrét problémák esetében. Nyilván már magában ez a tény is matematikaoktatásunk tévutairól tanúskodik. Nem matematizálunk, matematikaoktatásunk tárgyát inkább a „formalizmusok” képezik, sőt sokszor ebben ki is merül a tanítás. A matematika mint tudomány felépítése csak egy későbbi időszakban lehet aktuális, amikor már elegendő matematikai modellt sorakoztattunk fel, és alkalmazzuk is azokat a megfelelő (hasonló) problémák megoldására. A matematika fejlődése is ezt az utat járta. Ez a matematika kialakulásának természetes útja. Még az a kérdés is felmerülhet, hogy az elemi szinten tulajdonképpen matematikát vagy matematikai modellezést (matematizálást) kellene-e tanítani?

A kezdő matematikaoktatás értelmezésében különben is paradigmaváltás állt be. A tanulás többé nem is az ismeretek megszerzését favorizálja, hanem mind inkább a képességek, a problémamegoldás fejlesztését tűzi ki célként. A különböző kompetenciamérések (PISA, TIMSS) ugyanis azt sugallják, hogy éppen a diákok problémamegoldó képességével van a legtöbb gond.

A matematikai ötletek, módszerek, fogalmak a gyermek életében is (játék közben, a mindennapi életben, különböző természeti vagy társadalmi jelenségek megismerése folyamán) szükségszerűségeiből alakulnak ki. A később absztrakt formába öntött fogalmaknak, modelleknek az egyik fő célja azoknak megfelelő alkalmazása. A kezdő matematikaoktatásnak ezt a célt és feladatokat követnie kell. Tehát a matematikának az általános oktatásban integratív szerepe van, a különböző területeken összegyűjtött „speciális anyagot” (kvantitatív, térbeli) kell a pedagógusnak feldolgozni megfelelő módszerekkel, azaz matematikailag modellezni. Ezáltal a különböző területek közös „nyelvévé” is válik. Az „élő matematika” nem sajátítható el izolált rendszerben (a matematikai tudományok nyilván más helyzetben vannak, az alkalmazott matematikának pedig ugyancsak megvannak a sajátos feladatai).

Kezdő matematikaoktatásunk már évtizedek óta tévelyeg, és fenntartja lemaradását a fejlettebb országok matematikaoktatásához viszonyítva. Kisebb kitéréssel, a kezdő matematikaoktatás tartalma a klasszikus aritmetikai és geometriai alapfogalmak, számolási műveletek és mértani alapfogalmak megismerésében merül ki. Ez a számfogalom kialakítását, a számok írását és olvasását, a számolási alpműveletek elsajátítását, a számok összehasonlítását, valamint az elemi mértani alakzatok és mértékegységek megismerését foglalja magába. „Titokban” emlegetik az egyenleteket és egyenlőtlenségeket (ezeket csak a felsőbb osztályokban tanítják rendszeresen), érintik a problémamegoldás „művészetét”, de ha csak lehetőség van rá, ettől „tehermentesítik” a programokat, vagy legalább a tankönyveket.

A mindennapi életben, vagy más tantárgyak tanulmányozása közben már az alsós kisdíák is találkozik a negatív hőmérséklettel, arányokkal, százalékkal, grafikonokkal, diagramokkal, tájékozódással, szimmetriával, kombinatív és véletlen eseményekkel, de ezek misztikusak maradnak számára. Kezdő matematikaoktatásunk semmilyen szinten sem érinti ezeket a jelenségeket. Más fejlettebb társadalmakban ezek a témák a kezdő matematikaoktatás tárgyát képezik – beleértve ezek módszertani transzformációját is. Matematikaoktatásunk már a kezdet kezdetétől csaknem kizárólag a formális matematikai feladatokra szűkül, mintha ezzel is a „tudományorientált” matematikaoktatás elvét éltetné tovább, amelytől már mindenki, aki bármit is jelent a matematikadidaktikában, távol tartja magát. Ma már a „realisztikus”, „projektorientált”, az „integrált” vagy éppen a „kibernetikus orientált” matematikaoktatást helyezik előtérbe. Az algoritmikus gondolkodási stratégiákat pedig a kreativitás váltja fel. Tehát mind a kezdő matematikaoktatás tartalmát, mind módszertani transzformációját interpolálni kell, azaz megtartva a kulcsfontosságú tartalmakat és metodikát, finomítja azokat, és betölti a felmerült űröket, hiányosságokat.

A kezdő matematikaoktatás stratégiájának interpolációja

A korszerű matematikadidaktika (Pintér és Pintér Krekić, 2010) szerint „A kezdő matematikaoktatásban, lényegében kétféle típusú stratégia alakult ki:

1. *A pszichológiailag megalapozott »alkotó« stratégia, melynek főbb jellemzői: a manipuláció és játék (konkrétumokkal, képekkel, szimulációkkal, majd szimbólu-*

mokkal), az interiorizáció (reprezentációk segítségével) és a kreatív hozzáállás (divergens gondolkodás).

2. *A logikai alapokra épülő stratégia*, melynek főbb jellemzői az algoritmizálás, az információ átadás (megértés), és a programozott oktatás”.

Az első a matematikai képességek, a valóság matematizációját és a kreativitás fejlesztését emeli ki, míg a második a matematikai modellek tanulmányozására összpontosít. A valóság és a matematika kapcsolata kifejezettebb az alkotó stratégiában, míg a logikai inkább a matematikai formalizmusokra, relációkra alapoz. „A kezdő matematikaoktatás célja a tanulók bevezetése a valóságos világ legáltalánosabb értelemben vett térformáinak és mennyiségi viszonyainak tudományába: alkalmazásra képes, korszerű matematikai műveltség nyújtása...” (Ibidem: 25). Ehhez pedig szükségesek a következő tényezők, amelyeknek stratégiai jelentőségük van:

- A matematikai képességek és a kreativitás fejlesztése;
- A modellezési, matematizálási – alkalmazási jártasságok és készségek kialakulása;
- Mind a klasszikus, mind a korszerű matematikai modellek és technikák megismerése.

A matematikai képességek és a kreativitás fejlesztése

Általánosan elfogadott, hogy a logikus gondolkodást, az absztrakcióra való képességet, a világos fogalomalkotást, az összefüggések és ellentétek feltárását és azok matematikai formában való kifejezését és alkalmazását, a függvényszerű gondolkodást, a térszemléletet, a definiálási és bizonyítási igényt stb. matematikai képességeknek nevezik. Ez a képesség a konkrét-absztrakt határain alakul ki a legtermészetesebben, mind a matematikai fogalmak, modellek megalkotásánál, mind azok alkalmazásának folyamataiban.

A kreativitás fejlesztése a korszerű pedagógia egyik fő jelszava. Csak éppen nem egészen világos, hogy mit is értünk a kreativitás fogalma alatt az egyes tantárgyak keretén belül, vagy éppen az integrált oktatásban. A kreativitás esetében (Czeplédy, 1994) a kreatív képességek mögött álló tényezők többségét a divergens szférában keresik. Ilyenek például a feladatok megoldásainak száma, az osztályváltás képessége, vagy éppen az eredetiség. Ide sorolhatók még a nem divergens faktorok közül a problémaérzékenység és az újrafogalmazás is. Találkozunk olyan megközelítéssel is (Hlavsa, 1981), amely a kreativitást a gondolkodás, a problémamegoldás, a heurisztika, az intuíció és a fantázia szemszögéből vizsgálja. A kreativitás csak bizonyos kreatív produktumok segítségével válik mérhetővé, azaz mielőtt egy személy kreativitásáról beszélhetnénk, az illető bizonyos kreatív produktumait kell megvizsgáljunk (Nunnally & Bernstein, 1994). Tehát a matematikai képességek és a kreativitás fejlesztése a matematika integratív szerepének kihangsúlyozása – a kibernetizálás, illetve a matematikai modellezés mentén – a legtermészetesebb és a kezdő matematikaoktatásban létfontosságú.

A matematika integratív szerepe – kibernetizálás

Az elsőfokú matematikai absztrakciók kialakításához sokféle konkrét jelenség közös tulajdonságának sűrítése szükséges. Honnan gyűjtheti a tanuló a konkrét tapasztalatokat? Nyilvánvaló, hogy csak a környezet, a valóság tárgyai, jelenségei, a gyermek érzékszervi-mozgásos élményei vezethetnek el a matematikai absztrakciók első szintjéhez és az azokkal való alapműveletekhez. Ennek a ténynek tudatában feltehető az a kérdés is, hogy mi abban a természetellenes, ha a gyermek a számokkal (természetes, pozitív-negatív, tört), azok szükségességével először játék közben, a mindennapi életben, esetleg azok szimulálásában vagy éppen a természet és társadalom tantárgyakban, zenében stb. találkozik? Ha a szimmetriát a rajzokon, vagy a természet megismerésének folyamatában észleli? Ha az arányokat, százalékokat, grafikonokat, diagramokat, esetleg a koordináta-rendszert is egyes jelenségek tanulmányozása követeli meg? A kombinatív és a véletlen eseményekről akkor még nem is szóltunk. Az osztálytanításban ez az integráció természetesnek tűnik. A matematika lehetne az a közös forma, mely integrálná a valóságot az absztrakciókban. Ezáltal eljutottunk az integrált oktatás szükségességéhez és előnyeire, különösen az alsó osztályok szintjén, ahol lényegében osztálytanítás folyik. Tehát személyi és egyéb szakmai akadály sincs (Pintér Krekić i Čapo, 2011). Az intuitív megoldásokat később követhetik a magasabb szintű absztrakciók, azok rendszerezése, tudománnyá formálása. A diákok élményeit, tapasztalatait és szükségleteit nem célszerű „titkosítani”, inkább módot kell találni arra, hogy megfelelő módszertani transzformációk segítségével elsajátítsák a szükséges módszereket, modelleket, kibernetizálva ezzel a valóságot és annak megismerését, ami akár új modellek bevezetésével is járhat. Ez nem a tananyag bővítését, inkább racionalizálását, gazdagítását és korszerűsítését jelenti.

A matematikai modellek és módszerek gazdagítása

A klasszikus kezdő matematikaoktatás feladatai az érvényes tantervek szerint a következő tartalmak elsajátításában nyilvánulnak meg:

- A természetes számok halmaza, a négy számolási alapművelet és alaptulajdonságai;
- A törtek elsődleges fogalmának kialakítása;
- Az egyenletek és egyenlőtlenségek kezdetleges megismerése és alkalmazása;
- Az elemi mértani alakzatok és tulajdonságaik;
- A mérések és az elemi mértékegységek;
- A terület, felszín és köbtartalom fogalma és alkalmazása.

Oktatásunkban impliciten nem szerepelnek a következő tartalmak:

- Logikai-kombinatorikus módszerek és modellek (logika, halmazok, kombinatorika);
- A sztochasztikus jelenségek modelljei (biztos, véletlen és lehetetlen események);
- A grafikus modellek (koordináta-rendszer, grafikonok, diagramok);

- Arányok, százalékok (arány, aránypár, lépték, százalékszámítás);
- Számítógépek alkalmazása (a négy alpművelet, szimulációk, grafikonok).

Matematikaoktatásunk nem kíván tudomást szerezni a valóság, illetve a természeti és társadalmi ismeretek (földrajzi, fizikai, vegytani, szociológiai stb.) szükségleteiről, izolálva ezáltal magát a valóságtól, de még a rokon tantárgyaktól is. Így történhet meg, hogy olyan fontos matematikai fogalmak, illetve azok alkalmazása, mint például a negatív számok, koordináta-rendszer, arányok, százalékok, grafikonok, diagramok stb. megfelelő matematikai háttér nélkül maradnak. Mindezt a matematikai fogalmak „merev” struktúrájával magyarázzák. Nyilván mindenki előtt világos, hogy ezen a szinten csakis az egyes matematikai fogalmak, modellek megalkotásáról, első szintű absztrakcióiról és alkalmazásairól beszélhetünk. Érdekes módon ez az elv érvényt nyert az „egyenletek” tanításában és alkalmazásában (a megfelelő előnyökkel és problémákkal), de a többi, sokszor nélkülözhetetlen tartalom esetében ez „tiltott” téma maradt.

A matematikát még a matematikusok sem művelik önmagáért. Ha matematikaoktatásunkban a matematika mint tudomány érdekében, annak gyakorlati, alkalmazási területeit figyelmen kívül hagyjuk, illetve minimalizáljuk, beleértve a számítógépek alkalmazásának előnyeit is, akkor még a kétségen kívüli nevelési hatása sem lesz képes megvédeni a matematikaoktatás kivívott helyét és szerepét az általános oktatás és nevelés szintjén.

Tehát a kezdő matematikaoktatásban érintett módszerek és modellek gazdagítását és korszerűsítését, valamint azok alkalmazását a szükségletek követelik meg, mintha a matematikaoktatás „kibernetizálásáról” lenne szó. Mind több terület kibernetizálását és informatizálását a matematikaoktatás sem kerülheti el.

Zárszó

A kezdő matematikaoktatás kitűzött célja és feladatainak alacsony korrelációja megkérdőjelezi mind oktatási, mind nevelési és gyakorlati hatékonyságát. A matematikai alapfogalmak, modellek kialakítása, de különösen azok alkalmazása nem kíséri a megismerés dialektikus elvét, s ezáltal meddővé válnak. Szükség mutatkozik a kezdő matematikaoktatás stratégiájának interpolációjára, ami alatt a meglévő stratégiák és a korszerű pszichológia és pedagógia vívmányainak ötvözetét értjük. Így jutottunk el a matematikai képességek és a kreativitás, a modellezési, matematizálási-alkalmazási jártasságok és készségek, valamint mind a klasszikus, mind a korszerű matematikai modellek és technikák megismerésének és alkalmazásának elvéhez. Ez magában foglalja a valóság és a természeti-társadalmi és más területek integrációját. Alkalmazza az informatika módszereit és technikáit a matematikában is.

Az osztálytanításban nem jelenthet problémát a tantárgyak integrációja, az sem, hogy egyes matematikai fogalmakat nem éppen a matematikaórán vezetünk be, hanem akkor és ott, ahol szükség mutatkozik erre. Sőt a számolási műveletek elvégzését, technikájuk

elsajátítása után átvehetik a számológépek, amelyek sokkal eredményesebben végzik el ezeket. A számolási műveletek permanens jellegűek, ezért matematikaórákon sem kell minden új esetben „igazolgatni”, ellenőrizgetni. Ezáltal rengeteg idő és energia szabadul fel, amely a matematikai modellek és módszerek gazdagítására és alkalmazására, a diákok kreatív tevékenységeire fordítható.

Summary

Nowadays we are facing the consequences that came from the false directions of education. We see an increasing number of those who require strategic changes as well as methodical changes and changes of content.

The theme of this paper is dealing with problems and perspective of early Mathematics teaching. Our goal is to define didactic and methodical perspectives of early Mathematics teaching based on the actual state of Mathematics teaching and relying on previous experiences of some highly developed countries.

Keywords: Basic teaching of Mathematics, didactic and methodological innovation.

Irodalomjegyzék:

- Czeglédy, I., Orosz, Gy., Szalontay, T., Szilák, A., (1994): *Matematika tantárgypedagógia I.* Budapest: Calibra Kiadó.
- Hlavsa, J. (1981): *Psychologicke problemy vychovy k tvorivosti.* Praha: SPN.
- Nunnally, J. C. & Bernstein I.H.(1994): *Psychometric theory (3rd ed.).* New York: McGraw-Hill
- Pintér János, Pintér Krekić Valéria (2010): *Matematikadidaktika.* Újvidék: Forum Könyvkiadó – Szabadka: Újvidéki Egyetem, Magyar Tannyelvű Tanítóképző Kar.
- Pinter Krekić, V., Čapo, M. (2011): *Oblici i modeli usavršavanja učitelja u povezivanju nastave, Povezivanje nastavnih predmeta i stručno usavršavanje učitelja, Tematski zbornik.* Sombor: Univerzitet u Novom Sadu, Pedagoški fakultet u Somboru.