ABSTRACT

The title was inspired by Csaba Csapody's material entitled „The use of calculators in mathematics final exams' distributed at Bolyai Association's Congress Named after László Rátz (2016, Baja, Hungary). In the material the author outlines various possibilities (compulsory use of one type of calculator during the final exam, limiting the range of calculator types, restricting the use of the calculator through evaluation guidelines). The author states among others that the student, 'in possession of the relevant knowledge and skills of calculation,' may benefit a lot' from the use of the calculator because 'it will relieve him from bulk and repetitive calculation and leave him time to discover new or deeper relationships.' In the following some tasks, aimed to represent task types, devised expressedly for school calculators will be discussed.

ÖSSZEFOGLALÓ

A címet az inspirálta, hogy a Bolyai Társulat Rátz László Vándorgyűlésén (Baja, 2016) kiosztásra került Csapodi Csaba – Koncz Levente: A számológép használata a matematika érettségi vizsgán című anyaga, amelyben többféle lehetőséget is (egységes számológép használatának előírása, az érettségin használható számológépek típus alapján történő szűkítése, a számológép használatának korlátozása az értékelési útmutatón keresztül) vázoltak. Írásukban az is szerepel, hogy amennyiben a tanuló „a kellő tudásnak és számítási rutinnak már birtokában van" a számológép használata „rendkívül hasznos lehet" mert, „megszabadít a nagy tömegű, ismétlődő számítástól, és időt szabadít fel az új/mélyebb összefüggések megismerése számára". Az alábbiakban, néhány kifejezetten az iskolai számológépekkel kapcsolatos feladattal – mondhatni feladattípussal – foglalkozunk.

Előzményként néhány olyan feladatot említek, amely már előfordult a Varga Tamás Napokon szereplő Feladatcsokor kalkulátorra című előadásomon (Budapest, 2010. november 6.)

Évkönyv 2017, XII. évfolyam, 1. szám
Újvidéki Egyetem
Magyar Tannyelvű Tanítóképző Kar

ETO: 37.016:511
51-37
Eredeti tudományos munka
A leadás időpontja: 2017. szeptember 1.
Az elfogadás időpontja: 2017. november 24.
Terjedelem: 65–74

SZALAY István
címzetes egyetemi tanár
Szegedi Tudományegyetem
Pedagógusképző Kar
Matematika Szakcsoport
szalay.istvan22@gmail.com

MILYEN FELADATOKAT (IS) ADJUNK AZ ISKOLAI HASZNÁLATRA ENGEDÉLYEZETT SZÁMOLÓGÉPEKRE?

Some (more) tasks for calculators permitted to use by students in schools

Kakve zadatke dati učenicima koristeći digitron koji je dozvoljen?

A. A 12 karakter kijelzésére képes CASIO $f_x - 570ES$ kalkulátorral számítsuk ki az $\frac{1}{19}$ tört tizedes tört alakjának teljes szakaszát! (Eredmény: $\frac{1}{19} = 0,\overline{052631578947368421}$)

B. A CASIO $f_x - 570ES$ kalkulátor szerint $e = 2,718281828$. Igaz-e, hogy $e = 2,7\overline{1828}$?
(A válasz tagadó, mert a kalkulátorral kimutatható, hogy

$$2,718181828459034 < e < 2,718281828459045.$$

Megjegyezzük, hogy ugyanezzel a kalkulátorral $\left(1 + \frac{1}{1000000}\right)^{1000000} = 2,718280469$.)

C. A CASIO $f_x - 570ES$ kalkulátor szerint $\frac{\sqrt{2}}{\pi} = 0,4501581581$.
Igaz-e hogy $\frac{\sqrt{2}}{\pi} = 0,450\overline{158}$?
(A válasz tagadó, mert a kalkulátorral kimutatható, hogy

$$0,450158158078545 < \frac{\sqrt{2}}{\pi} < 0,450158158078554.\ )$$

D. A CASIO $f_x - 570ES$ kalkulátor szerint $2^{65} - 1 = 3,689348815 \cdot 10^{19}$, ami biztosan nem igaz, hiszen $2^{65} - 1$ páratlan szám. Adjuk meg a pontos értéket!
(A kalkulátorral kiszámítható, hogy $2^{65} - 1 = 36\ 893468\ 148443\ 103231$.)

E. A CASIO $f_x - 570ES$ kalkulátor szerint

$$\pi = 3,141592654$$
$$e = 2,718281828$$

A kalkulátor szerint

$$3,141592654 \cdot 2,718281828 = 8,539734222$$

és

$$\pi \cdot e = 8,539734223$$

Melyik a $\pi \cdot e$ „igazi” értéke?
(A kalkulátorral kimutatható, hogy $\pi \cdot e \approx 8{,}53973422\mathbf{26725(6)}$.)

E feladatok megoldása során alkalmazott „**intervallumszűkítés**” és a „**hibaelemzés**” módszereket néhány új példán mutatjuk be.
1. A CASIO $f_x - 570ES$ és a CASIO $f_x - 82SX$ kalkulátorok szerint $\pi = 3,141592654$, de ez nem lehet igaz, hiszen a π nem racionális szám. Emiatt,

$$\boldsymbol{vagy}\ \mathbf{3,141592654} < \pi\ ,\quad vagy \quad 3{,}141592654 > \pi\,.$$

A számológépeket használva, mondjuk meg, hogy mi az igazság!
Megoldás.
A számológépek által végzett kerekítés miatt fennáll, hogy

(1.1) $$3{,}14159265\mathbf{35} < \pi < 3{,}14159265\mathbf{44},$$

ami azt jelenti, hogy a π egy $9 \cdot 10^{-10}$ hosszú intervallumon belül van. Az „**intervallumszűkítés**” módszere azt jelenti, hogy ezt az intervallumot próbáljuk szűkíteni. Az (1.1) alapján

$$314159265,\mathbf{35} < 10^8\pi < 314159265,\mathbf{44}$$
$$0{,}35 < 10^8\pi - 314159265 < 0{,}44.$$

Most újra a CASIO $f_x - 570ES$ számológépet használva azt kapjuk, hogy

$$10^8\pi - 314159265 = 0{,}35898.$$

A jobb oldalon az utolsó jegy (8) ismét kerekített, ezért csak az biztos, hogy

(1.2) $$0{,}3589\mathbf{75} < 10^8\pi - 314159265 < 0{,}3589\mathbf{84}$$

fennáll. Az (1.2) alapján

$$314159265{,}358975 < 10^8\pi < 314159265{,}358984,$$
$$3{,}14159265\mathbf{358}975 < \pi < 3{,}14159265\mathbf{358}984.$$

Ezzel a π egy $9 \cdot 10^{-14}$ hosszúságú szűk intervallumba szorult be, amelyből látjuk, hogy

$$\mathbf{3,141592654} > \pi$$

(Ma már a π tizedestört kifejtését korábban elképzelhetetlenül nagy véges számosságig ismerjük, de – ellentétben a végtelen szakaszos tizedes törtekkel – „teljesen” sohasem ismerhetjük meg. Ez mutatja azt is, hogy az **1**. feladat bármilyen nagy teljesítményű számítógép esetén is felvethető. Az internetről leolvashatjuk például az első 25000 jegyet (http://oldweb.cecm.sfu.ca/personal/jborwein/pi25000). Innen láthatjuk, hogy

$$\pi \approx 3{,}141592653589793\ ...,$$

ami hitelesíti az intervallumszűkítéssel kapott behatárolást és azt is, hogy a feladatban szerepelt (8) felfelé kerekített jegy.)
2. A CASIO $f_x - 570ES$ és a CASIO $f_x - 82SX$ kalkulátorok szerint

$$\boldsymbol{e + \pi = 5,859874482}$$

Kerekített vagy értékes jegy az utolsó számjegy?
A feladatban szereplő kalkulátorokat használva, az intervallumszűkítés módszerével kimutatható, hogy

(2.1) $$5{,}85987448\mathbf{2}048835 < e + \pi < 5{,}85987448\mathbf{2}048844.$$

Így a kérdésben szereplő utolsó számjegy (lásd (2.1)) egyszerre értékes és kerekített jegy is. (A kérdésben szereplő „vagy” diszjunkció, azaz „megengedő vagy”.)
3. A CASIO $f_x - 570ES$ és a CASIO $f_x - 82SX$ kalkulátorok szerint

$$\mathbf{2011 \cdot 2012 \cdot 2013 \cdot 2014 = 1,640375552 \cdot 10^{13}},$$

ami nyilván nem pontos, hiszen a bal oldali szorzat 4-re végződik ($1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$), a jobb oldali pedig a 0-ra. A kalkulátorok segítségével állapítsuk meg a bal oldali szorzatot teljes pontossággal!

Megoldás.
A jobb oldalból látszik, hogy a bal oldali szorzat 14 jegyű szám. Mivel az utolsó jegye a 4, a szorzat egy, 2 hosszúságú

(3.1) $\ldots\ldots\ldots\ldots 3 < \mathbf{2011 \cdot 2012 \cdot 2013 \cdot 2014} < \cdots\cdots\cdots\cdots 5$

intervallumban helyezkedik el. Az „**intervallumszűkítés**" módszere azt jelenti, hogy ezt az intervallumot próbáljuk szűkíteni.

A CASIO $f_x - 570ES$ kalkulátor szerint $\frac{2011 \cdot 2012 \cdot 2013 \cdot 2014}{10^{13}} = 1{,}640375552$.

A számológép által végzett kerekítés miatt fennáll, hogy

$$1{,}64037555\mathbf{15} < \frac{2011 \cdot 2012 \cdot 2013 \cdot 2014}{10^{13}} < 1{,}64037555\mathbf{24},$$

ami azt jelenti, hogy a tört egy $9 \cdot 10^{-10}$ hosszúságú intervallumon belül van. Az egyenlőtlenség $10^8 - nal$ való végigszorzásával a tizedes vesszőt a kritikus (vastagon szedett) jegyekig visszük:

$$164037555{,}\mathbf{15} < \frac{2011 \cdot 2012 \cdot 2013 \cdot 2014}{10^5} < 164037555{,}\mathbf{24},$$

majd mindhárom oldalból kivonjuk a (szélső) bal és (szélső) jobb oldalak egész részeit.

$$0{,}\mathbf{15} < \frac{2011 \cdot 2012 \cdot 2013 \cdot 2014}{10^5} - 164037555 < 0{,}\mathbf{24},$$

Most újra a CASIO $f_x - 570ES$ számológépet használva azt kapjuk, hogy

$$\frac{2011 \cdot 2012 \cdot 2013 \cdot 2014}{10^5} - 164037555 = 0{,}2402\mathbf{4}.$$

A jobb oldalon az utolsó jegy (4) ismét kerekített, ezért csak az biztos, hogy

$$0{,}2402\mathbf{35} < \frac{2011 \cdot 2012 \cdot 2013 \cdot 2014}{10^5} - 164037555 < 0{,}2402\mathbf{44}$$

és

$$164037555{,}2402\mathbf{35} < \frac{2011 \cdot 2012 \cdot 2013 \cdot 4201}{10^5} < 164037555{,}2402\mathbf{44}.$$

Továbbá,

(3.2) $1640375552402\mathbf{3},\mathbf{5} < 2011 \cdot 2012 \cdot 2013 \cdot 4201 < 164037555{,}2402\mathbf{4},\mathbf{4}.$

A (3.2) által meghatározott 0,9 hosszúságú nyitott intervallumba csupán egy egész szám esik, ezért

$$\mathbf{2011 \cdot 2012 \cdot 2013 \cdot 2014 = 16403755524024}.$$

4. A 10 karakter kijelzésére képes SHARP EL – 531WH kalkulátorral számítsuk ki az $\frac{1}{17}$ szakaszos tizedes tört alakjának teljes szakaszát!

Megoldás.

A SHARP EL – 531WH kalkulátor szerint $\frac{1}{17} = 0{,}058823529$. Ez nem lehet pontos, mert az $\frac{1}{17}$ racionális szám, kifejtése végtelen szakaszos tizedes tört, és a kalkulátor eredménye alapján a szakasznak még a kezdetét sem tudjuk kijelölni.

Hibaelemzés segítségével meghatározzuk a kalkulátor által adott eredmény pontos hibáját:

0,058823529 · 17
411764703
0,999999993 alapján a pontos egyenlőség

(4.1) $$\frac{1}{17} = 0{,}058823529 + \frac{0{,}000000007}{17}.$$

A pontos egyenlőséget létesítő hibatag tehát $\frac{0{,}000000007}{17}$, amelyben 8 darab „biztató 0" számjegy szerepel. Hogy „jobban lássunk" a hibatagot 10^9-szeresére nagyítjuk fel:

(4.2) $$10^9 \cdot \frac{0{,}000000007}{17} = \frac{7}{17}.$$

Most újra a SHARP EL – 531WH számológépet használva azt kapjuk, hogy

$$\frac{7}{17} = 0{,}411764705.$$

Ezt az eredményt, akárcsak a kalkulátor által adott első eredményt, szintén hibaelemzésnek vetjük alá:

0,411764705 · 17
2882352935
6,999999985 alapján

$$\frac{7}{17} = 0{,}411764705 + \frac{0{,}000000015}{17}.$$

Ebből a (4.2) alapján adódik

$$\frac{0{,}000000007}{17} = 0{,}000000000411764705 + \frac{0{,}000000000000000015}{17}.$$

Innen visszatérve a (4.1)-hez, ismét pontos egyenlőséget nyerünk

$$\frac{1}{17} = 0{,}\mathbf{058823529}411764\mathbf{7}\mathbf{05} + \frac{0{,}000000000000000015}{17}.$$

A most kapott hányadosnak a 0 egész mögött már 18 jegye van, miközben az $1:17$ osztás esetén legfeljebb 16 jegyű szakaszokból álló szakaszos tizedes tört keletkezik. „Jó szemmel" észre is vehetjük:

$$1:17 = 0{,}\overline{0588235294117647}.$$

A 4. feladathoz két megjegyzés kívánkozik:

Ellenőrzés kézi osztással

1 : 17 = 0,0588235294117647	**Maradék: 1**
100	**10**
150	**15**
140	**14**
40	**4**
60	**6**
90	**9**
50	**5**
160	**16**
70	**7**
20	**2**
30	**3**
130	**13**
110	**11**
80	**8**
120	**12**
1 (Innentől kezdve ismétlődik)	

Elemi, de érdemes lenne kipróbálni, hogy 100 főből hányan nem hibázzák el!

A 12 karakter kijelzésére képes CASIO $f_x - 570ES$ számológép szerint

$$\frac{1}{17} = 0{,}058823529\mathbf{41},$$

ami, két jeggyel több, mint a 10 karakter kijelzésére képes SHARP EL – 531WH számológép

$$\frac{1}{17} = 0{,}058823529$$

eredménye, amelyből a következő úton kaphatjuk meg az előző eredményt:

A SHARP EL – 531WH számológép szerint:

$$\frac{100}{17} = 5{,}882352941\ (10\ karakter).$$

Mindkét oldalt 100-zal osztva kapjuk a CASIO $f_x - 570ES$ számológép szerinti eredményt.

Természetesen egyik eredmény sem teljes pontosságú.

5. Andi és Bandi a CASIO $f_x - 570ES$ számológéppel bíbelődve az $\frac{1}{17}+\frac{1}{19}$ összeg tizedes tört alakját szeretnék megtudni. Andi beüti az

$$\frac{1}{17} = 0{,}05882352941$$

$$\frac{1}{19} = 0{,}05263157895$$

gombokat és írásban ad össze $0{,}11145510836$.

Bandi mindent géppel csinál $\frac{1}{17}+\frac{1}{19} = 0{,}1114551084$.

Bandi egy kicsivel nagyobb számot kapott. Gyanítják, hogy egyik sem teljesen pontos. Melyik eredmény van közelebb az $\frac{1}{17}+\frac{1}{19}$ összeg pontos értékéhez?

I. Megoldás.
Mivel Bandi csak a számológépre hagyatkozott és az általa kapott eredmény utolsó jegye a 4, a kerekítéssel az $\frac{1}{17}+\frac{1}{19}$ összege az

$$0{,}11145510835 \leq \frac{1}{17}+\frac{1}{19} \leq 0{,}11145510844$$

intervallumba esik. Ebben az intervallumban van Andi eredménye is. Azt, hogy melyik eredmény van közelebb az összeg pontos értékéhez, intervallumszűkítéssel próbáljuk eldönteni:

$$111455108{,}35 \leq 10^9 \cdot \left(\frac{1}{17}+\frac{1}{19}\right) \leq 111455108{,}44$$
$$0{,}35 \leq 10^9 \cdot \left(\frac{1}{17}+\frac{1}{19}\right) - 111455108 \leq 0{,}44.$$

Most újra használjuk a számológépet:

$$10^9 \cdot \left(\frac{1}{17}+\frac{1}{19}\right) - 111455108 = 0{,}359133.$$

A jobb oldal utolsó jegye ismét kerekített érték, ezért

$$0{,}3591325 \leq 10^9 \cdot \left(\frac{1}{17}+\frac{1}{19}\right) - 111455108 \leq 0{,}3591334.$$

A szűkített intervallum

$$0{,}1114551083591325 \leq \frac{1}{17}+\frac{1}{19} \leq 0{,}1114551083591334.$$

Innen látjuk, hogy Andi eredménye van közelebb, mert

$$\frac{1}{17}+\frac{1}{19} \leq 0{,}11145510835\mathbf{91334} < \textit{Andi eredménye} < \textit{Bandi eredménye}.$$

II. Megoldás.
Ha tudjuk, hogy

$$\frac{1}{17} = 0,\overline{0588235294117647} \text{ és } \frac{1}{19} = 0,\overline{052631578947368421}$$

(lásd **4.** és **A** feladatok), akkor

$$0,\overline{05882352941\mathbf{1}\mathbf{7}647} < 0{,}058823529411\mathbf{8}$$

és

$$0,\overline{052631578947\mathbf{3}68421} < 0{,}052631578947\mathbf{4}.$$

Az egyenlőtlenségeket összeadva adódik

$$\frac{1}{17}+\frac{1}{19} < 0{,}1114551083\mathbf{592} < 0{,}1114551083\mathbf{6} < 0{,}1114551084,$$

azaz, Andi eredménye van közelebb az $\frac{1}{17}+\frac{1}{19}$ összeg pontos értékéhez.

Megjegyzések:
- A II. Megoldás egyszerűbbnek tűnik, de vegyük figyelembe, hogy két előzetes információn (az összeadandók végtelen szakaszos tizedes tört kifejtéseinek ismeretén) alapul. Ezekhez pedig „plusz munkával" például, hibaelemzéssel (lásd **4.** feladat) vagy írásbeli osztással (lásd **4.** feladathoz fűzött első megjegyzés) lehet hozzájutni.

- Az **5.** feladat kérdése számológép nélkül is megválaszolható: végezzük el az $\frac{1}{17}+\frac{1}{19}=\frac{36}{323}$ közös nevezőre hozás utáni fáradságos írásbeli osztást! **(**13 karakterig megyünk el, és látjuk, hogy az „=” jel helyett a „$\approx$” jel használata lenne az indokolt.)

36 : 323 = 0, 111455108359
360 **10. karakter a „8-as” számjegy.**
370 **11. karakter a „3-as” számjegy.**
470 **12. karakter az „5-ös” számjegy.**
1470 **13. karakter a „9-es” számjegy.**
1780
1650
350
2700
1160
1910
2950
43 **A maradék = 0,000000000043.**
Az írásbeli osztás próbája:

0,111455108359 · 323
334365325077
222910216718
334365325077
35,999999999957

$$\frac{1}{17}+\frac{1}{19}=\frac{36}{323}=0{,}111455108359+\frac{0{,}000000000043}{323}<$$

$$<0{,}111455108359+0{,}0000000000001332=0{,}1114551083591332,$$

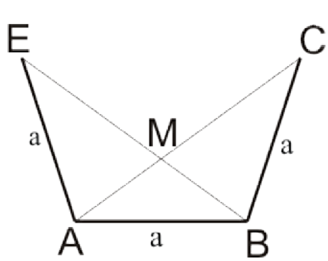
ami után világos, hogy

$$\frac{1}{17}+\frac{1}{19}<0{,}1114551083591332<Andi\ eredménye<Bandi\ eredménye.$$

6. A CASIO $\boldsymbol{f_x-570ES}$ számológép szerint $\boldsymbol{\sin 36^\circ=0{,}5877852523}$. Pontos-e ez az egyenlőség?

Megoldás.

Próbáljuk más úton előállítani a $\sin 36^\circ$ pontos értékét! Például az **a** oldalú szabályos ötszög esetén az ötszög csúcsainál lévő szög mindegyike 108°.



Az ABC háromszög egyenlő szárúsága miatt a $\sphericalangle CAB = 36°$. Hasonlóképpen a $\sphericalangle ABE = 36°$. Emiatt $\sphericalangle BMA = 108°$. Fennáll az is, hogy $\sphericalangle MBC = 72° = \sphericalangle CMB$. Ezért az MBC háromszög egyenlő szárú, tehát $\overline{MC} = \boldsymbol{a}$. Mivel a $\sphericalangle BCA = 36°$ is fennáll, az ABM háromszög és az ABC háromszögek hasonló (egyenlő szárú) háromszögek.

$$\frac{\overline{AM}}{a} = \frac{a}{a+\overline{AM}}.$$

Innen (felhasználva, hogy $\overline{AM} > 0$) kapjuk, hogy

$$\overline{AM} = \frac{a\left(\sqrt{5}-1\right)}{2}.$$

Mivel az ABM háromszög egyenlő szárú

$$\overline{MB} = \frac{a\left(\sqrt{5}-1\right)}{2}.$$

Az MBC háromszögre felírt szinusz-tétel szerint

$$\frac{\sin 36°}{\sin 72°} = \frac{\sqrt{5}-1}{.2}.$$

A $\sin 72° = 2\sin 36° \cos 36°$ összefüggést felhasználva,

$$\frac{1}{\cos 36°} = \sqrt{5} - 1$$

és

$$\cos 36° = \frac{\sqrt{5}+1}{4}.$$

Mindkét oldal pozitív, ezért a négyzetre emelés (ekvivalens átalakítás) után, a trigonometrikus négyzetes összefüggés szerint:

$$1 - (\sin 36°)^2 = \frac{6+2\sqrt{5}}{16}.$$

Végül (felhasználva, hogy $\sin 36° > 0$) kapjuk, hogy

$$\sin 36° = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}.$$

Mivel $\sqrt{10-2\sqrt{5}}$ nyilvánvalóan irracionális szám, a $\sin 36°$ nem lehet véges tizedes tört, **a számológép által adott eredmény csak közelítő pontosságú**. (Az intervallumszűkítés módszerével az is kideríthető, hogy

$$0{,}5677852\mathbf{2924}25 < \sin 36° < 0{,}5677852\mathbf{2924}34,$$

amiből $\mathbf{\sin 36}° < 0{,}5877852523$ adódik.)

Összegzés

A közölt feladatok az iskolai számológép olyan, a matematikaórán való használatát kívánják bemutatni, amely lényegesen eltér az egyéb tanórákon (például fizika, kémia, gazdaságtan), vagy akár a mindennapi életben való használattól. A bemutatott feladatokban nem csupán számítások elvégzésére, hanem a matematikai gondolkodásban való aktív részvételre is használjuk a számológépet.

Az 1. (továbbá a 2. és E) feladat kapcsán két megjegyzés kínálkozik:

- Első pillantásra triviális megoldásnak tűnik a 10π beütése a kalkulátorba, azzal a meggondolással, hogy a $\pi = 3{,}141592654$ utolsó jegye után majd látni fogunk egy újabb jegyet, amely majd eldönti, hogy $3{,}141592654 < \pi$ vagy $3{,}141592654 > \pi$. Csalódás fog érni bennünket, mert a számológép azt mondja: $10\pi = 31.41592654$, amivel nem jutunk előbbre.

- Másodikként arra gondolhatunk, hogy egy nagyobb teljesítményű számológép már csupán a π betáplálásával megadja a választ. Ez igaz, de ez a gép is közöl egy utolsó jegyet, és ezzel újratermeli a problémát, amelyre ismét az intervallumszűkítés ad megoldást.

A 3. (és a D) feladat kapcsán arra mutatunk rá, hogy az intervallumszűkítés módszere hogyan segít abban, hogy ha egy egész szám nagyságrendjét meg is adja a számológép, magát a számot nem. (Például a 3. feladat szövegét kiegészíthetjük a következő „mesével": Egy kis cég számlájának pin kódja a 2011 , 2012 , 2013 és 2014 számok szorzatának pontos értéke. Sajnos, csak egy 12 karaktert kijelző CASIO $f_x - 570ES$ kalkulátoruk van. Meg tudják-e ezzel állapítani a pin kódot?)
A 4. (és az A) valóban megoldható akár az írásbeli osztás kézi algoritmusával, akár egy nagy teljesítményű számológéppel. Az első mód igen fáradságos (és nagy hibaszázalékú), a második pedig iskolai számológéppel kivitelezhetetlennek tűnik. A poén az, hogy a hibaelemzéssel mégis sikerül.
Az 5. feladat összetett, amelynek három megoldása az intervallumszűkítés és a kielemzés változatos alkalmazásaira mutatnak rá.
A 6. feladat egy geometriai probléma kapcsán mutat rá az intervallumszűkítés módszerére.
A B és C feladatok arra figyelmeztetnek, hogy az iskolai számológép alapján „optikai csalódás" áldozatai is lehetünk: irracionális számot racionálisnak vélhetünk.

Következtetés

Annak érdekében, hogy elhagyhassuk a fáradságos algoritmusokat (tizedes tört írásbeli osztása tizedes törttel, négyzetgyökvonás, interpolálás logaritmus táblával stb.), az iskolai számológépek használata indokolt. Ugyanakkor rá kell mutatnunk a számológép használatának korlátaira és buktatóira. Ezt a célt szolgálja az előzőekben bemutatott új feladattípus.

Irodalom

[1] Szalay István: Feladatcsokor kalkulárorra. Előadás.Elhangzott a Varga Tamás Módszertani Napok 2010 programján. A program megtekinthető az ELTE TTK Matematikai Intézet Matematikatanítási és Módszertani Központ honlapján http://mathdid.elte.hu/html/vtn2010.html
[2] A π tizedestört kifejtésének első 25000 jegye. http://oldweb.cecm.sfu.ca/personal/jborwein/pi25000