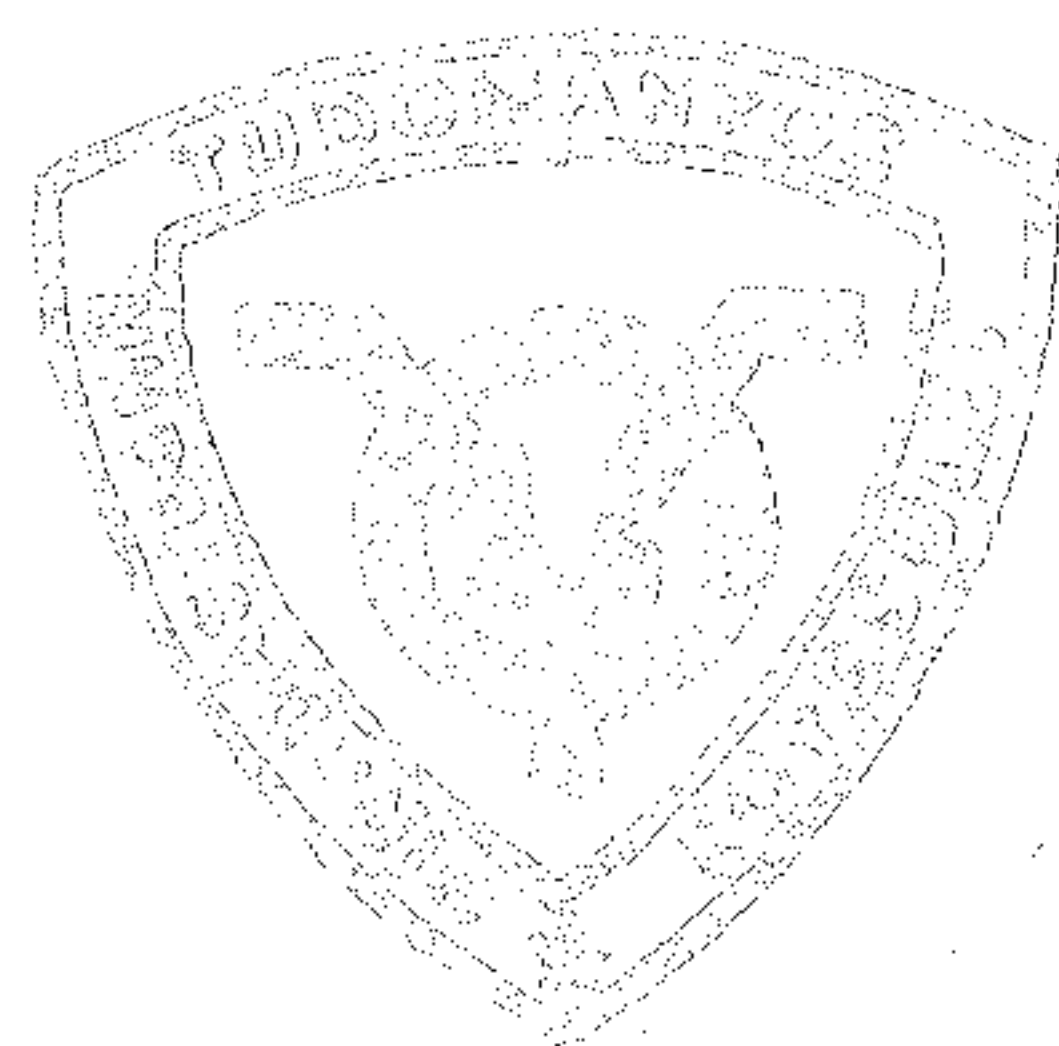


HÍRADÁS- TECHNIKA

A HÍRADÁS-
TECHNIKAI
TUDOMÁNYOS
EGYESÜLET
LAPJA

6



HÍRADÁS- TECHNIKA

1974. június, XXV. évfolyam 6. szám

A HÍRADÁSTECHNIKAITUDOMÁNYOS EGYESÜLET LAPJA

TARTALOM

DR. KOZMA LÁSZLÓ: Elektronikusan vezérelt telefonközpontok fejlesztési problémái	161
Környezetállósági vizsgálatok. 4. (Dr. Farkas Péterné)	166
SZABÓ ZOLTÁN – DR. SZÉKELY VLADIMIR: Analóg léptetőregiszterek és vastagréteg megvalósításuk	167
Egyesületi hírek	175, 189
CEBE LÁSZLÓ: Elliptikus függvények	176
Tartalmi összefoglalások	191
Обобщения	191
Zusammenfassungen	191
Summaries	191
Résumés	192

Operatív szerkesztő bizottság: BOGLÁR GYULA szerkesztő, BALOGH PÁL,
DR. FLESCH ISTVÁN, MAY PÉTER, DR. RUPPENTHAL PÉTER, DR. SÁRKÖZI
GÉZA. — Szerkesztőségi és kéziratokkal kapcsolatos ügyekben felvilágosítást ad: SZÖL-
LŐSI GYÖRGYNÉ, telefon: 495-098

Lapunk példányonként megvásárolható

az V., Váci u. 10. és V., Bajcsy-Zsilinszky út 76. szám alatti Hírlapboltokban

DR. KOZMA LÁSZLÓ

Elektronikusan vezérelt telefonközpontok fejlesztési problémái

ETO 621.395.345

Az alábbiakban azoknak az elektronikusan vezérelt telefonközpontoknak problémáival foglalkozunk, amelyeknek kapcsolómezeje térosztásos és elektromechanikus érintkezőket tartalmaz.

Elektronikai elemek tulajdonképpen már a 20-as évek végén megjelentek a telefontechnikában, rádiócsövek és egyenirányítók alakjában, de az elektronika igazi „betörése” a telefonközpontokba az elektronikus számítógépek elterjedésével a 60-as években következett be. A telefonmérnökök fantáziáját foglalkoztatta az, hogy a számítógépek hasonló logikai funkciókat végeznek mint a telefonközpontok vezérlő szervei, csak éppen nagyságrendekkel gyorsabban és sokkal megbízhatóbban. Kézenfekvő volt a gondolat, hogy kihasználva az elektronika gyorsaságát, a kapcsolómező áramköreinek logikai tevékenységét lényegesen redukálni lehet ezen tevékenységeknek közös vezérlőben való centralizálása révén. Így jöttek létre az első ESS központok az USA-ban. A kapcsolómezőben az érintkezőket a jól ismert ferreed jelfogók képezték.

Azóta több mint 10 év telt el és az átütő siker még várat magára. Az USA-ban ugyan van már több 100 ESS típusú központ üzemben, de a tapasztalatok alapján egyre módosítják, Európában pedig még csak kevés számú kísérleti berendezés működik. A számítógép-alkatrészek rohamos fejlődése, amely megnyilvánul az egyre összetettebb integrált áramkörökben, lassítóan hat a telefonközpontokat fejlesztő mérnökök tevékenységére.

Amíg a számítógép-technika nem jut el valamilyen stabilabb fejlődési állapotába, addig a telefonipar világszerte — talán még az USA-ban is — csak játszadozik az elektronikusan vezérelt központokkal és közben gyártja a hagyományos, de modernizált elektromechanikus telefonközpontokat, egyre növekvő mennyiségben.

Az elektronikusan vezérelt telefonközpont nem öncél, hanem csak része az általános telefonszolgáltatásnak és ezért nem szabad a központokkal úgy

foglalkozni, hogy elvonatkoztatjuk a telefonszolgáltatás egyéb alkotóitól, elsősorban a nagy százalékot képviselő hálózattól. Nem a telefonközpont olcsóbbítását akarjuk az elektronikával elérni, hanem az egész telefonszolgáltatás költségeit csökkenteni és minőségét emelni.

A fejlesztést befolyásoló körülmények

A világon ma kereken 150 számottevő ország van és ezek közül legfeljebb csak 10-ben folyik aktív fejlesztési tevékenység az elektronikusan vezérelt elektromágneses kapcsolómezejű telefonközpontok területén. Ugyanakkor a publikált statisztikai adatok szerint a világ teljes telefonparkjának kb. 75%-a ebben a 10 országban található. Ha elfogadjuk azt az általánosan elterjedt nézetet, hogy a telefonsűrűség fejlődése a legtöbb országban tangens hyperbolicus görbe szerint emelkedik, akkor minden bizonnyal a jövőben a „140” országban a telefónia fejlődése sokkal erősebb ütemű lesz, mint a telefóniában vezető szerepet játszó „10”-ben, amelyek közül többeknél a fejlődési görbéje túljutott az inflexiós ponton. Mindebből az következik, hogy új központok fejlesztésénél főleg a többséget képviselő fejlődő országok szempontjait — körülményeit — kell figyelembe venni.

A nyugati tőkés világ telefon-konszernjei egymással éles konkurrenciában vannak és természetesen egyik sem akar lemaradni a másik mögött; ez az üzleti szempontokon túlmenően presztizs kérdése is. Így azután igyekeznek egymást túlcitálni és kölcsönösen behajszolják magukat egyre bonyolultabb változatokba. Eközben persze a saját fejlesztő gárdájuk felkészültsége a mérvadó és figyelmen kívül hagyják a fejlődő országok műszaki adottságait és üzemeltető embereinek felkészültségét, még ha klienseikről is van szó.

A fejlődő országok egy némelyike fellelphet olyan igényrel, hogy részt vegyen telefonközpontok gyártásában, akár csak részszerelvények előállításában,

vagy csak ezek összeszerelésében. Bárhogy is van, az azonban kétségtelen, hogy a fejlődő országok telefonszolgáltatási igazgatóságai ragaszkodni fognak a központoknak önálló üzemeltetéséhez. A karbantartás egyszerűsége tehát döntő szempont.

A KGST tagállamai a telefonipar területén a fejlett kapitalista és a fejlődésben levő országok között foglalnak helyet. Jogos lenne az a feltevés, hogy a szocialista országok telefonipara közelebb kerülhetne a fejlődő országok telefonigényeihez, mint a fejlett tőkés országok. Ehhez azonban a szocialista országok telefonfejlesztési tevékenységét össze kellene hangolni, ehelyett azonban azt tapasztalhatjuk, hogy saját belátásuk szerint növelni igyekeznek a tőkés fejlesztési irányvonalakat. Ez kétféleképpen történhet:

1. Saját fejlesztéspróbálkozással.
2. Licenc-vásárlással.

ad. 1. Attól eltekintve, hogy az egyes szocialista országok fejlesztési kapacitása külön-külön vagy párosan nem elegendő, a tőkés országok ipara úgy védekezik a konkurrencia ellen, hogy bonyolult rendszereket dolgoznak ki, olyan gyártási, szerelési, de főleg olyan technológiai eljárásokat alkalmaznak, melyeket nem lehet utánozni (hanem újból fel kell fedezni).

ad. 2. A magyar telefonipar jelfogós vezérlésű crossbar típusú központra vásárolt licencet és így is a sorozatgyártásra a felkészülés évekig tartott. Ezek a központok a mai világszínvonalat képviselik és gyártásuk a licencadó LME-ben is még legalább 15–20 évig folytatódni fog, tehát üzemben lesznek a jövő század elején is.

Licencet vásárolni elektronikusan vezérelt központokra az iparilag fejlett országoktól — ha ugyan egyáltalán lehetséges — nem célszerű, mert az általuk megtervezett ilyen központok a náluk meglevő műszaki felkészültségre, az ott rendelkezésre álló nyersanyagokra, valamint fejlettebb technológiájukra van alapozva. Az LME licenc birtokában és most már a gyártási kapacitásban is felfejlődve, semmi sem sürget minket az elektronikusan vezérelt központok fejlesztésére. Ezekre a központokra sehol a világon nincs égetően szükség, ellenben szükség van a telefonszolgáltatás nagymérvű mennyiségi fejlesztésére.

A műszaki haladástól azonban nem maradhatunk le. Lényeges lenne megegyezésre jutni természetes partnereinkkel a fejlesztési terveket illetően.

A számítógépek fejlődésének hatása

Minthogy a számítógépek robbanásszerű fejlődése hozta lázba a telefonközpontok fejlesztésével foglalkozó kutatóhelyek mérnökeit, előbb a számítástechnika behatásának aspektusait vizsgáljuk meg. Az igaz, hogy a számítógépek és a telefonközpontok logikai funkciói között sok a rokon vonás (információbegyűjtés, -tárolás, -feldolgozás, utasításkiadás stb.), de sok az eltérés is közöttük. Néhány ilyen ellentétre az alábbiakban rámutatunk:

1. Mindenekelőtt le kell szögezni, hogy a gyors működésű elektronikus eszközökre nem a telefóniá-

nak volt szüksége, hanem a számítástechnikának, amit viszont a hadiipar igényelt (rakéták irányítása). De a polgári számítóközpontokban is a számítógépeknek gyors működésűeknek kell lenniük, mert működésük alatt nagyértékű perifériákat (be- és kiíró gépeket, tárolókat) lefoglalva tartanak. A telefonközpontokban mind a logikai műveletet végző vezérlők, mind a perifériáknak megfelelő kapcsolómező a méretezésnek megfelelően folyamatosan vannak igénybe véve. A vezérlés működési idejének összhangban kell lennie a kapcsológépek működtetéséhez szükséges idővel.

2. A telefonközpont kapcsolómezejének egy beszélgetés alatt, amelynek tartama 2-4 perc körül van, mindössze néhány bit-nyi információ továbbítására van szüksége. Ez azt jelenti, hogy a vezérlés akkor is gazdaságosnak bizonyulhat, ha nincs túlzottan koncentrálna. A számítóközpontban azonban egyetlen gyors számítógépre van szükség.

3. A megbízhatóság kérdése másképp vetődik fel a telefonközpontokban, mint a számítógépeknél. Egyetlen hiba a számítást tönkreteszi, viszont a telefonközpontban néhány ezreléknyi hibát megengedhetünk. Teljes leállás egy számítóközpontban legfeljebb a program újratekintését jelenti. Telefonközpontban egy ilyen leállás (break-down) nem engedhető meg.

4. A számítógép és perifériái a külvilágtól elkülönített zárt világot képeznek (az adatközlő hálózaton át érkező feladatok szalagon rögzítődnek és a válaszok adása is szalag közbeiktatásával történik). A telefonközpont több tízezer érpárral van kapcsolatban a külvilággal és ki van téve káros elektromos behatásoknak.

5. A számítógépek a gyors működésű (és ezért drága) operatív tárolókon kívül rendelkeznek olcsóbb nagy kapacitású háttérmemóriákkal (dob, tányér, szalag), a telefonközpontban minden tárolónak azonnal elérhetőnek kell lennie.

6. A számítógép a feladatot képviselő információt egy helyről kapja és csak számítás alatt gyűjt adatokat több helyről (tárolókból), a telefonközpont vezérlője esetleg több tízezer helyről kap logikai funkciót igénylő jelzéseket. (Persze egyszerre csak egy ilyen igényt tud kielégíteni.)

A számítógépek befolyásának teljes mértékű kibontakozása valósult meg a Bell Laboratórium ESS rendszerében. A kapcsolómező csak arra szolgál, hogy a beszélő előfizetőket táphídon keresztül egy érpáron összekapcsolja egymással, mindennemű logikai tevékenység az elektronikus vezérlőben koncentrálódik. A kapcsoló pontok ferreed jelfogók, a vezérlő alkatrészei félvezető eszközök, ferrit gyűrűk, fix (nem destruktív) tárolók sokasága. Egyetlen vezérlő (illetőleg még egy tartalék, a kettő meg tudja osztani a munkáját, de külön-külön is ellátják a tennivalókat) meg tud birkózni akár egy 64 000 előfizetős központ teljes forgalmának lebonyolításával is. Egy ilyen központban nem látni semmi lényegeset és nem hallani csak némi zümmögést. A központ állandóan ellenőrzi önmagát és jelzi (írógépen vagy lámpán), ha hibát talál. Az egész központ (kapcsolómező + vezérlés) dugaszolható kivitelben készül. Hiba esetén cserélni kell a hibás szerelvényt.

Ez a karbantartás. Az üzemeltetés (számváltozás, új előfizető stb.) általában írógépről történő beírás-sal, vagy pedig egy szerelvény cseréjével történik.

Ez tehát a jelenlegi csúcsteljesítmény az elektronikusan vezérelt telefonközpontok területén. Az első központ 10 évvel ezelőtt készült el, azóta több változat jelent meg belőle; Európában is próbálkoztak hasonló fejlesztésekkel, azonban ennek ellenére mindenütt továbbra is jelfogós vezérlésű — de igaz, hogy egyre több elektronikát is tartalmazó — központokat gyártanak mind nagyobb mennyiségben. Miért nem tapasztalható eddig döntő siker?

Új fejlesztést eldöntő szempontok

A kapcsolómező keresztpontjaiban az érintkezők számának 2-re történt redukálása azzal járt, hogy a vezérlőben a kapcsolómezőnek másolatát kellett elektronikusan képezni. A vezérlőnek bármilyen igény jelentkezésekor konzultálnia kell egy programtárolót, amely megmondja neki a tennivalókat. A vezérlő így azután olyan bonyolulttá lett, és nagyméretűvé duzzadt, hogy csak nagy központokban — 40 000 előfizető fölött — fizetődik ki. Az első megvizsgálandó szempont, hogy általában milyen nagyságú központokra van leginkább szükség?

1. Optimális központ-kapacitás

A világ helységeit durván 3 nagy csoportba oszthatjuk.

Lakosok száma	Helységek száma	Össz-lakosság	%
$>10^6$	kb. 60	kb. $200 \cdot 10^6$	6 %
10^6-10^5 között	kb. 2 000	kb. $1000 \cdot 10^6$	30 %
$<10^5$	kb. 60 000	kb. $2200 \cdot 10^6$	64 %
			100 %

Ez a táblázat bizonyára pontatlan és csak arra szolgál, hogy képet adjon a föld lakosainak kb. eloszlásáról a különböző nagyságú helységeken. Minthogy a nagyobb városokban általában nagyobb a telefonigény, mint a kisebbekben, pláne a falvakban, ezért azt a következtetést lehet levonni, hogy telefónia szempontjából az 50 és 100 ezer közti lakosságú városok telefonigényei a legmértékesebbek. 10–20%-os telefonsűrűséget feltételezve, ez 5000–40 000 közötti előfizetői számot jelent; mondjuk átlagosan egy 80 000 lakosú város 15%-os telefonsűrűséggel 12 000-es telefonközpontot jelent.

Ismeretes továbbá, hogy a telefonszolgáltatás beruházási költségeiben legnagyobb tétel (kb. 50%) az előfizetői vonal. Ezek árának csökkentését csak a központok decentralizálásával érhetjük el, vagyis a központok számának növelésével. Rövidebb előfizetői vonal vékonyabb vezetéknek eredményez (adott veszteség mellett), az ár pedig általában a rézsúllyal arányos.

Nagy városokban sem kellenek a túlzottan nagy központok. Londont a maga közel 2 milliónyi előfizetőjével el tudták látni 10 000-es központokkal. A Strowger-rendszer alapja is a 10 000-es kapacitás. A 7A2 rotary-rendszer eredetileg 20 000-es kapaci-

tásra készült, csak nálunk bővítették ki a rosszul sikerült iker megoldással 30 000 vonalra. Egy nagyváros — mint pl. Budapest — telefonhálózatát nagyon gazdaságosan realizálni lehetett volna 10–20 ezres központokkal 2–4 tranzit ponttal, vegyes haránt összeköttetésekkel, a központokbeli kimenő irányokat 10-re korlátozva. A tranzitközpontok közötti összeköttetések lehetnének azután több ezres csatornaszámúak.

Végül az optimális központ nagyságánál egy döntő szempont még a biztonság kérdése (tűz, háború stb.). Tehát még a kisebb városokban is célszerűbb egynél több központ felszerelése.

Optimális ily módon az a központkapacitás, amely ki tud szolgálni 20 000 előfizetőt is, azonban gazdaságosan használható már 2000 előfizetői számtól lépcsőzetesen bővítve.

2. Gyártási, üzemeltetési tényezők

A telefonközpontok vezérlője lényegében ugyanazokat az elektronikus eszközöket tartalmazza, mint a számítógépek. Ezeket arra specializált gyárak fogják előállítani, tehát látszólag különösebb problémát nem okoznak a központokat előállító üzemeknek. Az összeszerelés, forrasztás technológiája ismert.

Más kérdés a kapcsolómező. A ferreed keresztpont a maga nemében páratlan konstrukció, számunkra azonban két problémát okoz: túl drága és nagyon nehéz gyártani. Az USA-ban is állítólag magas a gyártási selejt és semmi biztosíték nincs arra, hogy a ferreed — ha egyszer jónak is bizonyult — nem mondja fel később a szolgálatot. Éppen a keresztpont magas ára miatt csökkentették le a keresztpontok érintkezőinek számát a minimálisan szükséges kettőre.

Egyébként az ESS és más ismert nyugati központ-típusok körül vannak bástyázva szabadalmakkal és licenciákkal hiába vásárolnánk (kérdés, hogy kapunk-e?), nagyon sok mindent nem tudnánk gyártani, technológiánk hiányosságai, nyersanyagaink kifogásolható minősége stb. miatt. A nyugati fejlesztő laboratóriumok nem veszik figyelembe ezeket az adottságainkat és a vásárolt licencet átdolgozni értelmetlen dolog lenne.

A közös vezérlővel rendelkező központok előnyeit a következőkben szokták megadni:

- a változtatások egyszerűek és gyorsan végrehajthatók a programok módosításával,
- a bővítések könnyen megvalósíthatóak,
- a különböző új jellegzetességek és szolgáltatások nehézség nélkül bevezethetőek,
- karbantartás gyakorlatilag nincs, a központ ellenőrzi önmagát,
- az egész vezérlés működését egyszerűsíti az a tény, hogy egyetlen vezérlő lévén nincs szükség duplatalálalat elleni védelemre.

Ami nálunk az üzemeltetés műszaki színvonalát illeti, körülbelül ugyanazok állíthatók, mint a gyártással kapcsolatban. A központ nem áttekinthető, a vezérlő a félvezető eszközök (IC-k is) nagy halma, ki merné azt állítani, hogy ezekkel 25–30 évig nem lesz baj. A számítógépek 4–5 év alatt amor-

tízálódnak és kb. ennyi időnkint kerülnek piacra a félvezető eszközök újabb és újabb változatai. Egyiknek sincs alkalma, hogy legalább 1-2 évtizedig üzemben legyen és bizonyítsa élettartamát. Egy elektromechanikus eszköz élettartamát egyértelműen meg lehet állapítani gyorsított vizsgálatokkal, félvezető eszközökkel ilyen eljárás nem lehet, még IC-k esetében sem.

Milyen fejlesztési változatot lehet elképzelni? Egy analógiára lehet utalni. Az amerikai cross-bar — a N° 5-s — megelőzte 20 évvel az európaiakat. Az amerikaiban egyetlen egységes kapcsolómező van és az egész központot átfogó közös marker. Európában sehol sem követték ezt az utat (ITT sem, LME sem), hanem tagolt kapcsolómezőt és decentralizált markereket alkalmaztak. Elképzelhető, hogy az európai fejlesztés erre vagy hasonló útra fog lépni. A jelfogós vezérlésű cross-bar központok Európában igazolták az ilyen fejlesztés helyességét.

3. A központ felparcellázási lehetősége

A tárolt programú vezérlés programjainak elkészítése állítólag több 10 matematikus év, elképzelhető tehát, hogy programmódosítások is nagy időt követelnek meg. Ha a központot kisebb egységekre osztanánk fel, egyszerre kitűnne, hogy a tárolt programokra nem mindenütt van szükség, vagy egyáltalán nem.

Egy klasszikus cross-bar központ kapcsolómezejét fel lehet osztani függőlegesen és vízszintesen. A függőleges osztás eredményezi: az előfizetői fokozatot, a trunkválasztót a kimenő hívások számára és végül a csoportválasztó fokozatot a bejövő hívások számára. Mindegyik fokozatot fel lehet továbbá osztani vízszintesen kapcsolási egységekre ún. modulokra, amelyeknek méreteit a kapcsológépek és kapcsolási igények határozzák meg. Több ilyen modul helyezhető el egy kereten és azután 1 vagy 2 keretnek — a forgalomtól függően — biztosítunk egy elektronizált markert.

Az elektronikus vezérlő decentralizálásának körülményeire rávilágítandó, az alábbiakban tételesen felsoroljuk a vezérlő főbb részeit:

a) *Letapogatók* (Scanner S). Ezek egy közös meghajtó órajelből, impulzusszámlálókból, valamint ES kapukból állnak. Ez utóbbiak összessége a letapogató pontok számától függ, tehát többletköltség nélkül szét lehet osztani azokat a modulok között.

b) *Elosztók* (Distributor D). Körülbelül ugyanazok mondhatók el, mint az S-ekről.

c) *Programtárolók* a kimenő trunkválasztó és a bejövő csoportválasztó fokozatok számára fölöslegessé, mert csak egyféle működésük van. Az előfizetői fokozatok számára a tárolt programok hasznosnak bizonyulhatnak, de nem szabad figyelmen kívül hagyni, hogy miniatürizált kapcsológépek olcsó keresztpontjai 2-nél több érintkezőt tartalmazhatnak és logikai feladatok megoldására használhatók.

d) *Átmeneti tárolók* általában a kimenő oldal-áramköreihez, főleg az előfizetőkhöz tartoznak. Ezeknek szétosztása a modulok között nem jár többletköltséggel. A decentralizálás eredményeként a működés lényegesen lelassul, aminek következtében

nincs szükség a számítógépekben használt kis átmérőjű (0,2—0,6 mm-es) ferritgyűrűkre, hanem használhatunk akár 2,5 mm-es gyűrűket is, amely körülmény félautomatikus befűzési módszereket tesz lehetővé.

e) *Tényleges logikai rész* az egész vezérlés árában kis százalékot tesz ki. Alapjában IC-kből épül fel. Amennyiben a vezérlés markerekre osztódik fel, akkor valamilyen logikai áramkörre szükség van markerenként. Bizonyos logikai funkciókat amúgy is előnyösen le lehet választani a közös vezérlőről: így pl. a számláló impulzusok gyűjtését tárolókon vagy automatikus díjelszámolást mágnesszalagokon való rögzítéssel. Ha valamelyik elektronikus markerben hiba fordulna elő, akkor a hibás rész kicseréléséig egy előfizetői csoport esne ki a forgalomból, ha pedig valamelyik választó fokozat egyik markere válnék üzemképtelenné, akkor csak a központ forgalom-áteresztő képessége csökkenne valamelyest.

Mindenesetre decentralizált elektronikus vezérlés esetén nem kell duplázni a szerelvényeket, biztonsági okokból. Az S, D áramköröket és a kétféle tárolót a centralizált vezérlés esetén nem mindig duplázzák, pedig pl. 0,3 mm átmérőjű gyűrűk könnyebben megrepedhetnek, mint a 2,5 mm-esek.

A telefonközpont nagyságát a miniatürizált kapcsolómező határozza meg. A gyors működésű közös vezérlő „csápjai”-nak el kell tudniuk érni a kapcsolómező mágneseit működtető pontjait. E célra gyors továbbító vezetékek, ún. bus-ok szolgálnak. Decentralizált vezérlés esetén a rövid futási idő nem olyan szigorú követelmény.

4. A központ térfogata

Ez a kérdés nálunk nem olyan döntő szempont, de egyes nyugati nagyvárosokban nagy fontosságot tulajdonítanak ennek. Beépített kerületekben nehéz új helyiségekhez jutni és ezért a régi központok helyére új központokat 2-3-szoros kapacitással akarnak helyezni. A térfogatproblémából következnek azonban gyártási, szerelési és üzemeltetési egyszerűsítések és ezért ezzel a kérdéskomplexummal foglalkoznunk kell.

A hagyományos központokban a szerelvények síkban vannak a keretekre felszerelve, ami azt jelenti, hogy minden szerelvénynek bármelyik részéhez hozzá lehet férni és a helyén meg lehet javítani. Ha nem, akkor ki lehet szerelni és így hibátlannal kicserélni. A keretek nagyságát a szállíthatóság korlátozza. A keretek közti összeköttetéseket a keretek tetején levő forrasztócsúcsok segítségével létesítik. Egy 10 000 előfizetős központban kereken 300 keret van (rotary-rendszerben).

Ha a szerelvényeket és alkatrészeket nem síkban, hanem 3 dimenzióban, tehát térben szereljük fel, akkor lényeges térfogatcsökkentést lehet elérni, azonban a kereten nem lehet javításokat eszközölni. Jelentkezik tehát a dugaszolhatóság igénye.

Egy 10 000 előfizetős cross-bar típusú központban kb. 1200 kapcsológép van, összesen kb. 240 000 csatlakozási, azaz ugyanennyi „dugaszolandó” ponttal. Ehhez jönnek a jelfogó és egyéb alkatrészek dugaszolási igényei úgy, hogy igen magas szám jön ki.

A megoldás éppen a cross-bar gép felépítéséből kínálkozik; egy cross-bar gép nem más mint 10 db 20 kimenettel rendelkező kis gép együttese, amiáltal a közös rudakon kívül multiplikálási lehetőségek is kínálkoznak. Tehát több gépet kell összefogni úgy, hogy egy kapcsolási fokozatnak egy önálló linkkapcsolása jöjjön létre és így csak a bemeneteket és kimeneteket kelljen dugaszolhatóvá tenni, de magukat a linkeket nem. Egy ilyen dugaszolható kapcsolási egységet nevezünk modulnak. A modul méreteinek felső határát az szabja meg, hogy könnyen hordozható legyen. Ezért kell a gépeket miniaturizálni. Erre tág lehetőséget nyújtanak az új technológiai eljárások (fröccsöntvények, nyomtatott áramkörök stb.). Miniatűr cross-bar gépre számos példa van. Csak a miniaturizálás révén a központ térfogatát 1/4-ére lehet csökkenteni. Az elektronikus vezérlés további csökkentést tesz lehetővé.

5. Új jellegzetességek és szolgáltatások

Az irodalomból ismert új fejlesztésű központok számos új jellegzetességet és főleg új szolgáltatásokat tartalmaznak. Ezek általában jól ismertek. A megvalósításukhoz főleg tárolók tömege szükséges; mint pl. a rövidített számjegyküldés, amely célra egy közös transzlátorban hívó előfizetőnként egy külön tároló-rekeszre van szükség, annyi tároló-sorral, ahány előfizetőt akar hívni rövidített számjegyküldéssel. Az új szolgáltatások legtöbbször a mai cross-bar központokban is meg lehetne valósítani, különösen, ha a számjegybeküldés billentyűzettel történik, amire előbb-utóbb sor fog kerülni a már üzemben levő központokban is.

Nekünk körültekintően meg kell vizsgálnunk, hogy számunkra és a szóba jöhető külföldi vevőinknek mely új jellegzetességekre és szolgáltatásokra van szükség, figyelembe véve az ezekkel járó többletköltséget, amely mindenképpen mutatkozik, még a centralizált vezérlés esetén is.

Összefoglalás

A fenti fejlesztési szempontok alapján lehetséges lenne olyan modern elektronikusan vezérelt cross-bar típusú telefonközpontot kialakítani, amely érdeklődésre találna a hazai Postán kívül egyes baráti országok, valamint sok fejlődő ország telefontársaságánál. A fejlesztési szempontok továbbá messze-menően figyelembe veszik a gazdaságos gyártás feltételeit is.

Tételesen összefoglalva ezen fejlesztés célkitűzéseit, a következőket említhetjük meg:

1. Miniaturizált cross-bar kapcsológépek és elektronizált markerek használata. A központ blokk-diagramja hasonló az ARF (Pentaconta stb.) központokéhoz. A kapcsolási diagram könnyen áttekinthető. A kapcsolási fokozatok kapcsolási egységekre oszlanak és egy ilyen egység a hozzá tartozó scannerrel és distributorral együtt egy modult képez, amely megfelel egy mai központ egy keretének, de ennek kb. 1/4-ére redukálva. Az egész modul dugaszolható.

2. Az egész központ keretéből áll, keretenként 4-5 modullal és 1 vagy 2 keretenként egy markerrel. Egy 10 000 előfizetős központban kb. 35-40 db keret van.

3. A központ modulonként bővíthető 2000-től kb. 20 000 előfizetőig. (Egy előfizetői modul 256 előfizetőt szolgál ki.)

4. A központok közti jelzésrendszer azonos lehet az ARF-ével, tehát pl. Budapesten a Rotary-központok lebontása után egységes jelzésrendszer lehet az egész hálózatban.

5. Az új központ biztosítani tudja mindazokat az új szolgáltatásokat, amelyekre igény jelentkezik.

6. Gyártási szempontból a modulrendszer sok előnyt biztosít. Egy-egy modult meghatározott személyek szerelnek, kábeleznek, forrasztanak, az egyéni felelősség elve érvényesíthető és a hibátlan munka jutalmazható. A vizsgálat a dugaszolhatóság következtében egyszerű és gyors. A központok széles skálája azonos modulok nagy sorozatának egyidejű gyártását teszi lehetővé és így a központok gyártási ideje csökkenthető.

7. A gyártással párhuzamosan folyhat a modulok közti kábelezés a helyszínen, ahol csak az üres keretek vannak felállítva.

Általános megjegyzések

Bármennyire is mondjuk, hogy a technikai forradalom korában élünk, a távbeszélőtechnika fejlődése lassú folyamat, amelyben a konzervatizmus szelleme dominál. Erre nagyon sok példát lehet felhozni:

1. a cross-bar gép első szabadalma 1912-ből való, az első cross-bar központot 1933-ban helyezték üzembe az USA-ban és csak a II. világháború után Európában;
2. a PCM-elvet 1932-ben szabadalmaztatták és még ma is csak elszórtan néhány nagyváros külső kerületei felé használják, pedig most már segítségül jöttek az IC-elemek is;
3. az előfizetői távválasztás 1930 körül már bevezetésre került, elterjedése azonban a 60-as évek után fokozódott és csak azután vált általánossá a fejlett ipari országokban.

Több ilyen példát lehetne még felhozni, a fejlődés lassú voltának igazolására. Ez a konzervatizmus abból származik, hogy óriási összegek kerültek beruházásra az egyes országok telefonhálózatában és a mai díjszabás-politika mellett ezek a berendezések csak 20–25 év alatt tudják a beruházási költségeket amortizálni. Minden új fejlesztésű központnak a meglevőkkel kompatibilisnek kell lennie és ez befolyásolja, sokszor gátolja a fejlesztést.

Végző soron valamikor az integrált telefonhálózat fog megvalósulni, amelyben már csak elektronikus eszközök lesznek találhatóak és amelyben a beszédet és a jelzéseket (számjegyeket) egyaránt digitális pulzus kód modulációs rendszeren fogják továbbítani, de erre csak a távoli jövőben fog sor kerülni. Az elkövetkező néhány évtized az elektronikusan vezérelt és elektromechanikus kapcsolómezejű telefonközpontoké lesz.

KÖRNYEZETÁLLÓSÁGI VIZSGÁLATOK

4. Termeszállóság meghatározása

A trópusok jellemző biológiai károsító tényezője a termeszek támadása. A termeszek főleg a Föld meleg éghajlatú vidékein elterjedt rovarok, megtalálhatók számos európai országban is.

A termeszek károsítása véletlenszerű. Leginkább a szállítás és raktározás időszakában okoznak károkat és a legtöbb híradástechnikai gyártmányoknál nem maguk a gyártmányok, hanem a csomagolóanyagok vannak kitéve a termeszek támadásának. A csomagolóanyagok a legkönnyebben hozzáférhető és kémiai felépítésük folytán is a termeszek által legveszélyeztetettebb anyagok közé tartoznak. Különösen veszélyeztetettek még azok a gyártmányok, amelyek olyan körülmények között kerülnek felhasználásra, ahol a földdel közvetve vagy közvetlenül érintkeznek, v. a földben vannak elhelyezve. (Pl. föld alatti kábelezés.)

A vizsgálati módszerek jellemzése

A termeszállóság megállapítása természetes és laboratóriumi vizsgálattal történhet:

Természetes vizsgálatok

A termeszállóság meghatározása leggyakrabban természetes vizsgálattal történik.

A természetes vizsgálatok során a mintákat kihelyezzük olyan helyen, ahol állandóan vannak termeszkarok. A kihelyezés kétféle módon történhet: földfelszínen fészerben vagy föld alatti veremben. A minták mellé fenyőfacsallókat szokás helyezni. Az értékelés hosszabb időközönként szemrevételezéssel történik.

Laboratóriumi vizsgálatok

Laboratóriumi (mesterséges) termeszállósági vizsgálatok végzése Magyarországon — a termeszek behurcolásának veszélye miatt — tiltott, de sok európai (pl. NDK, Csehszlovákia) és tengeren túli országban folyik. A laboratóriumi vizsgálatokat sokan ott is célszerűnek tartják, ahol természetes kitételre is van lehetőség. A laborvizsgálat előnyei: kevésbé időigényes, gazdaságos, az eredmények reprodukálhatók, összehasonlíthatók.

Az alkalmazott vizsgálati módszerek két csoportra oszthatók:

- Választási kísérlet, amikor a vizsgálandó anyagon kívül csalétek is áll a termeszek rendelkezésére, ezenkívül biztosítva vannak az optimális hőmérsékleti és nedvességi viszonyok és a megfelelő mozgási lehetőség.
- Kényszerkísérlet, amikor kizárólag a vizsgálandó anyag szolgál táplálékul az egyébként optimális környezetben.

A vizsgálatok ideje 1–2 hónap, az alkalmazott termeszfajok átlagos élettartama szerint. Az értékelés szemrevételezéssel és súlyvesztés-méréssel történik.

A termeszek károsítási módja

A termesztámadás mindig nagyszámú „termeszmunkás” együttes, szervezett munkája. Ez indokolja, hogy viszonylag igen rövid idő alatt egészen rendkívüli károkat képesek okozni (1. ábra).

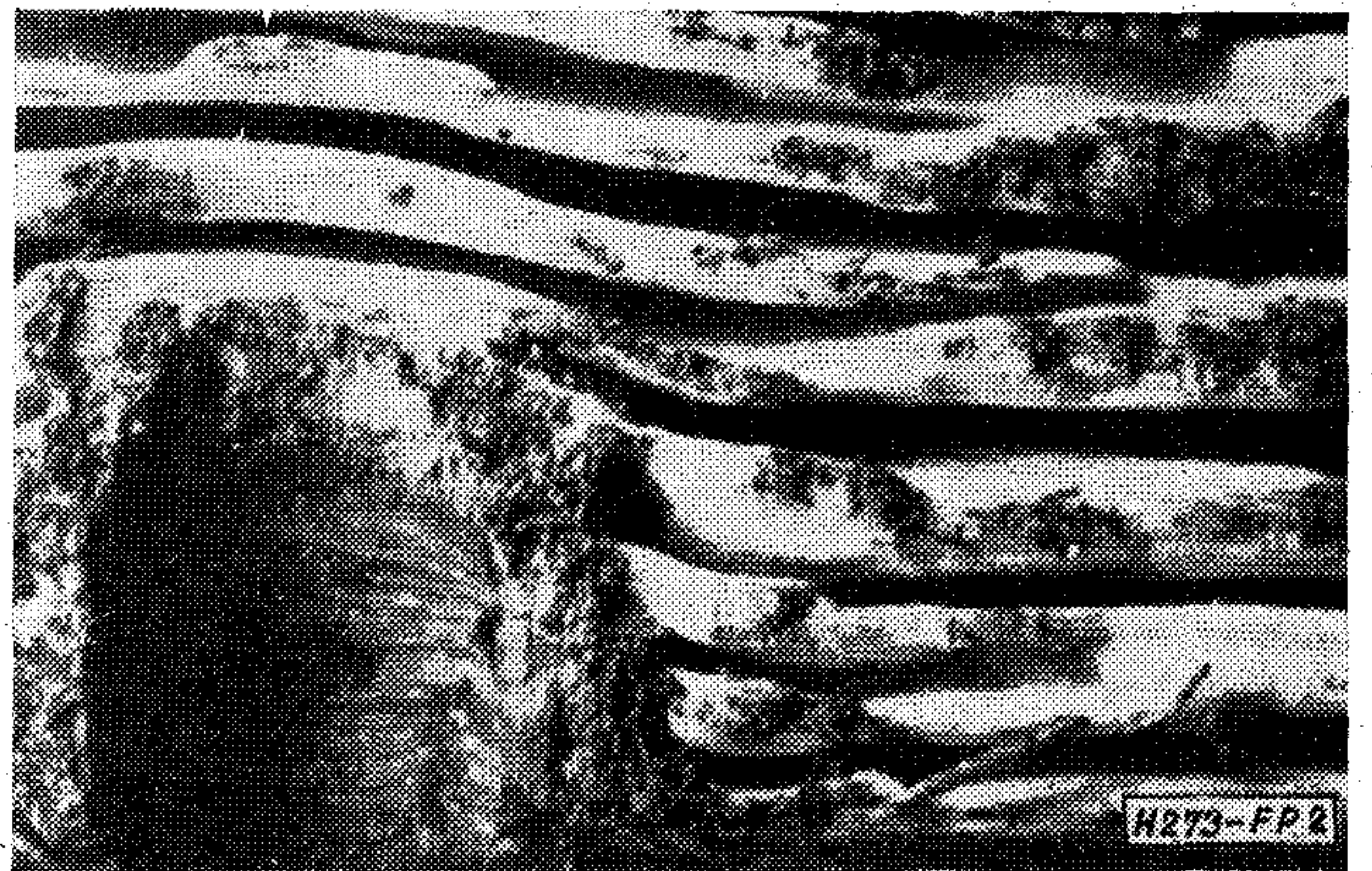
A termeszek főtápláléka a cellulóz, ezért a cellulózszármazékok (pl. fa, papír) a legveszélyeztetettebbek.

A faanyagokat a termeszek igen jellemző módon károsítják: az évgyűrűkkel párhuzamosan fúrják be magukat a fába, majd az évgyűrűkre merőlegesen hosszanti irányban haladnak, mindig a lazább szerkezetű, puhább nyári pásztákban (2. ábra). Trópusi területek fái közül sok rendelkezik természetes termeszállósággal.

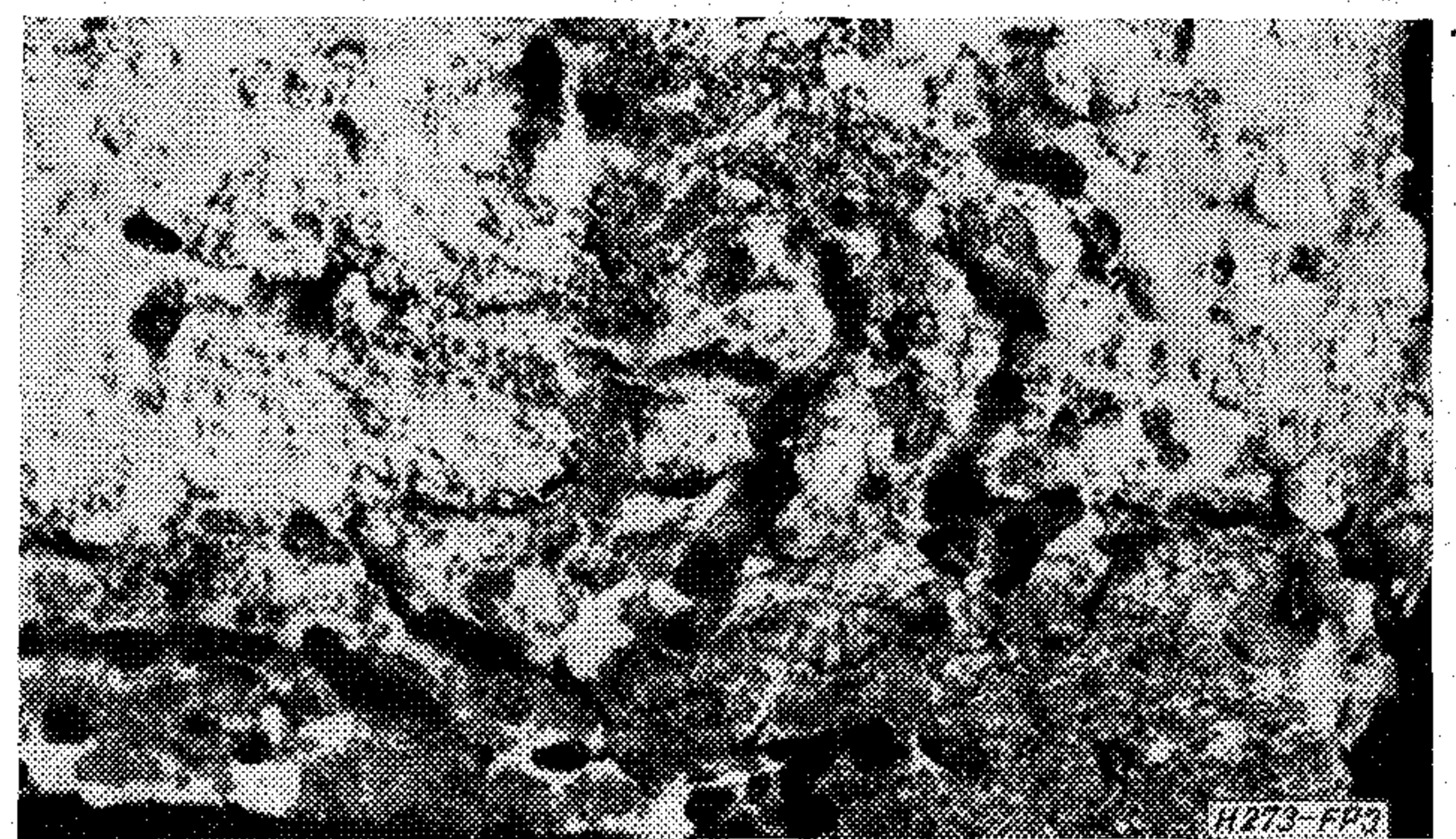
A nem cellulóz alapú anyagok a termeszek számára emésztetetlenek, mégis károsodnak: Károsodásuk valószínűsége elsősorban keménységüktől, kisebb mértékben kémiai összetételüktől függ. Károsodnak pl. a lágyított műanyagok, habanyagok, vékony fóliák. A 3. ábrán Hungarocell habanyag jellemző károsodását mutatjuk be.



1. ábra. Termeszek károsító tevékenységük közben



2. ábra. Faanyagok jellemző károsodása



3. ábra. Habanyag termeszkarosodása

A módszerek szabványosítási helyzete

A termeszállóság meghatározására vonatkozóan sem nemzetközi ajánlás, sem magyar szabvány nincs. Az irodalom azonban számos, általában elvileg hasonló módszert közöl és vannak nemzeti szabványok, ezek közül általunk elfogadott a TGL 18 982.

Dr. Farkas Péterné

Beloianisz Híradástechnikai Gyár

Analóg léptetőregiszterek és vastagréteg megvalósításuk

ETO 621.395.342:621.382.33.049.7-111

Egy régi áramköri ötlet támadt fel a legutóbbi években. Energiatároló elemek (kondenzátorok) láncolatát nemlineáris eszközökkel (diódákkal, tranzisztorokkal) összekötve, olyan áramkörök alakíthatók ki, melyeknek közös jellemzője, hogy egy periodikus léptetőjel ütemében, mintegy „vezényszóra” minden tároló a szomszédjának adja át energiáját.

Az elv egyik elterjedt, klasszikusnak mondható megvalósítása öt évtizedre tekinthet vissza: ez a nagy feszültségek előállítására használatos kaszkád generátor (1a ábra). A bemeneti jel egyik félperiódusában a folytonos, másik félperiódusában a szaggatott nyílaknak megfelelő töltés-átöntés jön létre. Az áramköri kialakítás célja: lépcsőnként „megmászni” a töltésekkel az A és B pont közti nagy feszültségkülönbséget. A másik jellegzetes elrendezés csak az utóbbi években vált közismertté [1]. Itt a kondenzátorok nem egymás fölött, hanem egymás mellett helyezkednek el, és (térvezérelt vagy bipoláris) tran-

zisztorok végzik a léptetőjel ütemében a töltés-átmenést (1b ábra). Ha a kondenzátorlánc első elemét egy analóg jeltől vett mintákkal arányos töltéssel tápláljuk, az áramkör e mintákat lépteti végig a kondenzátorok során, tehát *analóg léptetőregiszterrel* van dolgunk.

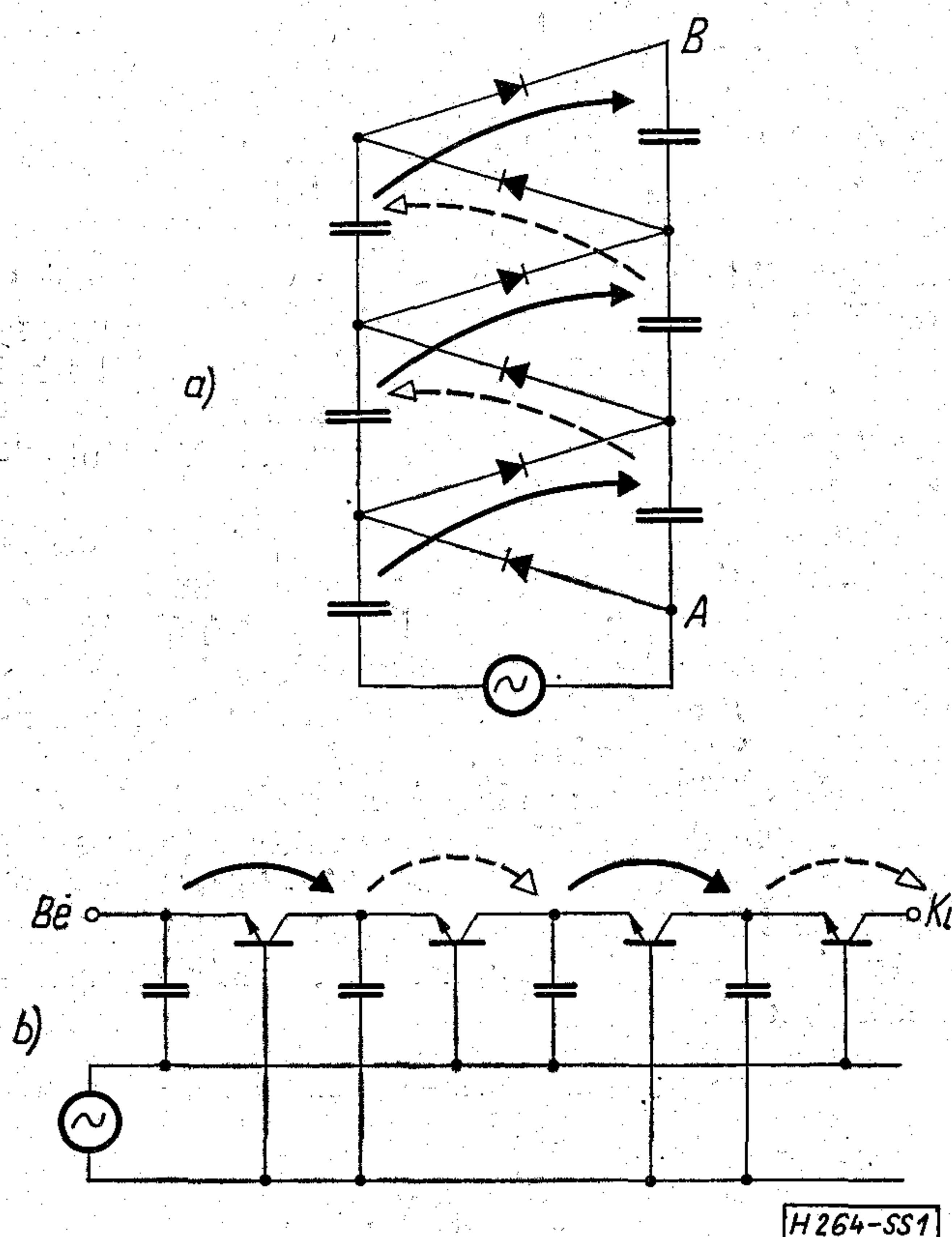
Az utóbbi áramkör igen változatos alkalmazási lehetőségeket rejt magában, széleskörű felhasználásra számíthat az elektronikában. Az egyenletes ütemű léptetés állandó késleltetést jelent a be- és kimenet között. A késleltetés mértéke szokatlanul nagy lehet az egyéb áramkörökkel elérhetőkhöz szemben: reális lehetőség pl. 0,1 s körüli késleltetéseket elérni a hangfrekvenciás tartományban, 100 μ s körül a videotartományban. Az áramkör így késleltető magnetofonok, akusztikus késleltető vonalak kiváltója lehet. Segítségével a hangfrekvenciás tartományban is realitássá válik olyan szűrő- és korrektor áramkörök építése, amelyek késleltetőket tartalmaznak (pl. transzverzális szűrő).

Sok vonatkozásban kihasználható az analóg léptetőregiszternek az a különleges tulajdonsága, hogy késleltetése a léptetőjel frekvenciájának szabályozásával széles határok között, folyamatosan változtatható. A léptetőjel leállításával, majd újbóli megindításával egy analóg időfüggvény tárolása s újbóli kiolvasása is lehetséges. (A gyakorlati kivitelnél elkerülhetetlen veszteségek miatt itt nem gondolhatunk túlzottan hosszú idejű tárolásra.) Leállítva a léptetőjelet, az egyes kondenzátorokon maradó töltések a bemenőjel különböző időpillanatokban vett mintáival arányosak, vagyis a jel időben egymás utáni mintái térben elkülönülve jelentkeznek. Ez időfüggvény-térbeli függvény átalakítást jelent. Természetesen a fordított átalakítás is lehetséges. E két funkció igen nagy jelentőségű a szilárdtest képátalakító eszközök szempontjából. A töltésléptetés elvét felhasználva, már 106×128 felbontású képfelvevőt is megvalósítottak [5].

Az analóg léptetőregiszter igen jól integrálható áramkör. MOS kivitelben egy-egy tokban több száz fokozat realizálható. Ezek az áramkörök a közelmúltban tűntek fel [2], Bucket-Brigade néven (vödörláncnak fordíthatnánk; az elnevezés szellemesen utal az egyes fokozatok közti töltés-továbbadásra).

A MOS kivitel közeli rokonának tekinthetők az ún. CCD eszközök (Charge-Coupled Devices) [3, 4]. Ezekben az egymás szomszédságában létrehozott MOS kapacitások közötti töltés-léptetés valósul meg.

Kétségtelen, hogy a leágazások nélküli, nagy késleltetésű láncok realizálására az integrált MOS változat a legalkalmasabb. Ez magyarázza, hogy az ilyen



1. ábra. Kaszkádgenerátor és analóg léptetőregiszter. A nyílak a töltés-átöntések irányát mutatják

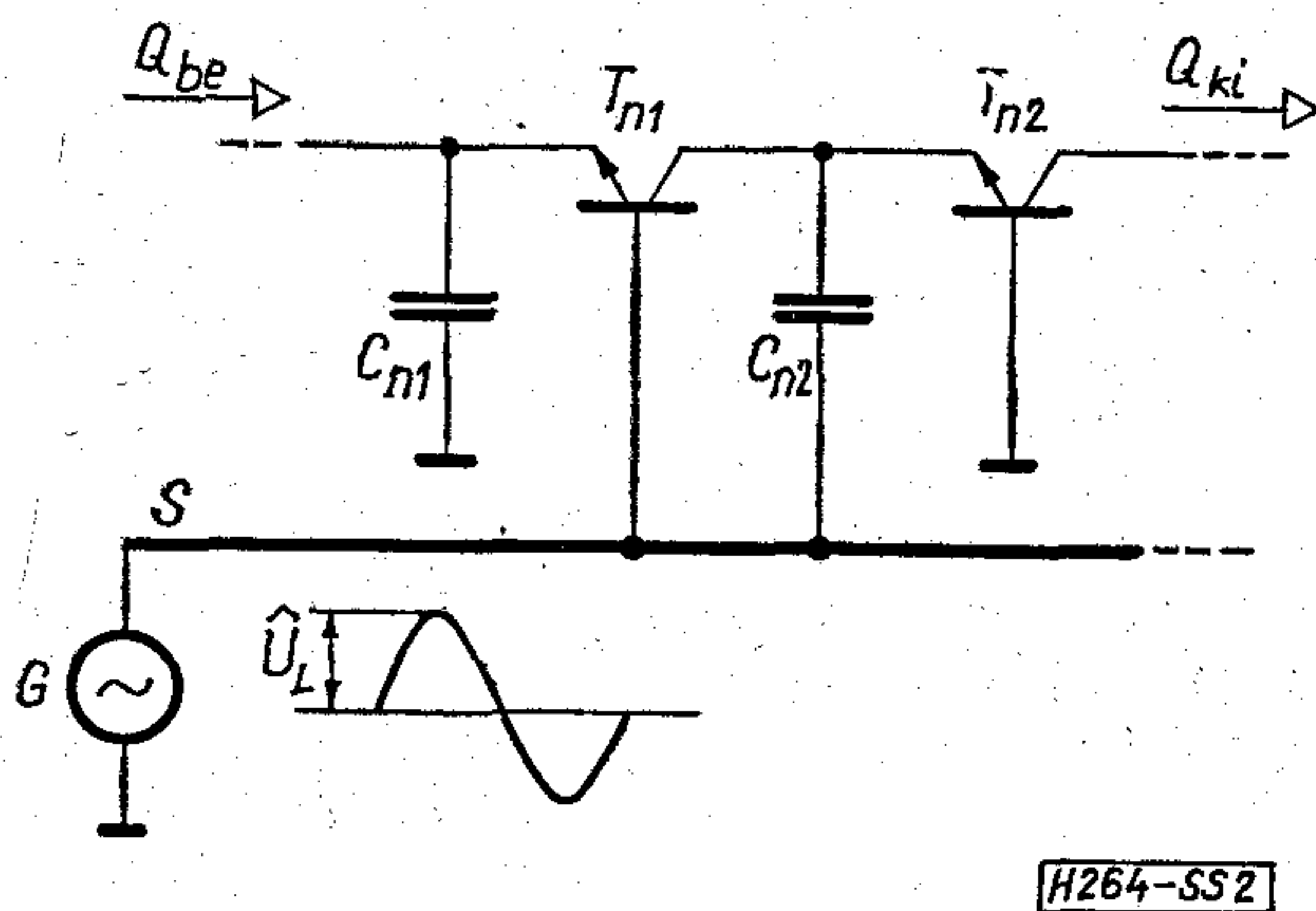
hosszú láncok előállítása csak az utóbbi években került napirendre. Ugyanakkor tény, hogy különböző korrekterok céljaira sokszor már egészen rövid, 15–30 fokozatból álló láncok is megfelelőek, amelyek bipoláris IC-vel, sőt egyes esetekben akár diszkrét elemekkel is realizálhatók. Ezért kissé érthetetlen, hogy az áramkörre csupán 1970–71-ben kezdtek felfigyelni, dacára néhány korai, a kérdésre célzó publikációnak (pl. [6]).

A BME Elektronikus Eszközök Tanszékén 1971 tavasza óta foglalkozunk a bipoláris félvezetőeszközökkel felépített analóg léptetőregiszter áramköri problémáival. Először diszkrét elemes áramkörrel próbálkoztunk. Miután a kísérletek biztató eredménnyel zárultak, a HIKI Kísérleti Gyártási Főosztályának laboratóriumában 4–4 fokozatot magukban foglaló vastagréteg léptetőregisztereket realizáltunk. Megkezdjük az áramkör alkalmazástechnikai kérdéseinek vizsgálatát, azokra a felhasználásokra helyezve súlyt, amelyekben a vastagréteg áramkör a MOS kivitel mellett versenyképes lehet.

Cikkünkben először a kialakított integráltkör áramköri tulajdonságait, kapcsolástechnikai kérdéseit tárgyaljuk, majd az alkalmazási lehetőségeket érintjük, kiemelve közülük a transzverzális szűrő példáját. Végül összefoglaljuk az eddigi munkánkból levonható azon következtetéseket, amelyek az eszköz perspektívái szempontjából lényegesek.

1. Működés és méretezés

E szakaszban a bipoláris tranzisztorokkal felépített analóg léptetőregiszter egyetlen fokozatát tesszük részletes vizsgálat tárgyává. Egy ilyen fokozat két tranzisztorból és két kondenzátorból áll. A 2. ábrán egy hosszabb lánc n -edik fokozatát látjuk. A G generátor U_L amplitúdójú szinuszos léptetőjelet kényszerít az S sínre (az ábrán nem látható további fokozatok is ugyanezen sín és a föld közé csatlakoznak).



2. ábra. Analóg léptetőregiszter egy fokozata

A fokozat működésének vizsgálata során a tranzisztorokat egyformáknak tekintjük. Rájuk vonatkozóan a következő jelöléseket alkalmazzuk:

A	nagyjelű, földelt bázisú áramerősítés,
U_{EB}	emitter-bázis dióda nyitó irányú feszültségese ($\approx 0,7$ V),
U_{EBL}	emitter-bázis dióda megengedett zárófeszültsége,

I_{EO}	emitter-bázis dióda visszárama,
I_{CO}	kollektor-bázis dióda visszárama.

Első vizsgálatunk célja a lánc zérus bemenetnél, tehát $Q_{be}=0$ esetén felvett állapotának felmérése. Figyeljük először a léptetőjel pozitív félperiódusát: T_{n1} tranzisztor bázisa U_L feszültségig szalad föl, a tranzisztor kinyit, és addig von el negatív töltést a C_{n1} kondenzátorból, amíg az

$$U_{Cn1} < U_L - U_{EB}$$

feltétel teljesül. Végül tehát a kondenzátor feszültsége az

$$U_{CO} = U_L - U_{EB} \quad (1)$$

értékre áll be. Ugyanez történik a C_{n2} kondenzátorral a léptetőjel negatív félperiódusában. Bekapcsoláskor tehát a kezdeti tranziens eredményeként minden kondenzátor feszültsége az U_{CO} értéket veszi fel, ezt követően töltésáramlás nincs. Ez a lánc „üres” állapota.

A negatív félperiódusban T_{n1} tranzisztor emittére és bázisa között $U_L + U_{CO} = 2U_L - U_{EB}$ zárófeszültség jelentkezik. A megengedett emitter-bázis feszültség az alábbi módon korlátozza tehát a léptetőjel amplitúdóját:

$$U_L \leq (U_{EBL} + U_{EB})/2 \approx U_{EBL}/2 + 0,35 \text{ V}. \quad (2)$$

Nézzük most a töltésléptetés folyamatát! A léptetőjel negatív félperiódusában T_{n1} zárva van. Ezalatt a C_{n1} kondenzátorba Q_{be} negatív töltést töltve, annak feszültsége Q_{be}/C_{n1} -gyel csökken. A pozitív félperiódusban T_{n1} addig nyit, és addig von el negatív töltést C_{n1} -ből, míg annak feszültsége az alaphelyzetet jelentő U_{CO} értékre nem emelkedik. Ehhez éppen Q_{be} töltést kell elvonnia. A tranzisztor nagy áramerősítése folytán a negatív töltés legnagyobb része: $A \cdot Q_{be}$ áttöltődik C_{n2} -be. A negatív félperiódusban T_{n1} zár le, és a C_{n2} -be juttatott töltés A -szorosa a fentihez hasonló módon távozik T_{n2} kollektorán. A tárgyalt fokozat tehát a léptetőjel negatív félperiódusában fogadni is, továbbadni is képes egy-egy töltéscsomagot, méghozzá anélkül, hogy ezek bárhol egymásra töltődjenek, keveredjenek. Az ilyen fokozatokból összeállított lánc valóban analóg léptetőregiszterként működik.

Miután kvalitatíve megismertük az áramkör működését, vizsgáljuk meg azokat a mennyiségi összefüggéseket, amelyek a tervezés alapjául szolgálnak.

Határfrekvencia: a láncon átbocsátható maximális frekvencia a mintavételi tétel értelmében a mindenkori léptetőfrekvencia fele.

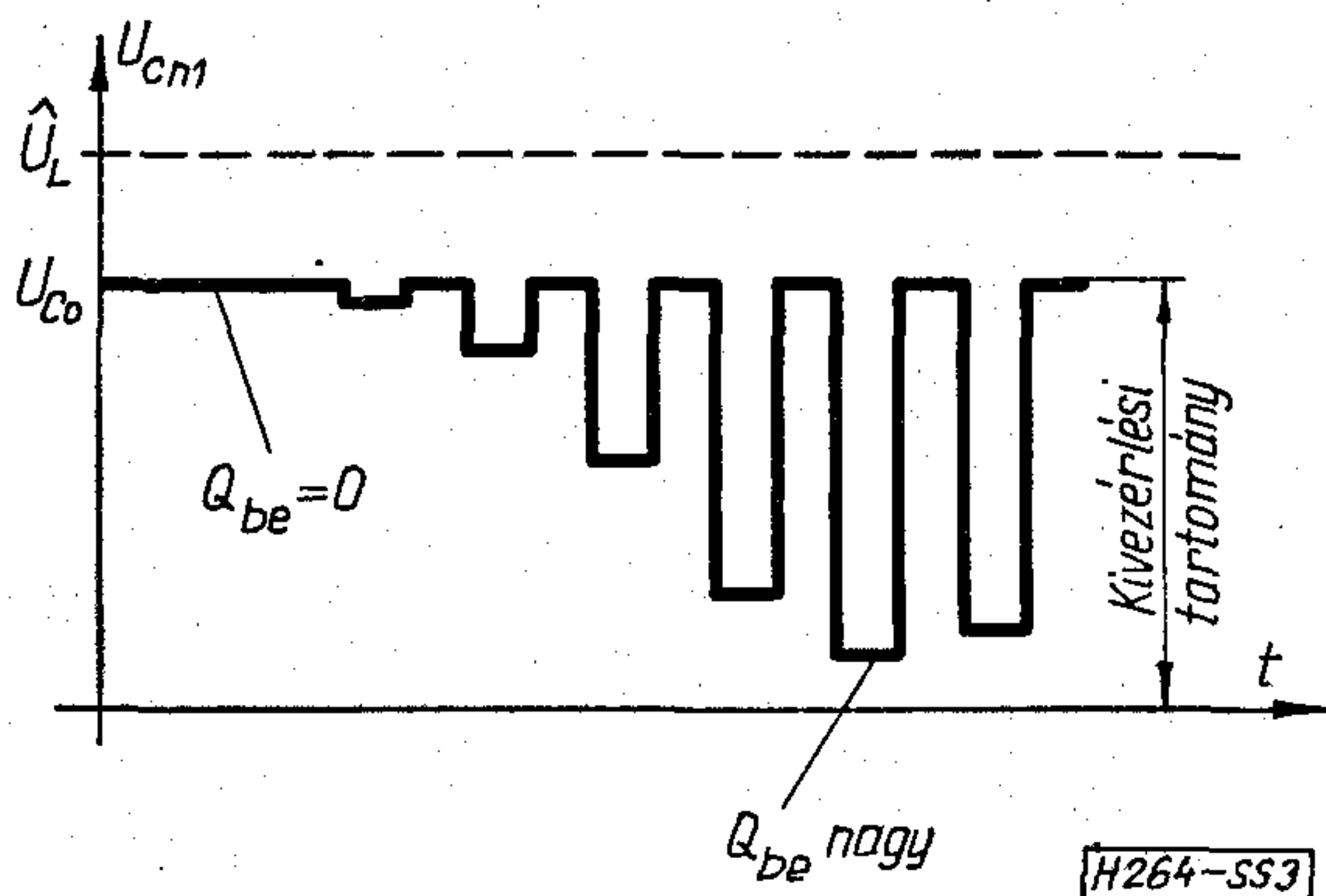
Kivezérelhetőség: a lánc kondenzátorainak U_{CO} pozitív nyugalmi feszültsége nem változhat negatívra a Q_{be} negatív töltés rákényszerítése következtében, mert ez a balról csatlakozó tranzisztor kollektor-bázis diódájának nyitására vezetne. A feszültség-kivezérelhetőség tehát

$$\Delta U = U_{CO} = U_L - U_{EB} \leq (U_{EBL} - U_{EB})/2, \quad (3)$$

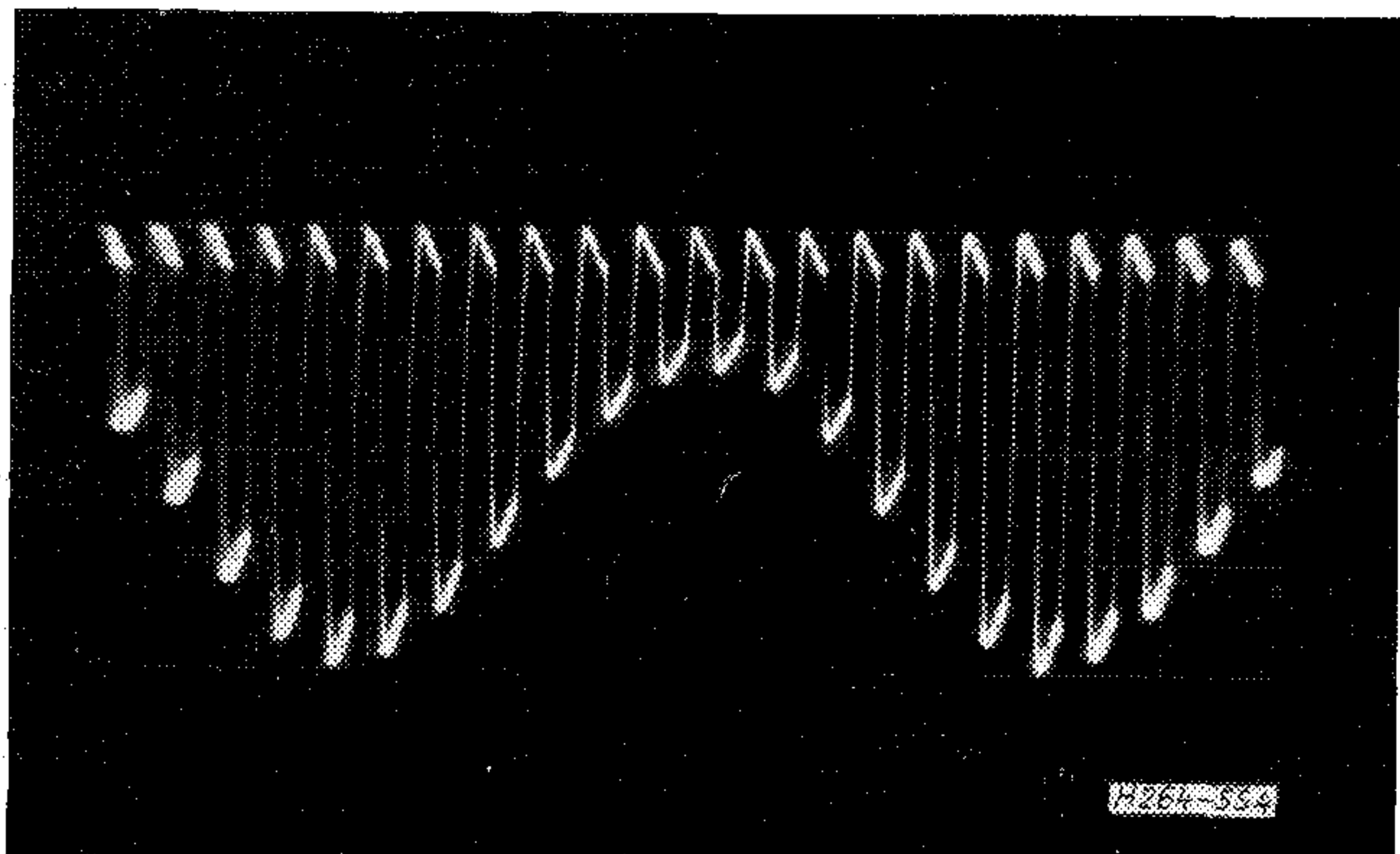
a töltés-kivezérelhetőség

$$\Delta Q = C_{min} \Delta U, \quad (4)$$

— ahol C_{min} a lánc legkisebb kondenzátora. Az áramkör lényeges tulajdonsága, hogy az egyes kondenzá-



3. ábra. Jelforma a földelt végű kondenzátorokon



4. ábra. Jelforma egy földelt végű kondenzátoron (oszilloszkóp felvétel). A léptetőfrekvencia 10 kHz, a továbbított hasznos jel szinuszos

toroknak nem szükséges szigorúan azonos értékűnek lenniük, ez alkatrész-tűrés szempontjából kellemes. Mégis célszerű nagyjából azonos értékekkel dolgozni,

$$i_L(t) = \begin{cases} C_{n1} U_L \omega_L \cos \omega_L t, & \text{ha} \\ 0 & \end{cases}$$

Az áramfelvétel láthatóan függ az éppen léptetett töltés nagyságától is. Ha a lánc n fokozatból áll, a léptetőjel-generátort maximálisan

$$\hat{I}_L = n C U_L \omega_L \quad (6)$$

nagyságú áramlökések terhelhetik.

Trapéz- vagy négyszögimpulzus formájú léptetőjelnél a nagyobb dU_L/dt differenciáhányados miatt nagyobb csúcsáramok várhatók, ezért mi a szinuszos léptetőjelet látjuk célszerűbbnek.

Az (6) összefüggés nyilvánvalóvá tesz egy, a működési frekvenciában mutatkozó korlátozást. Nagyobb frekvenciákon feltétlenül csökkentenünk kell a kondenzátorok kapacitását, egyébként vagy a tranzisztorok árama, vagy léptetőjel-generátor terhelése túl lépi a megengedett értéket.

2. A megvalósított integráltkör

A HIKI Kísérleti Gyártási Főosztályának laboratóriumában végzett kísérleteink során integráltkör formájában realizáltuk az analóg léptetőregisztert.

mert a legkisebb kondenzátor korlátozza a kivezérelhetőséget.

A földelt végű kondenzátorok (pl. C_{n1}) jellegzetes jelformáját a 3. ábrán vázoltuk. A 4. ábrán oszcilloszkóp-felvételt látunk: egy földelt végű kondenzátor jelformáját szinuszosan változó bemenőjel esetén.

Töltésvesztés: az egyes fokozatokon bekövetkező töltésvesztés az alábbi okokra vezethető vissza:

- áttöltési veszteség ($A < 1$ miatt),
- a tranzisztor visszáramok okozta veszteség,
- a kondenzátorok saját vesztesége (ezt az előbbieket mellett elhanyagoljuk).

A fokozat által leadott töltés:

$$Q_{ki} = A \{ A [Q_{be} + T_L (I_{EO} + I_{CO})] + T_L (I_{EO} + I_{CO}) \} \cong A^2 Q_{be} + 2 T_L (I_{EO} + I_{CO}), \quad (5)$$

ahol T_L a léptetőjel periódusideje. Ezek szerint tehát minden fokozaton A^2 -szeres kivezérléscsökkenés és $U = 2 T_L (I_{EO} + I_{CO}) / C$ nagyságú nullszint-eltolódás áll elő.

A léptetőgenerátor terhelése: az áramhurkok, amelyekben egy-egy töltésléptetés létrejön, a léptetőgenerátoron keresztül záródnak. Ez meglehetősen nagy, lökészerű áramterhelést jelent a léptetőgenerátornak. Némiképp idealizált tranzisztorokat feltételezve, egy-egy fokozat áttöltési árama

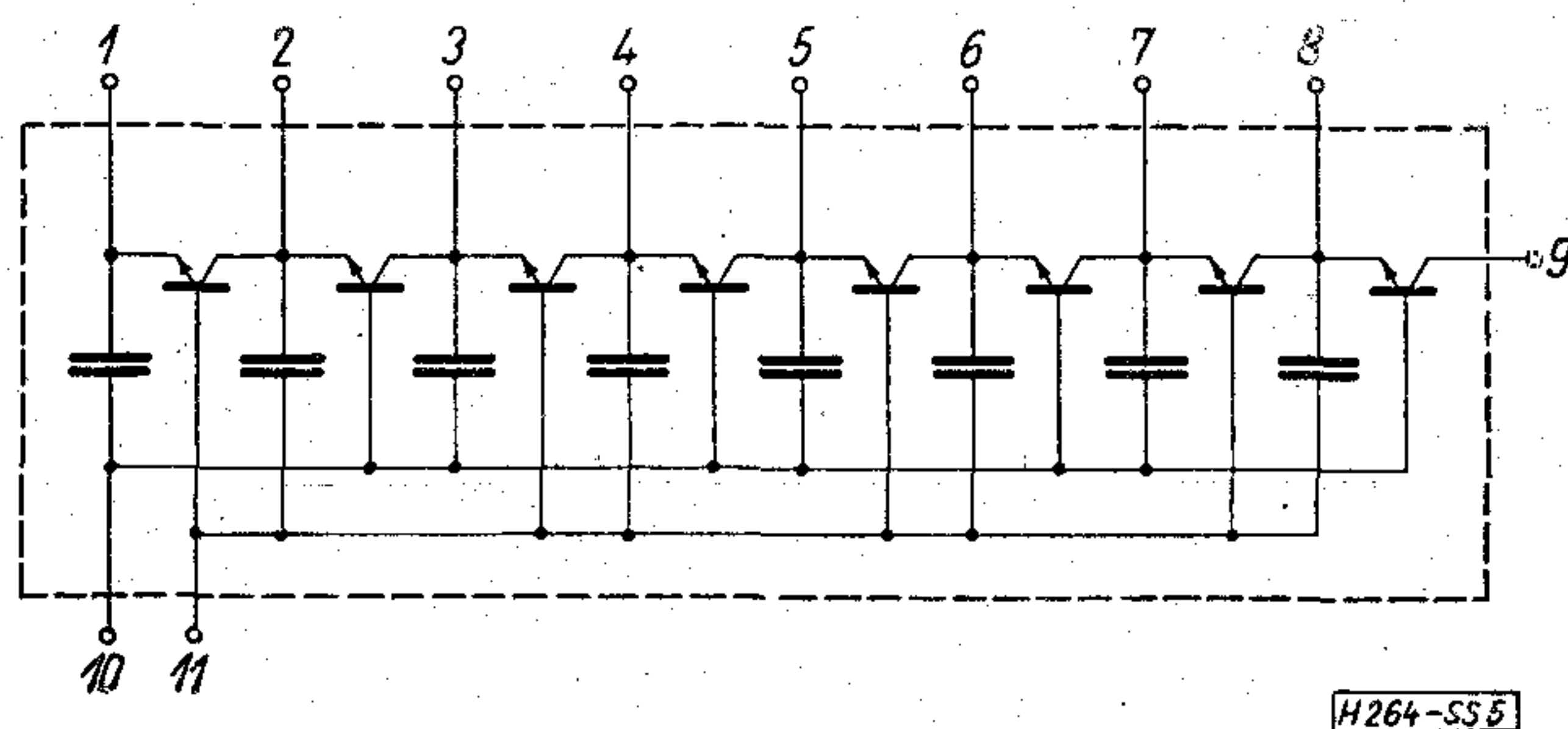
$$i(t) = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dU_L}{dt}$$

mindazokban az időintervallumokban, amelyekben áttöltés folyik. Ha a léptetés ω_L körfrekvenciájú szinuszos jellel történik, az n -edik fokozat áramfelvétele a pozitív félperiódusban

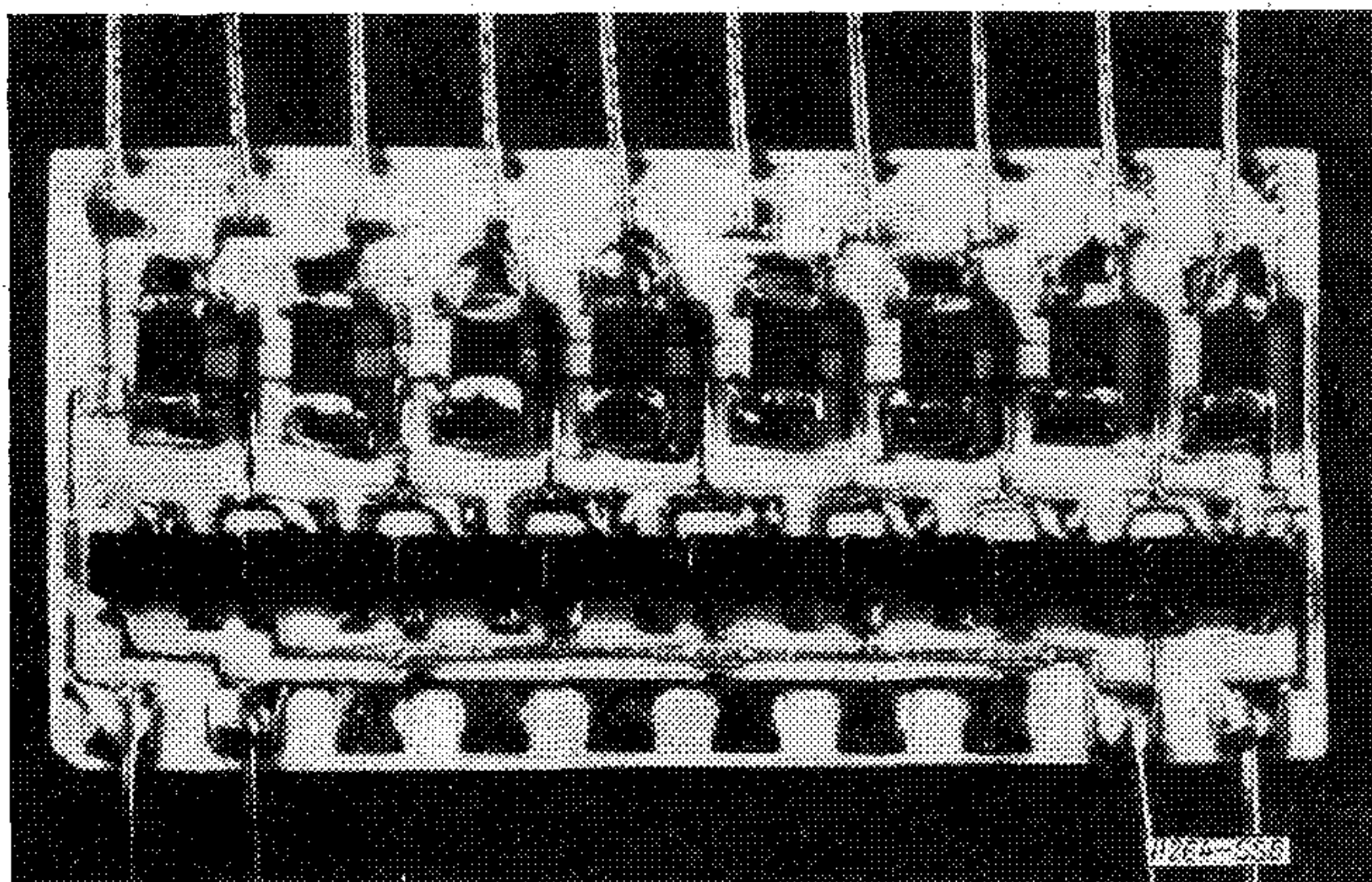
$$\arcsin \left(1 - \frac{Q_{be}}{C_{n1} U_L} \right) \leq \omega_L t \leq \pi/2,$$

egyébként.

A kivitelezés a HIKI vastagréteg technológiájával [7] történt. A $0,5'' \times 1''$ méretű kerámia-hordozón négy fokozatot helyeztünk el. Az integráltkör univerzális alkalmazhatósága érdekében a kondenzátorlánc minden elemét kiveztettük. Az áramkör kapcsolási rajza az 5. ábrán, tokozás előtti felülnézeti képe a 6. ábrán látható. Az alkalmazott tranzisztor BCW 33 típusú, ennek nagy áramerősítése kis töltésvesztéget biztosít. A kondenzátorok kerámia chip kivitelűek.



5. ábra. A megvalósított integrált áramkör kapcsolási rajza. Az áramkör négy léptetőregiszter-fokozatot tartalmaz



6. ábra. A megvalósított integrált áramkör felülnézeti képe (tokozás előtt). A lapka mérete $0,5'' \times 1''$

ek, kapacitásuk $560 \text{ pF} \pm 5\%$. Ez az érték a hangfrekvenciás sáv átfogására teszi alkalmassá az áramkört; kisebb kapacitásokkal megahertz nagyságrendű léptetőjelek is lehetségesek. Az áramkört úgy alakítottuk ki, hogy hosszabb láncok létrehozása céljából az egyes IC-k minden közvetítő elem nélkül egymás után kapcsolhatók legyenek.

Az áramkör lényegesebb adatai:

léptetőjel: $\hat{U}_L = \text{max. } 2,6 \text{ V}$,
 $\hat{I}_L \leq 400 \mu\text{A/IC}$ (10 kHz-es léptetőjelnél),

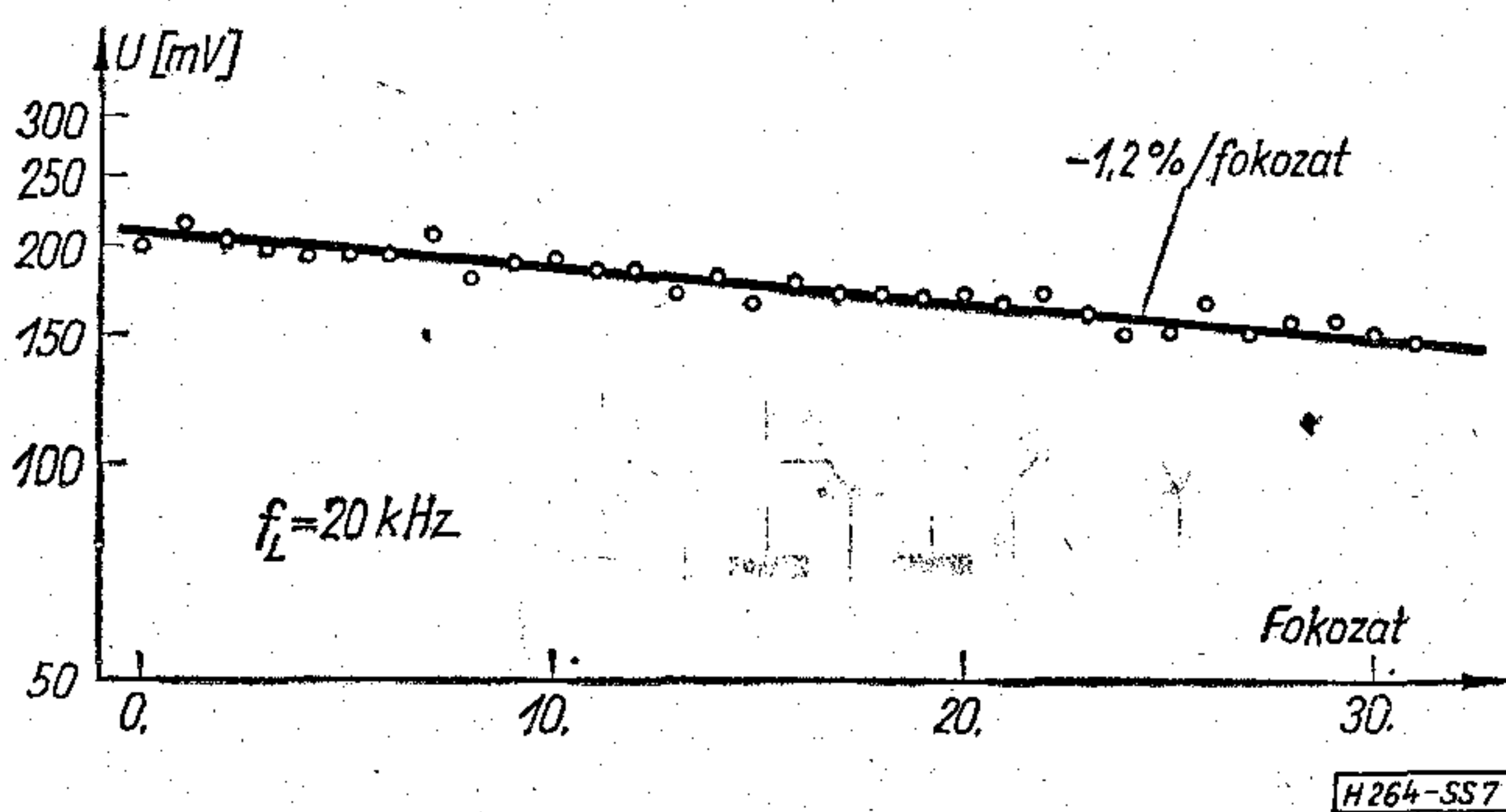
$f_L = \text{max. } 200 \text{ kHz}$,

kivezérelhetőség: $\Delta U = 1,9 \text{ V}_{pp}$,

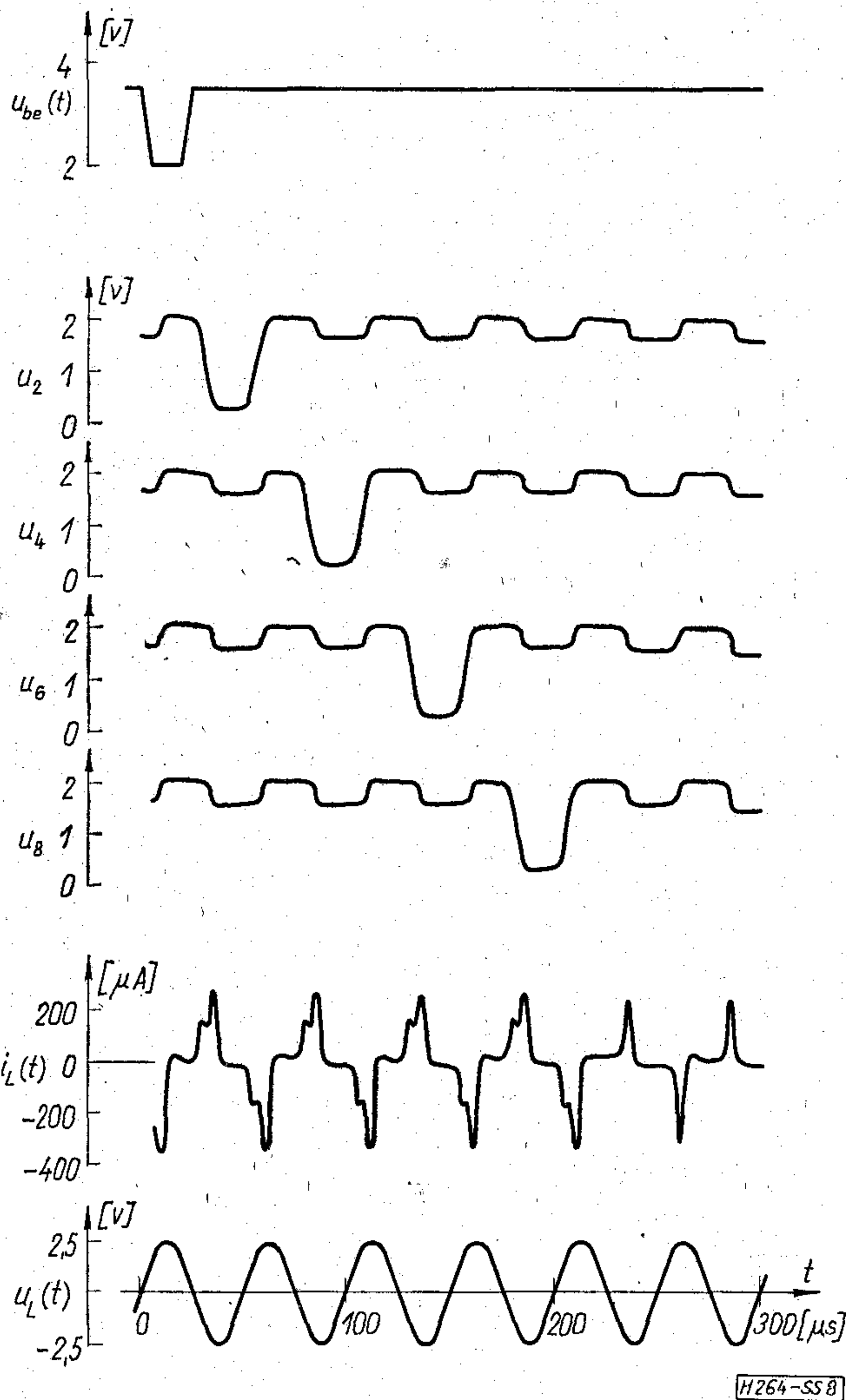
fokozatonkénti töltésvesztés: $1 \div 1,5\%$.

Az áramkör veszteségeinek kicsiny voltát jól érzékelteti a 7. ábra, amelyen 8 db, láncba kapcsolt IC 32 fokozatára ábrázoltuk egy végighaladó feszültségimpulzus amplitúdóját. A töltéscsökkenés a mérési pontok közé berajzolt egyenes szerinti (a feszültségamplitúdók szórása a kapacitások szórásából adódik).

A kialakított integrált áramkört számítógépes analízisnek is alávetettük. A TRANZ-TRAN analízisprogrammal [8] végzett tranziens-vizsgálat eredményeit a 8. ábrán látjuk. A $t=0$ időpillanatban a lánc elején belépett töltéscsomag egymást követően a 2., 4., 6. és 8. pontokra kivezetett kondenzátorokon tűnik fel. Figyeljük meg, hogy miután a töltéscsomag végighaladt mind a négy fokozaton, s távozik az áramkörből, a léptetőgenerátor áramterhelése észrevehetően csökken.



7. ábra. A töltésvesztések következtében fellépő feszültségcsökkenés a 32 fokozatból álló lánc mentén.
 o mért feszültségek,
 — az átlagos feszültségcsökkenés



8. ábra. Az 5. ábra szerinti integrált áramkör tranziens viselkedésének számítógépes szimulációja. A bemeneten betáplált impulzus egymást követő időpontokban jelentkezik az áramkör 2, 4, 6 és 8 sorszámú kivezetésein

3. Vezérlés, lezárás, kicsatolás

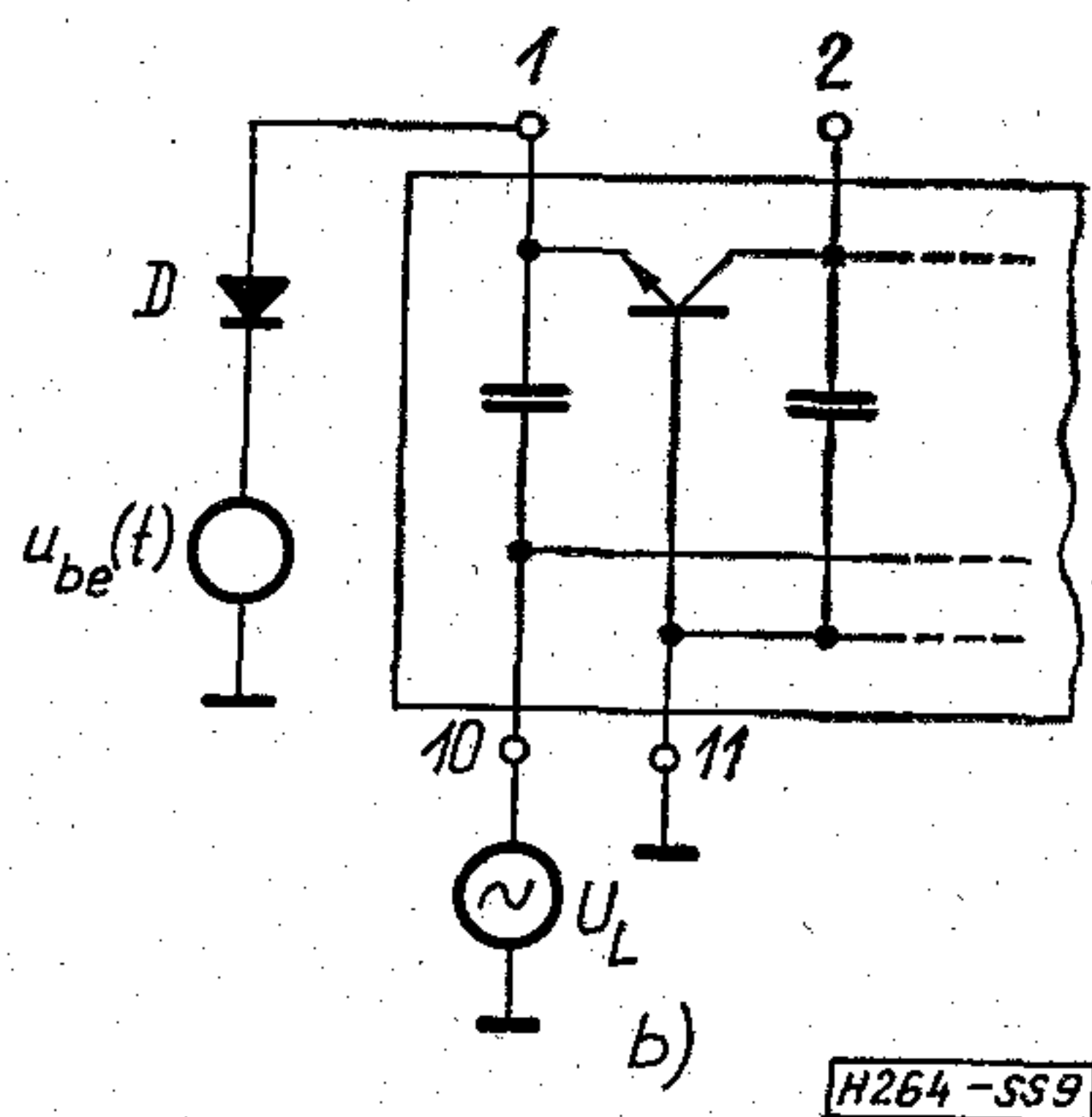
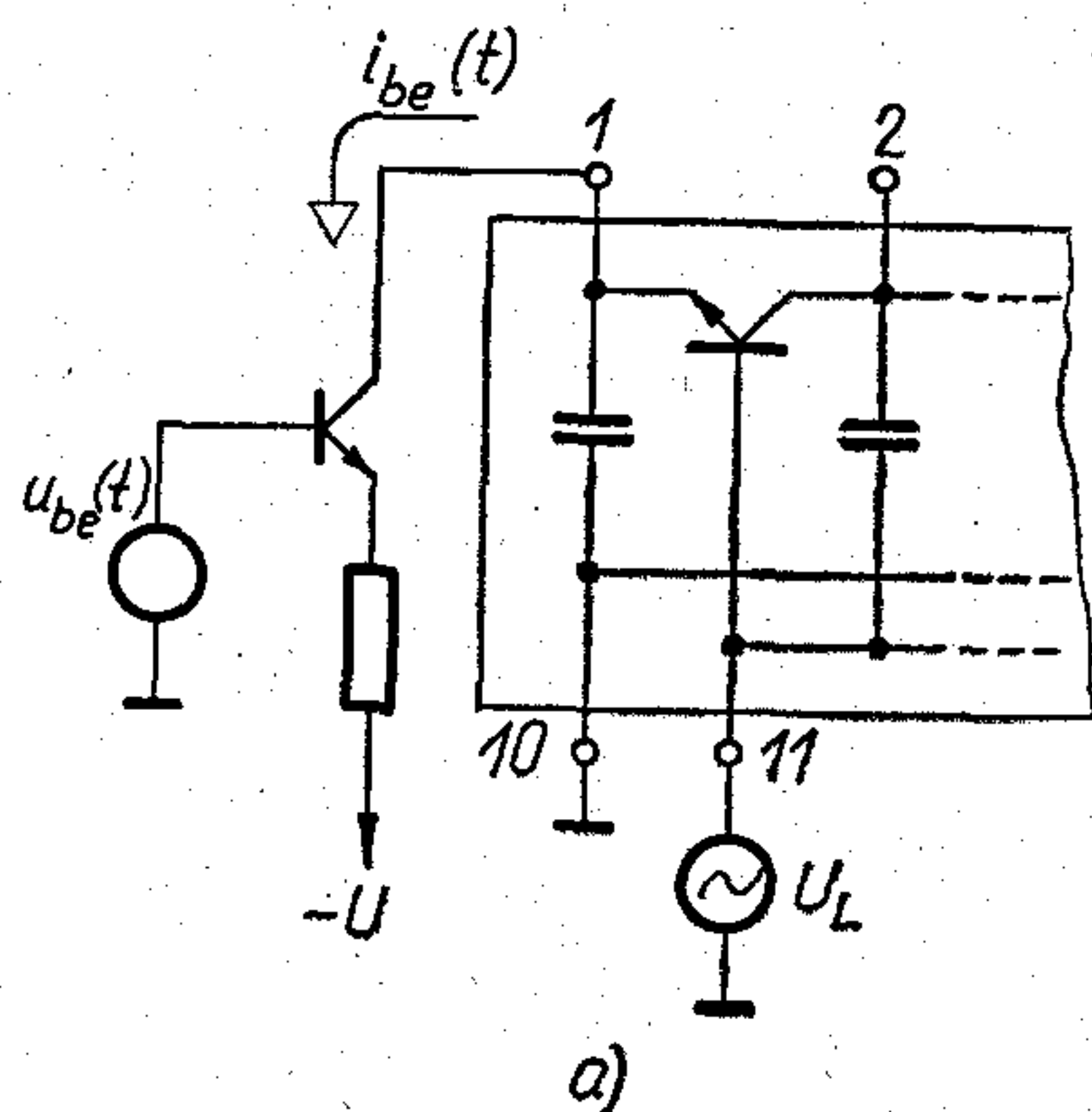
Az analóg léptetőregiszter töltésvezérelt áramkör. Az alkalmazás során felmerülő első kérdés: hogyan oldjuk meg illesztését egyéb, általában nem töltésvezérelt áramköröinkhez? E problémakört tárgyaljuk az alábbiakban.

A vezérlés feladata: a bemenőjelből T_L időközönként mintát venni, s e mintákkal arányos töltéssel táplálni a lánc elejét. Két egyszerű módszert mutatunk be erre.

Áramgenerátoros vezérlés: a lánc első kondenzátorát áramgenerátorral (pl. egy tranzisztor kollektoráról), a bemenőjellel arányos $i_{be}(t)$ árammal töltjük (9a ábra). Az egy léptetési periódus alatt befolyó töltés

$$Q_{be} = \int_0^{T_L} i_{be}(t) dt.$$

E megoldás hátránya, hogy a mintavétel az eredeti jel T_L időtartamra történő átlagolásával történik,



9. ábra. Az analóg léptetőregiszter bemeneti áramkörének kialakítása. (Az IC kapesainak sorszámozása az 5. ábra szerinti). a) áramgenerátoros vezérlés, b) mintavétel a léptetőjel csúcsértékei segítségével

ami egy

$$\frac{1}{p} (1 - e^{-pT_L})$$

transzfer impedanciájú integrálótag beiktatását jelenti az átviteli láncba. Ez a határfrekvenciának az elméleti $f_L/2$ értékhez képesti csökkenésére vezet. Hátrányos továbbá, hogy a léptetőfrekvencia változása az azonos bemenőfeszültséghez tartozó kivezérés megváltozását hozza magával.

Mintavétel a léptetőjel csúcsértékei segítségével: a lánc kezdetét most a 9b ábra szerint képezzük ki. Az 1. pont feszültsége a lánc „üres” állapotában

$$u(t) = U_L \sin \omega_L t + U_{co}$$

szerint változik. A léptetőjel pozitív maximumainál a D dióda nyit, és mintákat vesz az u_{be} bemenőfeszültségből. Az áramkör működése lineáris, ha a bemeneti generátor feszültsége nem haladja meg az

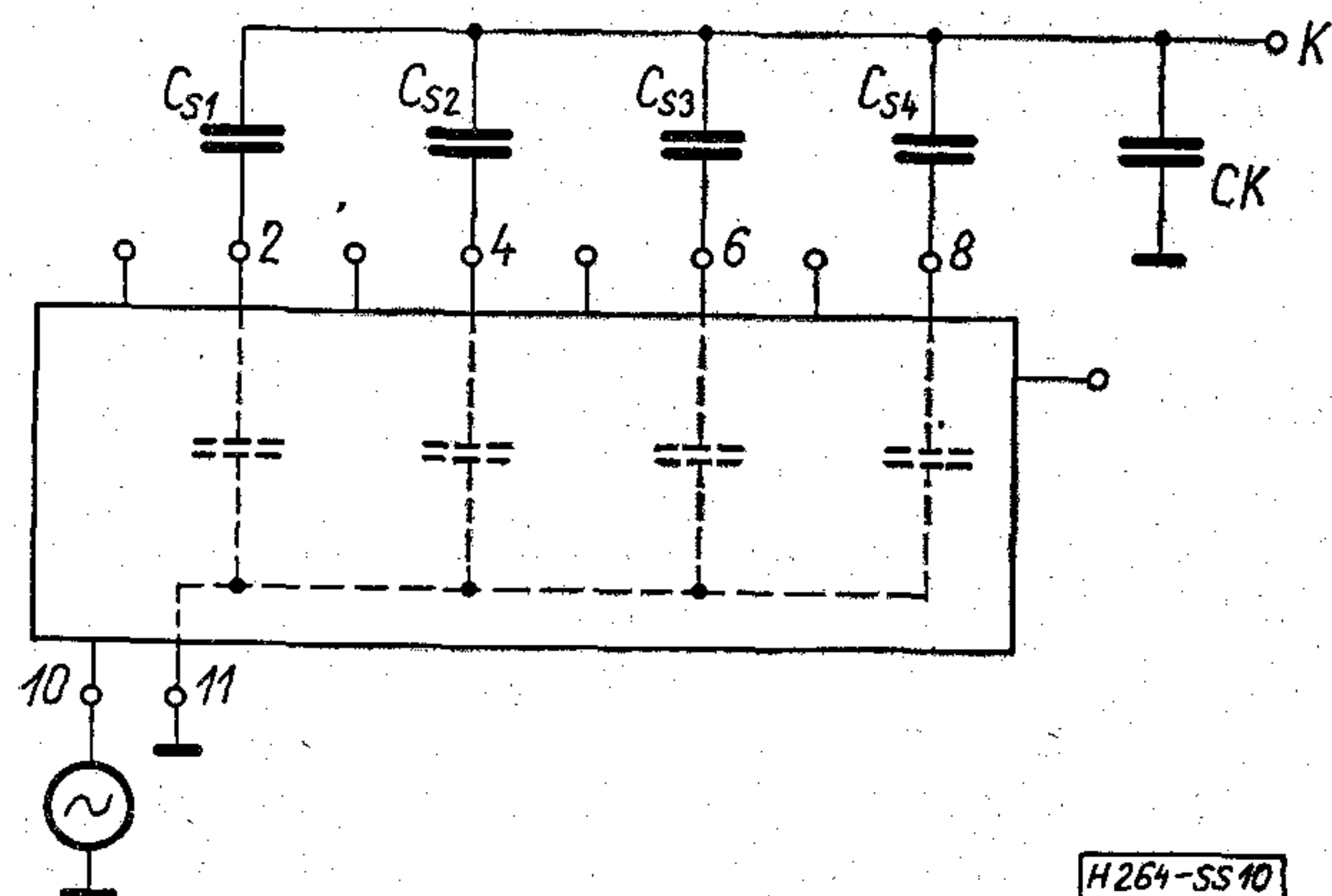
$$U_{be \max} = U_L + U_{co} + U_d \quad (7)$$

értéket, és nem csökken

$$U_{be \min} = U_{be \max} - \Delta U \quad (8)$$

alá (U_d a D dióda nyitó irányú feszültségesése). A mintavétel most T_L törtresze alatt megy végbe, s a kivezérés független a léptetőjel frekvenciájától.

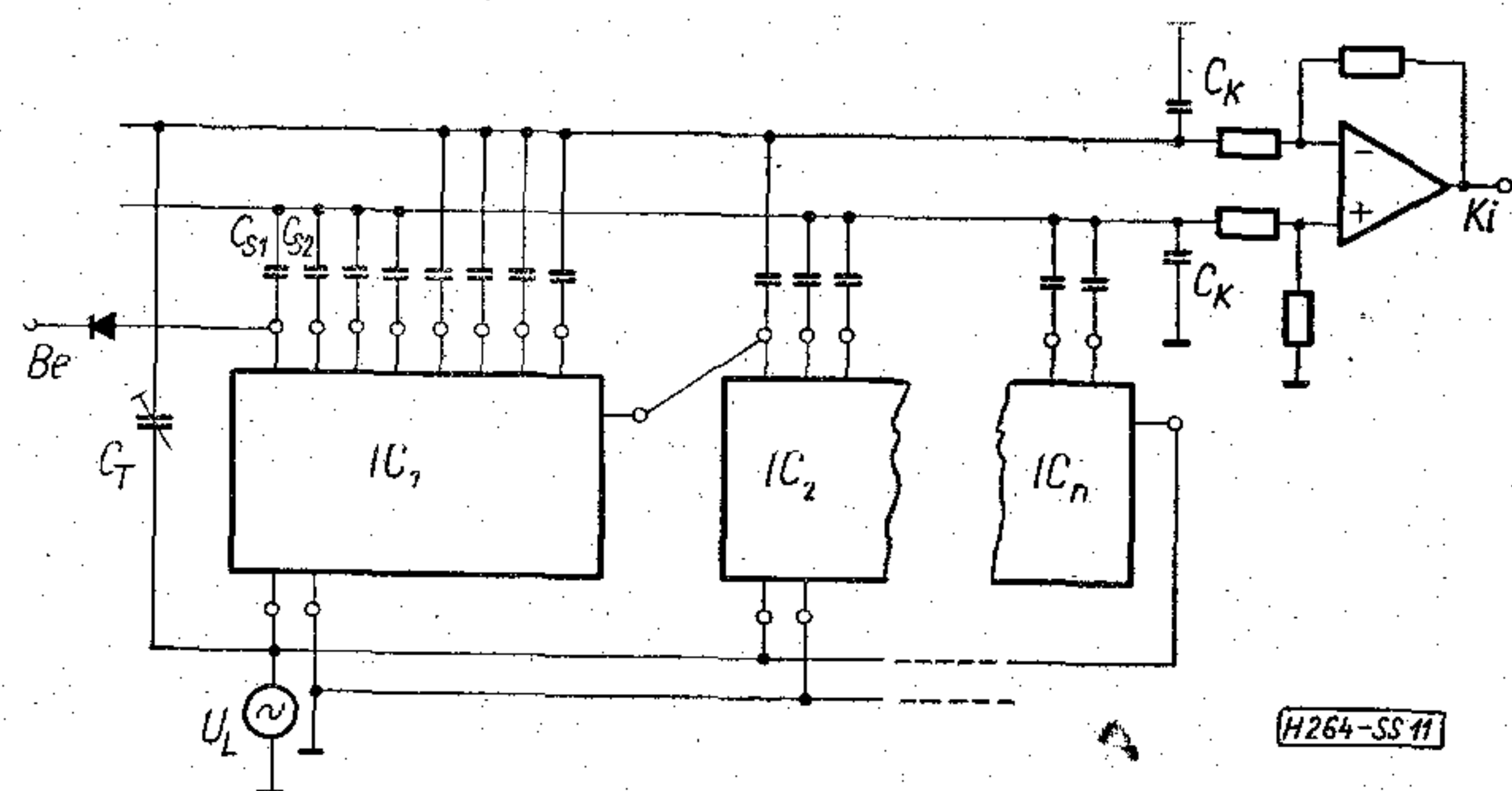
A lezárás kérdését általában elválaszthatjuk a kicsatolásától. A lezárás csupán az utolsó fokozatból kilépő töltés elnyeletését jelenti, ami az utolsó tranzistor kollektorának és bázisának összekötésével könnyen megoldható (a 9 és 10 kivezetés összekötése



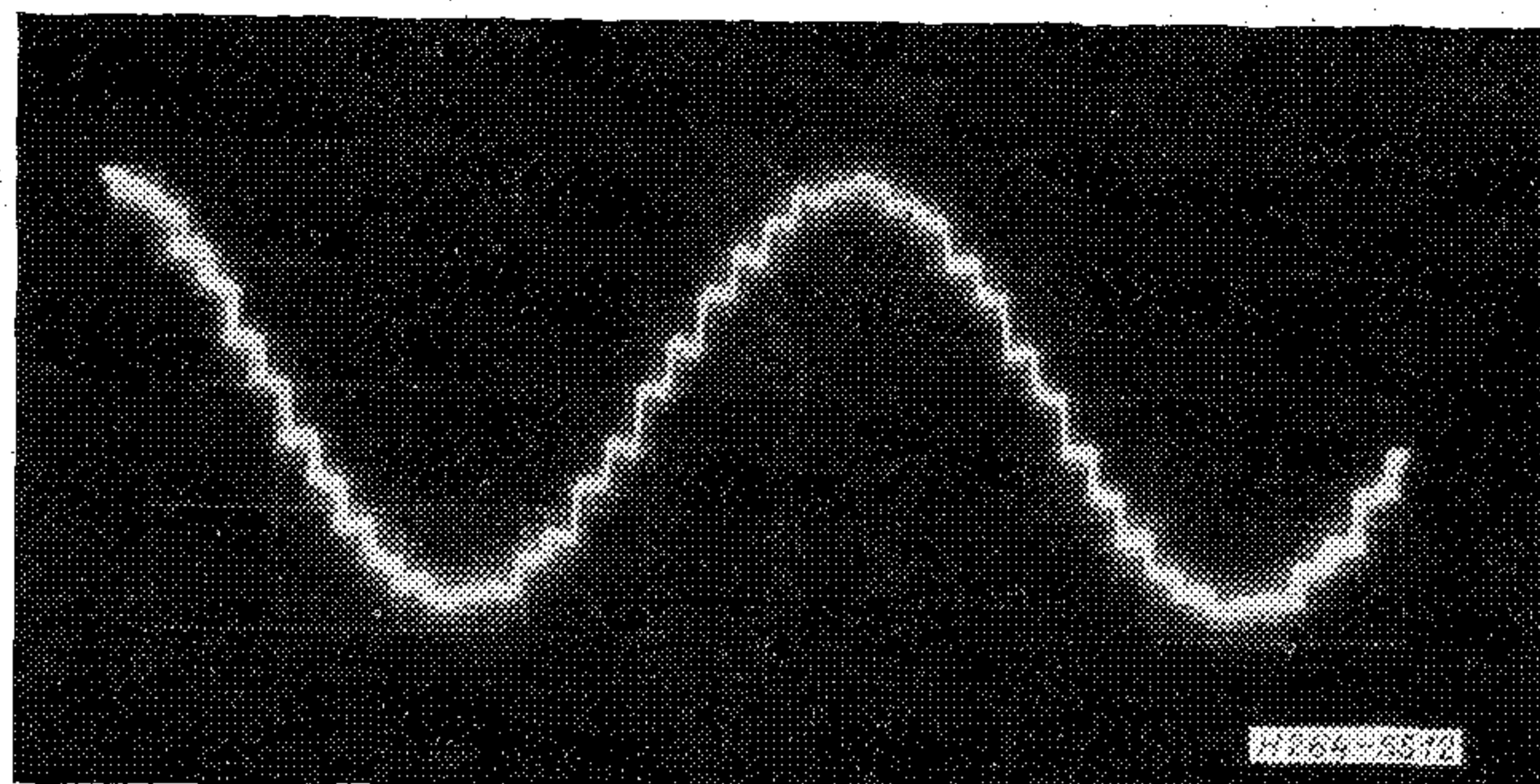
10. ábra. Kapacitív kicsatolóhálózat. C_K -n a 2, 4, 6 és 8 kapcsok feszültségének súlyozott összege áll elő

az 5. ábrán). A hasznos jel kicsatolása nehezebb kérdés, különösen azért, mert a legfontosabb alkalmazásokban több fokozat jelét kell egyidejűleg kicsatolnunk, s ezek súlyozott összegét kell előállítanunk (14. ábra). Rezisztív hálózatokkal való előzetes kísérletezés után végül a kapacitív kicsatolást találtuk a legjobbnak. A 10. ábra szerinti áramkörrel a lánc földelt kondenzátorain levő feszültségek súlyozott összegét lehet a K kimeneten előállítani. A súlyozó tényezőket a C_S kondenzátorok határozzák meg. E megoldásnak két hibája van. Egyrészt így nem tudunk negatív súlyozó tényezőket realizálni, másrészt a kimeneten a 4. ábrához hasonló formájú, megszagatott jelet kapunk.

A kapacitív kicsatolás 11. ábrán látható, továbbfejlesztett változata kiküszöböli ezeket a hibákat. Külön gyűjtősinre csatlakoznak a pozitív és külön



11. ábra. Kapacitív kicsatolóhálózat. Ez az áramkör a negatív súlyozótényezőket is megvalósíthatóvá teszi, s kioltja a kimenőjel léptetőfrekvenciás komponensét. (Az IC kivezetéseinek elrendezése az 5. ábra szerinti)



12. ábra. Jelforma a 11. ábra kicsatoló áramkörének kimenetén (oszilloszkóp felvétel). A léptetőjel frekvenciája 10 kHz, a hasznos jelé 770 Hz

sínre a negatív súlyozó tényezőkhöz tartozó kicsatoló kondenzátorok. E két sín egy differenciálerősítő plusz, ill. mínusz bemenetéhez kapcsolódik. Így negatív súlyozó tényezők is megvalósíthatók. A 10. ábra egyszerűbb hálózatával ellentétben most a földetlen kondenzátorokról is kicsatolunk. Ennek folytán a kimenőjel már nincs megszaggatva, csak a mintavételnek megfelelő lépcsőzöttséget mutat (12. ábra). A földetlen kondenzátorokról sajnos, a kimenetre csatolódik a léptetőjel egy hányada is; a C_T kondenzátor feladata ezt kompenzálni. A differenciálerősítő R_{be} bemenőellenállását lehetőleg nagyra kell beállítanunk, mert az $R_{be}C_K$ időállandó szerinti töréspont alatti jelfrekvenciákon ez a kicsatoló áramkör 20 dB/dekád meredekségű vágást okoz. Szintmegfogó áramkörökkel való kiegészítés egyenáramú átvitelre is alkalmassá teszi az áramkört.

4. A kapacitív csatolóhálózat

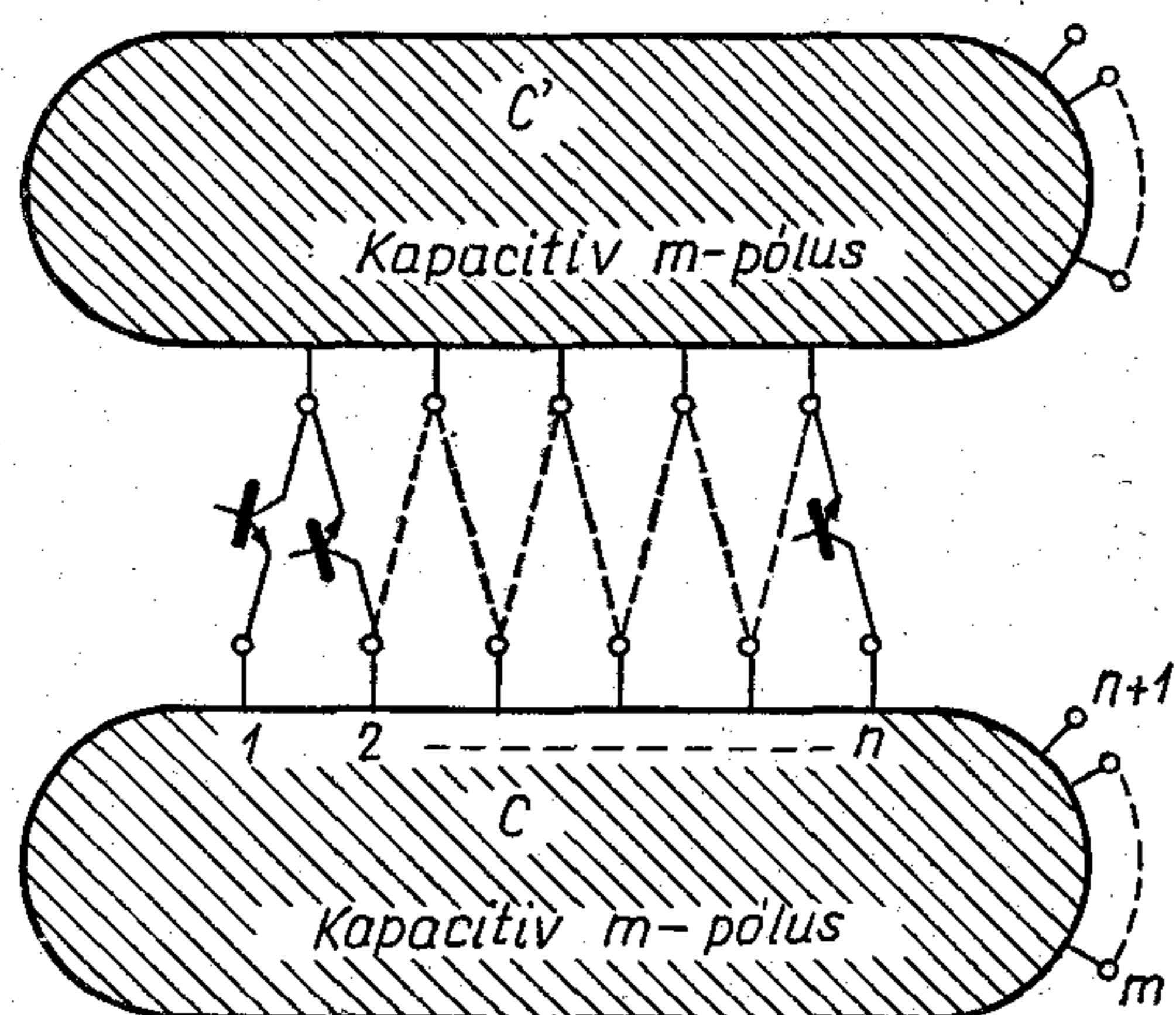
A 10. ábra láttán egy aggály merülhet fel bennünk. A lánc egyes kondenzátorai a C_s kapacitásokon keresztül egymással is csatolásba kerülnek. Nem zavarja-e ez a csatolás a töltések mozgását, nem teszi-e diszperzívvé a késleltető vonalat? Az alábbiakban megnyugtató választ adunk e kérdésre, egyben a kapacitív csatolóhálózat méretezését is érintjük. Gondolatmenetünk a léptetőregiszter általánosabb áramköri kialakításához is elvezet.

A hálózatot most a 13. ábra szerint általánosított formában tekintjük. C és C' csak kondenzátorokból álló, egyébként tetszőleges m -pólusok. E kapacitív hálózatok $1, \dots, n$ csomópontjai az eddigi C_{n1} , ill. C_{n2} kondenzátoroknak felelnek meg. Nevezzük ezeket *léptető pontoknak*. Az $n+1, \dots, m$ csomópontok *kimenetek*. Az m -pólusba lépő töltések és a kapocsfeszültségek közti összefüggés:

$$Q_i = C_{ij} U_j, \quad \text{ill.} \quad U_i = C_{ij}^{-1} Q_j,$$

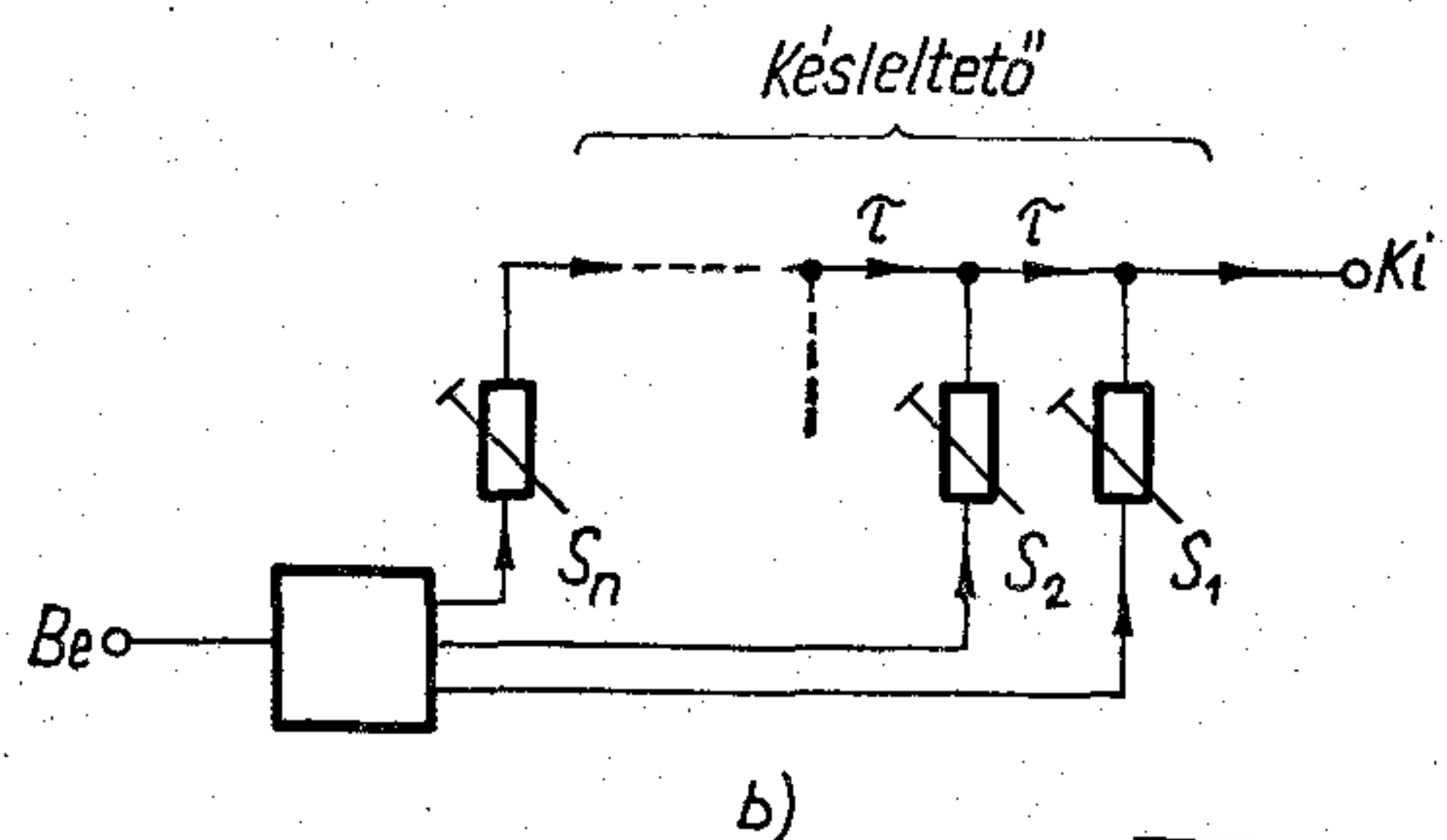
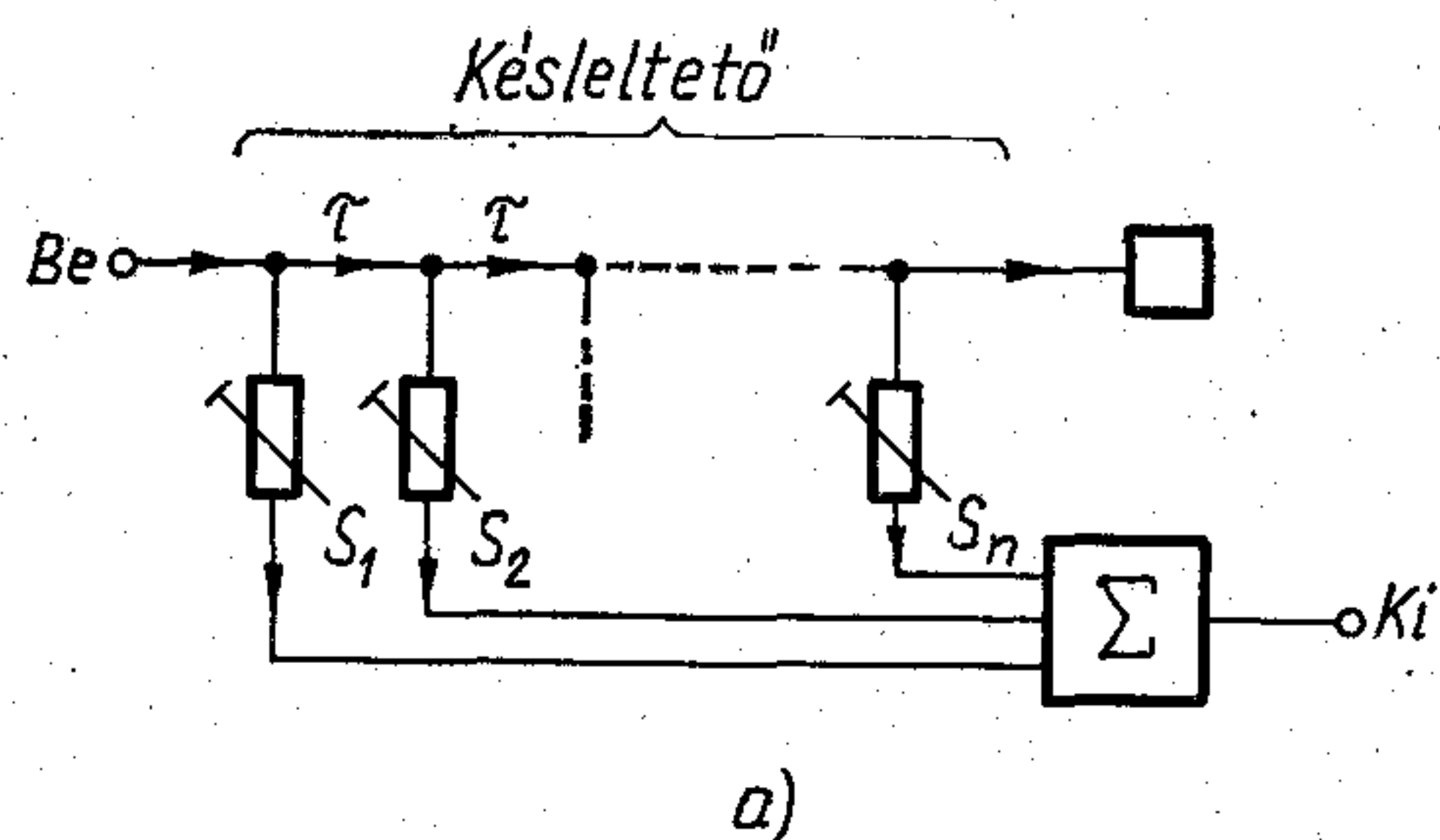
ahol C_{ij} a C kapacitív részhálózat admittanciamátrixának $1/j\omega$ -szerese. A hálózatot az l -edik léptetőponton QL_l , a k -edik kimenőponton QK_k töltéssel töltve, az egyes csomópontokon

$$\Delta U_i = \sum_{l=1}^n C_{il}^{-1} QL_l + \sum_{k=n+1}^m C_{ik}^{-1} QK_k \quad (9)$$



H 264-SS 13

13. ábra. Az analóg léptetőregiszter áramköri kialakításának általánosítása. C és C' tetszőleges kapacitív m -pólusok



H 264-SS 14

14. ábra. A transzverzális szűrő két lehetséges felépítése:
a) kicsatolás a késleltetővonal megcsapolásairól,
b) táplálás a késleltetővonal megcsapolásain

feszültségváltozás áll elő. A regiszter soron következő léptetőperiódusa addig von el töltést a léptetőpontokról (és csakis azokról), amíg vissza nem áll e pontok eredeti feszültsége. Az ehhez elvonandó töltésmennyiség:

$$Q_l = -CL_{li} \Delta U_i = -QL_l - \sum_{i=1}^n CL_{li} \sum_{k=n+1}^m C_{ik}^{-1} QK_k, \quad (10)$$

ahol CL_{ij} a C hálózat $1, \dots, n$ csomópontjaira vonatkozó admittanciamátrix $1/j\omega$ -szerese nyitott $n+1, \dots, m$ kapcsok esetén. Természetesen ugyanilyen összefüggéseket írhatunk fel a C' részhálózatra vonatkozóan is.

A (9) és (10) összefüggésekből levonható lényeges következtetések az alábbiak:

- terheletlen kimenőpontokkal, tehát a $QK_i = 0$ feltétellel, minden egyes léptetőponton a betöltéssel azonos töltést kapunk vissza. Az egyes léptetőpontok között csatolás nincs, diszperzió nem lép fel;
- terheletlen kimenőpontokkal az m -edik kimenet feszültsége:

$$\Delta U_m = \sum_{l=1}^n C_{ml}^{-1} QL_l,$$

az egyes léptetőpontokon befolyt töltések súlyozott összegével arányos. A súlyozó tényezők a C kapacitív részhálózat impedanciamátrixa m -edik sorának elemei. Megszorítás, hogy csak pozitív súlyozótényezők valósíthatók meg;

- C -nek több kimenőpontja lehet, mindegyiken más és más súlyfüggvény realizálható;
- az m -edik kimenőpontra kényszerített töltés az

$$S_l = \sum_{i=1}^n CL_{li} C_{im}^{-1}$$

súlyozó tényezők szerint megoszló töltéseket

juttat a léptetőpontokra. Megtehetjük, hogy e pontot kimenet helyett bemenetként használjuk fel. Így a transzverzális szűrő módosított elrendezéséhez jutunk (14b ábra).

Mindaddig, amíg a 10. ábra szerinti kicsatoló hálózatot alkalmazzuk, és a C_s csatolókapacitátorok kicsik a hálózat többi kondenzátorához képest, a C_s értékek elemi úton számíthatók. A számítás során nem szabad megfélekednünk az (5) szerinti töltésvesztésről — a súlyozó tényezőket ennek megfelelően korrigálni kell. Ha az erősebb kicsatolás végett viszonylag nagy C_s értékeket akarunk beállítani, vagy ha a hálózat összetettebb (pl. kénytelenek vagyunk a tranzisztor-kapacitásokat is figyelembe venni), a számítás bonyolulttá válik. Ebben az esetben a kapacitásértékek meghatározására célszerű számítógépet használni.

5. Alkalmazási példák

Az áramkör sokrétű alkalmazási lehetőségei közül a transzverzális szűrőt mutatjuk be egy példa kapcsán részletesebben. Egy sor más alkalmazást csupán megemlítünk.

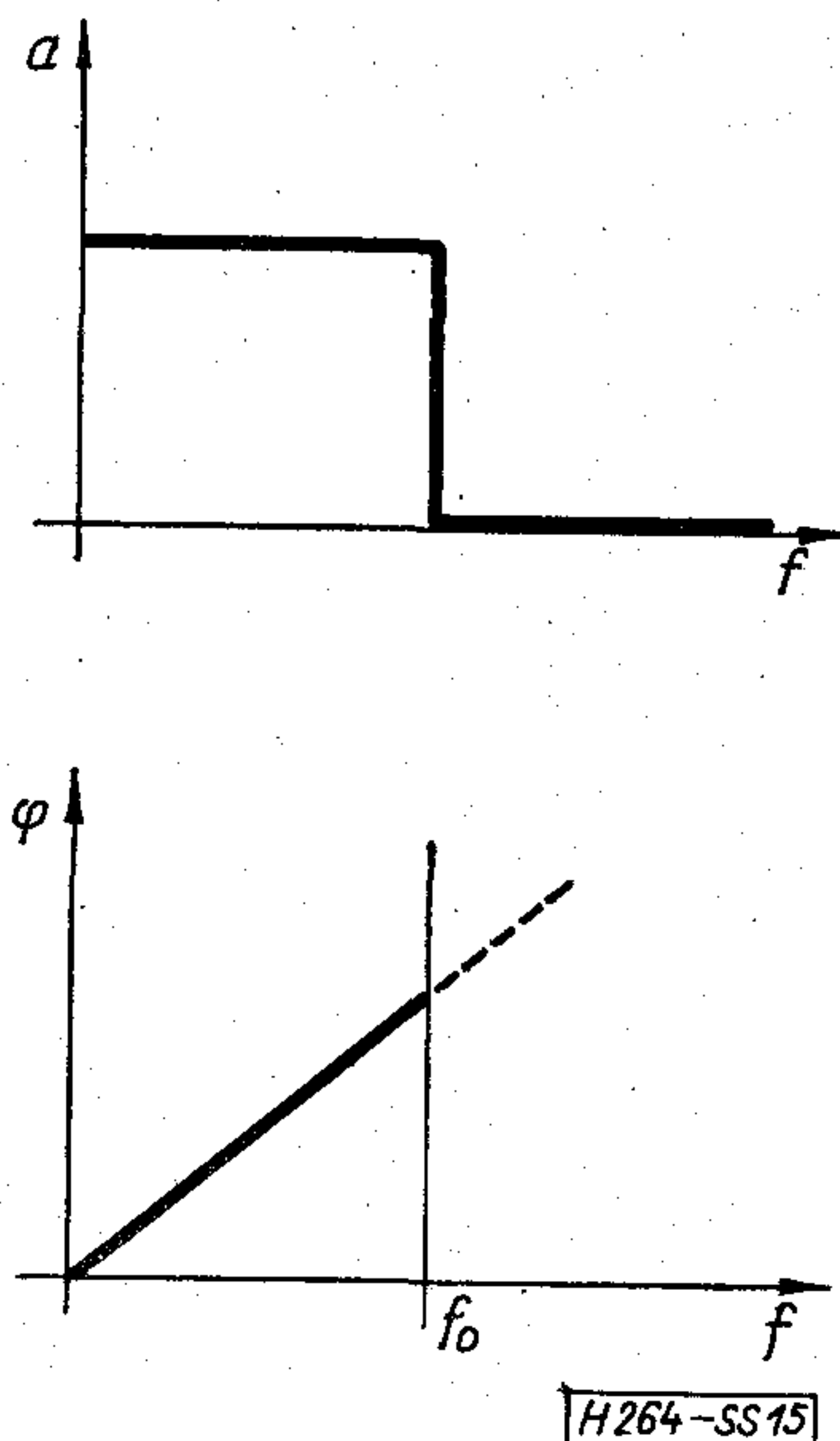
A transzverzális szűrő ismert módon egy sokmegcsapolású késleltető vonalból és egy összegzőből áll. Az utóbbi a megcsapolásokon megjelenő feszültségek súlyozott összegét állítja elő (14a ábra). A hálózat eredő súlyfüggvénye:

$$s(t) = \sum_{i=1}^n S_i \delta(t - i\tau), \quad (11)$$

ami az S_i súlyozó tényezők megválasztásával elvileg tetszőlegesen beállítható. A gyakorlati kivitelnél természetesen mindig mutatkoznak korlátok; az analóg léptetőregiszterrel történő megvalósítás esetén ezek a következők:

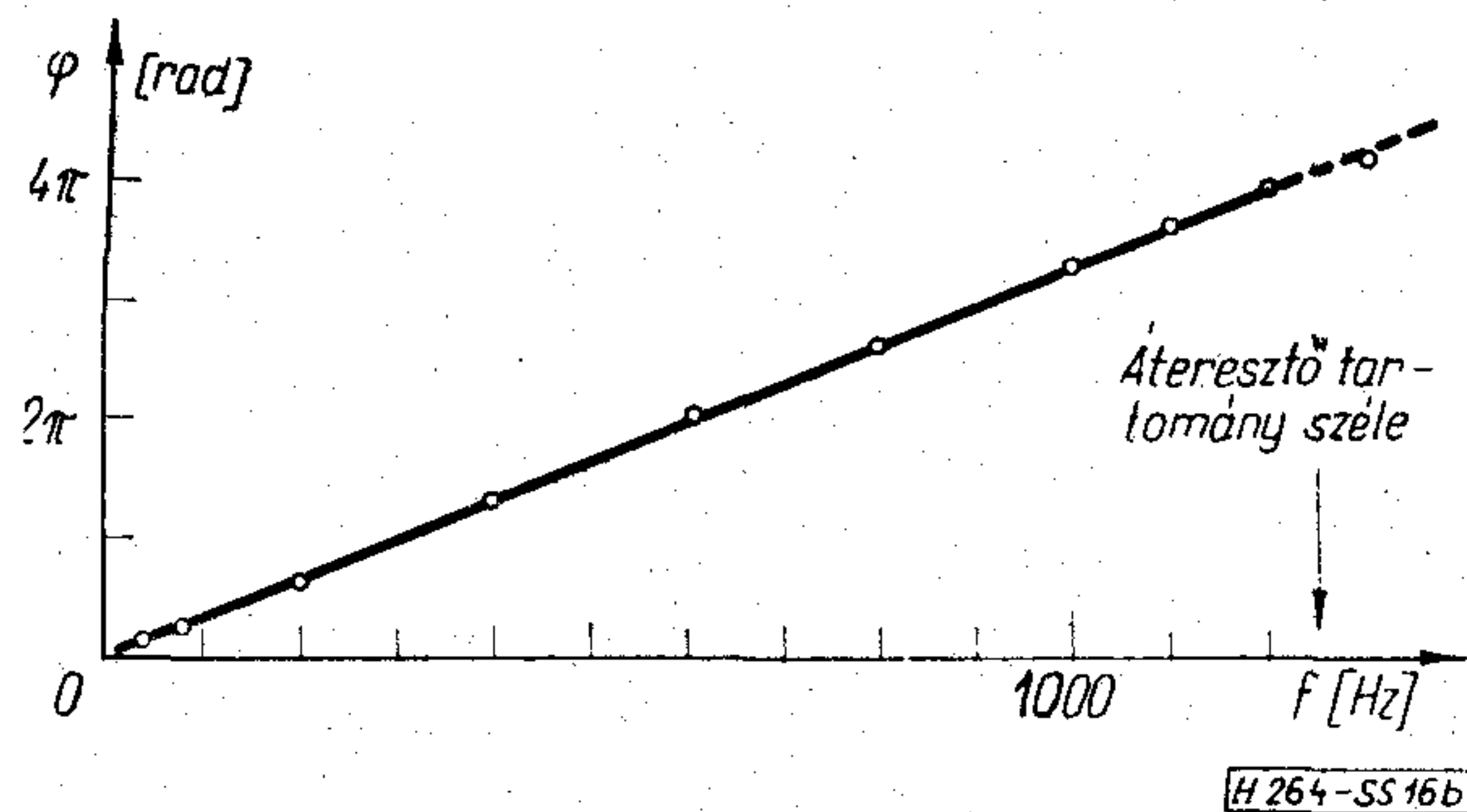
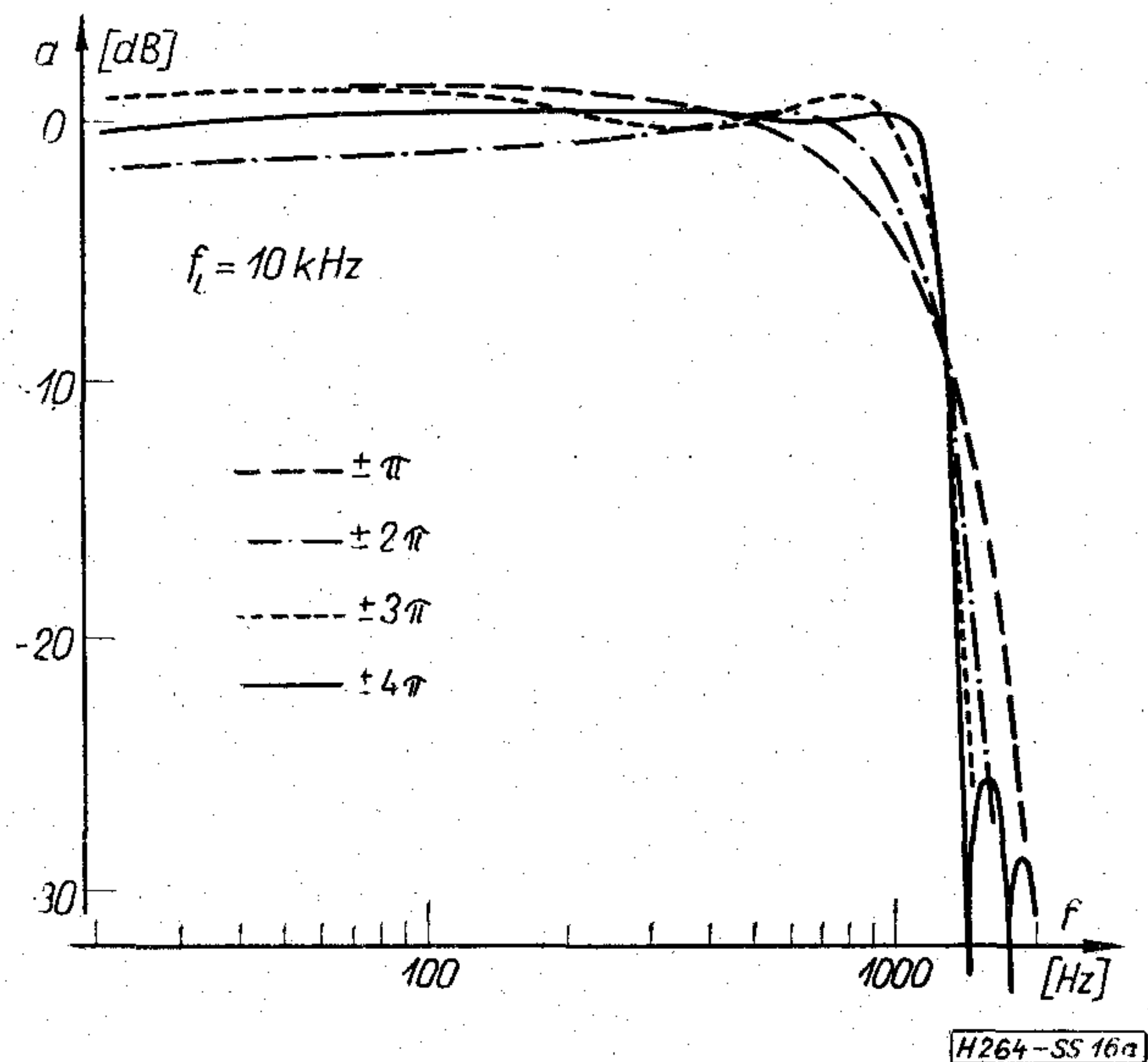
- a késleltető megcsapolásainak véges sűrűsége miatt a transzverzális szűrő frekvencia-karakterisztikája $f=1/\tau$ szerint periodikus. Ha az alkalmazott késleltető analóg léptetőregiszter, annak $f_L/2$ határfrekvenciája elnyomja az így adódó nemkívánatos átviteleket;
- a léptetőregiszter kivezérlő, mintavevő áramköre a léptetőfrekvencia közelébe eső jelkomponenseket a szűrő áteresztőtartományába keveri le;
- a léptetőregiszter véges hosszúsága korlátozza a megvalósítható súlyfüggvény hosszát;
- a kimenőjel a léptetőjel felharmonikusainak megfelelő zavaró komponenseket tartalmaz.

Az alábbiakban a 8 db IC-ből összeállított, 32 fokozatból álló láncsal nyert eredményeinket mutatjuk be. A lánc vezérlése a 9b ábra szerinti, kicsatoló áramköre a 11. ábrán látható megoldású volt. A kimeneten egyetlen RC taggal szűrtük a léptetőjel felharmonikus komponenseit. Először a 15. ábra szerinti amplitúdó- és fázismenetű ideális aluláteresztőt próbáltuk megvalósítani. A frekvenciamenetet Fourier-transzformálva, $\sin x/x$ jellegű súlyfüggvény adódik. A realizálás során ezt mindkét oldalán csonkítanunk kell. Szimmetrikus csonkítást alkalmaztunk, mert ez nem

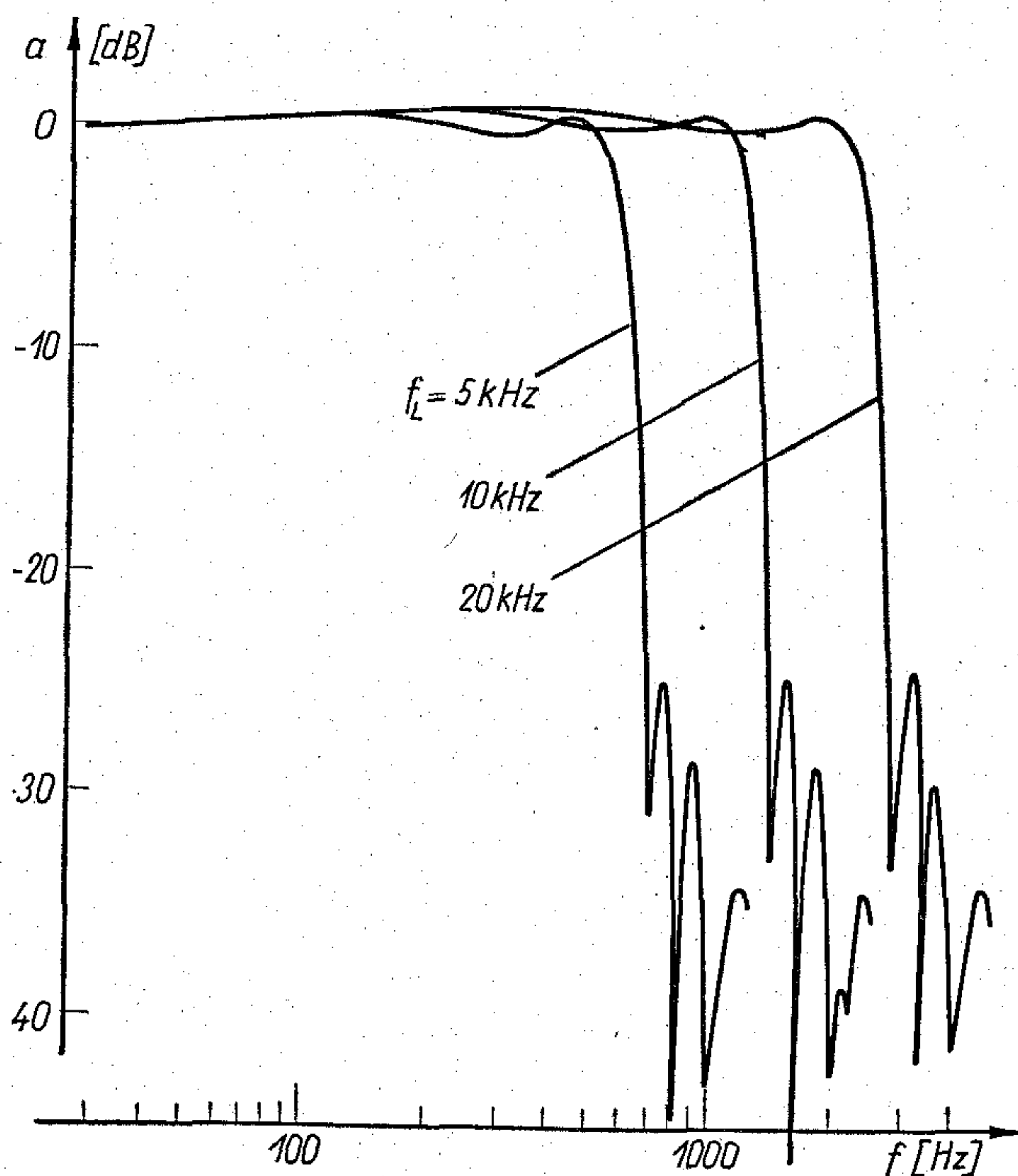


15. ábra. Ideális aluláteresztő amplitúdó- és fázismenete

rontja el a rendszer futási idő karakterisztikáját (lásd [9], a szimmetrikus echopárra vonatkozó megállapítások). A $\sin x/x$ súlyfüggvényt $\pm\pi$, 2π , 3π , 4π -ig realizáltuk. E négy esetben mért amplitúdó-karakterisztikákat a 16a ábrán mutatjuk be. A leg-



16. ábra. Analóg léptetőregiszterrel megvalósított, ideális aluláteresztőt közelítő szűrő frekvenciamenete:
a) amplitúdómenet, a $\sin x/x$ súlyfüggvény különböző hosszúságú töredékeinek realizálása esetén
b) fázismenet a leghosszabb, $\pm 4\pi$ -ig megvalósított súlyfüggvény esetén



H264-SS 17

17. ábra. A léptetőfrekvencia változtatásával a szűrő széles frekvenciatartományban hangolható. Az amplitúdókarakterisztika a léptetőfrekvencia változásával arányosan eltolódik, de egyéb változást nem szenved

hosszabb megvalósított súlyfüggvény esetén az aluláteresztő vágási meredeksége kb. 300 dB/dekád. Erre az esetre a fázismenetet is lemertük, ami kielégítően lineáris (16b ábra). A rendszer zajtávolsága 52 dB (zajon itt elsősorban f_L felharmonikusait kell érteni). A nemlineáris torzítás 90%-os kivezérlésnél 1,5% volt. A szűrő hangolhatóságát demonstrálja a 17. ábra: amplitúdóátvitel 5, 10 és 20 kHz-es léptetőfrekvenciával.

Megkíséreltünk ideális aluláteresztőt megvalósítani, de még a leghosszabb súlyfüggvényű megépített hálózat zárótartománybeli csillapítása sem volt több, mint 25 dB. Egy másik kísérletünkben trapéz alakú átviteli karakterisztikát közelítettünk; így a zárótartomány csillapítására a jóval kedvezőbb 38 dB érték adódott (18. ábra).

Előbbi példáinkban kifejezetten a frekvenciatartományban megfogalmazott követelményekre terveztünk transzverzális szűrőt. Az erre vonatkozó tervezési és tolerancia-számítási módszereik kidolgozottak, hozzáférhetők [9, 10]. Máskor időtartománybeli adatokból, pl. egy korrigálandó átvivőrendszer súlyfüggvényéből kell kiindulnunk. Ilyenkor a dekonvolúció módszerével (pl. [11]) határozhatjuk meg azt a reciprok súlyfüggvényt, ami a szűrő megcsapolásainak száma s a zajviszonyok ismeretében az optimális korrekciót jelenti.

Az analóg léptetőregiszter rekurrens szűrők [12] megvalósítására is alkalmas. Ha erre van szükségünk, az utolsó fokozatból kilépő töltést nem nyelőbe vezetjük, hanem visszacsatoljuk a lánc elejére. Így olyan súlyfüggvényeket realizálhatunk, amelyekben ugyanaz a függvényszakasz exponenciálisan csökkenő amplitúdóval periodikusan ismétlődik.

Néhány további alkalmazásnak csak az ötletét vetjük fel itt:

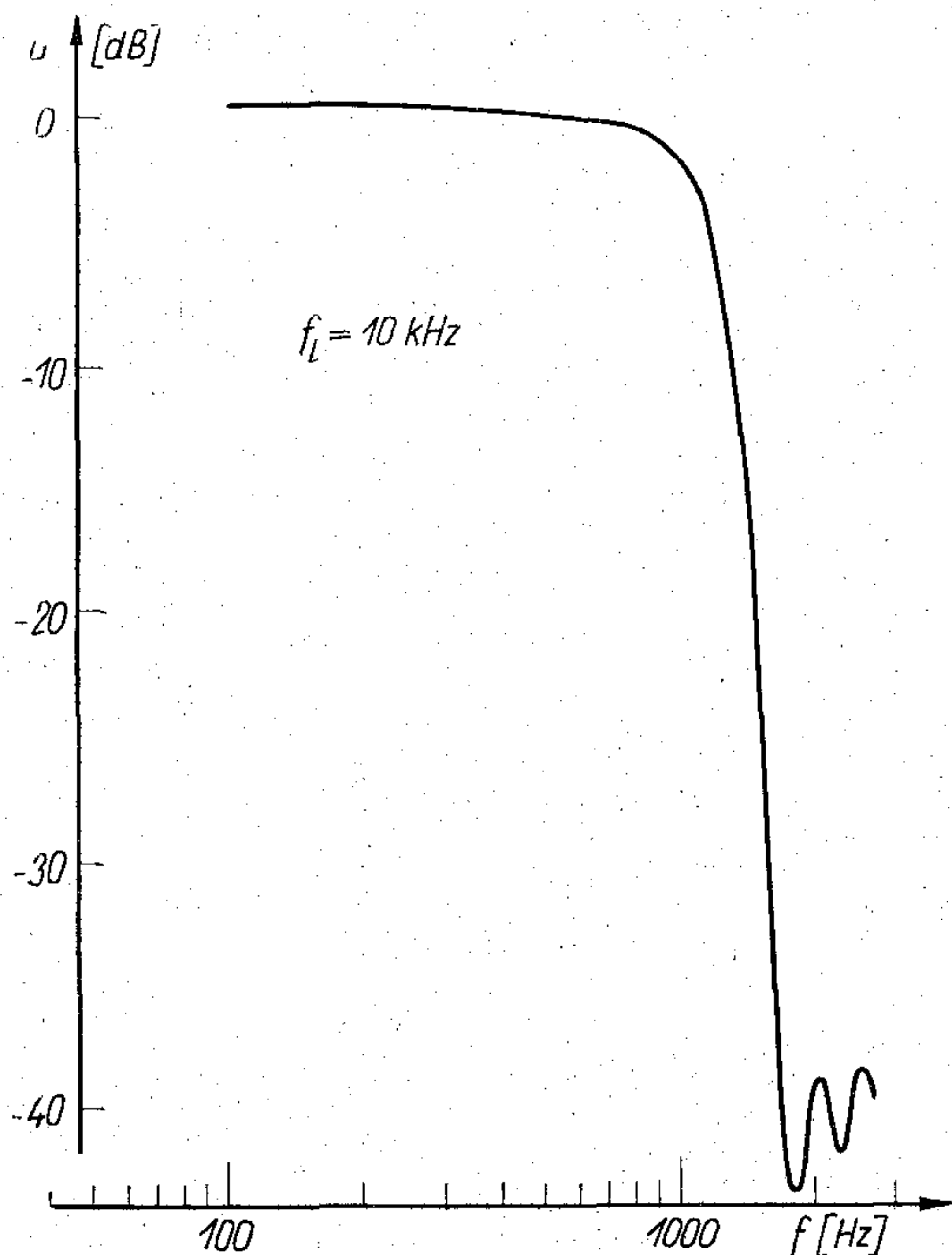
- analóg jelek soros-párhuzamos átalakítása (időosztásos többcsatornás átvitel, képátviteli problémák);
- többszintű szinkron logikai áramkörök realizálása;
- időfüggő jelek gyorsítása, lassítása (pl. hangrögzítő nyávogás kiegyenlítése);
- keringető analóg memória (pl. oszcilloszkópba építhető emlékezőegység, de itt még több kérdés megoldatlan);
- függvénygenerátorok;
- elektronikusan változtatható iránykarakteristikájú akusztikai rendszerek (a phased-array radar hangfrekvenciás analogonja);
- torzításmérő.

A felsorolt alkalmazások lehetőségek, amelyek az áramkörrel valóra válthatók, de amelyek megvalósítása nyilván még hosszú kutatást igényel, sok gyakorlati problémát vet fel.

6. Következtetések

Az analóg léptetőregiszter bemutatott áramköri megvalósításával kapcsolatban eddigi vizsgálataink alapján az alábbi megállapításokat tehetjük:

- az áramkör bipoláris eszközökkel is felépíthető úgy, hogy minőségi jellemzői a gyakorlati felhasználást lehetővé teszik;
- a vastagréteg IC technika alkalmas arra, hogy segítségével ilyen áramköröket realizáljunk;
- az áramkörrel felépített szűrők és korrektorok már az első kísérletek alapján reális alkalmazási



H264-SS 18

18. ábra. Trapézformájú amplitúdóátvitel közelítése. Az aluláteresztő vágási meredekségében tett engedmény a zárótartománybeli csillapítás javulásához vezet

területnek látszanak a vastagréteg kivitel számára;

— az áramkör szinte kínálja magát a nagyobb fokú integrálásra.

Az áramkör gazdasági vizsgálatát további, részletes alkalmazástechnikai kutatásoknak kell még megelőzniük. Annyi azonban már ma is világosan látszik, hogy a bipoláris vastagréteg kivitel ott lehet versenyképes a monolitikus MOS Bucket Brigade-del, ahol kis fokozatszámra van szükség, és ahol a minden léptetőpontjával kivezetett, modulokból összerakható lánc verzatilitását ki tudjuk használni.

I R O D A L O M

- [1] Sangster, F. L. J.—Teer, K.: Bucket-brigade electronics new possibilities for delay, time-axis conversion and scanning. IEEE J. Solid-St. Circ., V. SC—4, No. 3, pp. 131—136 (1969)
- [2] Sangster, F. L. J.: The "bucket-brigade delay line", a shift register for analogue signals. Philips Techn. Rev., V. 31. No. 4, pp. 97—110 (1970)

- [3] Tompsett, M. F.—Amelio, G. F.—Smith, G. E.: Charge coupled 8-bit shift register. Appl. Phys. Letters, V. 17, No. 3, pp. 111—115 (1970)
- [4] Forgács G.—Lőrinczy A.—Tüttő P.: Töltés-továbbítású eszközök — a félvezetőtechnika új iránya. Híradástechnika, V. 24, No. 7, pp. 202—206 (1973)
- [5] Séquin, C. H.: Interlacing in charge-coupled imaging devices. IEEE Trans. on El. Dev., V. ED—20, No. 6, pp. 535—541 (1973)
- [6] Hofheimer, R. W.: Transistor-capacitor shift register. Semiconductor Products, V. 3, No. 7, pp. 31—32 (1960)
- [7] Dálnoki G.—Walton G.: Szigetelő alapú hibrid integrált áramkörök. Híradástechnika, V. 23, No. 11, pp. 346—350 (1972)
- [8] Dr. Tarnay K.—dr. Székely V.: A TRANZ-TRAN nemlineáris áramköranalízis program. Híradástechnika, V. 24, No. 9, pp. 257—264 (1973)
- [9] Sallai Gy.: Adatátviteli összeköttetések kiegyenlítése transzverzális szűrővel. Híradástechnika, V. 22, No. 4, pp. 103—114 (1971)
- [10] Sallai Gy.: A transzverzális szűrő tolerancia-analízise. Híradástechnika, V. 24, No. 7, pp. 193—201 (1973)
- [11] Székely V.: A dekonvolúció és mérés technika alkalmazási lehetőségei. III. Országos Elektronikus Műszer- és Méréstechnikai Konferencia kiadványa, pp. 1—10 (1972)
- [12] Kormos I.: Digitális szűrők, Híradástechnika, V. 24, No. 9, pp. 269—276 (1973)

EGYESÜLETI HÍREK

NORVÉG MŰSZAKI HÉT

A Norvég Exporttanács a Magyar Kereskedelmi Kamara és a MTESZ, illetve érdekelt taggyeleteinek közreműködésével, f. év márciusában, a Technika Házában Műszaki Hetet rendezett, amelynek keretében a HTE rendezésében híradástechnikai tárgyú előadásokra és filmbemutatókra is sor került. Ezek a NERA AS professzionális híradástechnikai berendezés gyártmányai közül ismertetett néhányat.

A NERA AS — amely ma a legnagyobb norvég professzionális híradástechnikai elektronikai berendezéseket gyártó cég — a norvég ELEKTRO UNION konszernhez tartozik. Mind a vállalat, mind a konszern tisztán hazai tőkén alapul és részvényeinek tekintélyes hányada (20%) a norvég állam kezében van, ami biztosítja az állam érdekeinek megfelelő koordinációt.

A NERA AS főprofilját a hajózási rádióberendezések, a tv- és URH-adók, repülőtéri leszállító berendezések, mikrohullámú összeköttetések berendezései stb. képezik.

A híradástechnikai tárgykör egyik előadása az „Új generációs ILS műszeres leszállási rendszer fejlesztése” volt. Az előadást dr. Kodolányi Gyula nyitotta meg és előljáróban megjegyezte, hogy az ILS (Instrum Land. Syst.) világszerte elterjedt rendszer s így hiányosságai ellenére még legalább 15—20 évig alkalmazzák. Amíg tökéletesebb rendszer fel nem váltja, addig igyekeznek javítani a hiányosságain, amelyek különösen ott mutatkoznak, ahol a repülőter nem sík. Norvégia repülőtereit rendkívül nehéz terep és időjárási viszonyok jellemzik. Természetes tehát, hogy Norvégia intenzíven és eredményesen foglalkozik az ILS-rendszer tökéletességével.

A fejlesztési munka elvi alapjairól és konkrét eredményeiről számolt be az előadó.

Ugyancsak a rendkívüli terep és időjárási viszonyok adtak különös érdekességet a következő előadásnak: „A tv-adóállomások korszerű követelményei norvég tapasztalatok alapján”. Az adóhálózat fő adóinak száma jelenleg 45, és ahhoz, hogy a műsor mindenütt vethető legyen, mintegy 2000 átjátszó adóra van szükség. A terepviszonyok miatt az adókat magas hegyek tetejére kellett, hogy telepítsék. A zord klimatikus körülmények miatt arra nem volt lehetőség, hogy az állomások felügyelet alatt üzemeljenek; így az adókat a kiszolgáló terület központi helyéről távműködtetéssel kell üzemeltetni. Az állomásokat a helyszínen havonta egyszer ellenőrzik.

Látható, hogy ez a helyzet igen szigorú követelményeket támaszt, mind az adók stabilitása, mind üzemük megbízhatósága szempontjából, különösen, ha figyelembe vesszük, hogy pénzügyi okok miatt tartalék adók beépítését mellőzik.

A különösen szigorú követelményeknek megfelelő adóberendezéseket a NERA cég szállította. Nagy élményt jelentett a hallgatóság számára annak a filmnek a bemutatása, amelyet a norvégiai tv-adók karbantartásáról készítettek. Elképesztő képek mutatták be a megközelítés nehézségeit, az ehhez használt eszközöket. Nem ritkaság az energiavezetékre rakódó 1 m átmérőjű jégpáncél.

A sorozat harmadik előadása: „Nagy teljesítményű tranzistoros mikrohullámú rádiórelé-rendszerek” volt.

Az előadás 960 csatornás FDM/FM rendszerek néhány olyan tervezési megoldását ismertette, amelynek alapja a kereskedelembe kapható alkatrész készlet.

Elliptikus függvények

ETO: 517.7

Egyes műszaki problémákkal kapcsolatban gyakran merülnek fel olyan matematikai problémák, amelyek megértése, ill. alkalmazása nagy nehézségeket okoz az átlagos matematikai képzettséggel rendelkezők számára. A matematikai könyvekben való utánjárás pedig rendszerint nagyobb munkával jár, és gyakran újabb és újabb előismeretek megszerzését teszi szükségessé.

Bár lapunknak nem célja, hogy matematikai cikkeket közöljön, mégis úgy gondoljuk, hogy célszerű, ha a híradástechnikával foglalkozók megismerik az olyan alapvető periodikus függvényeket, mint az elliptikus függvények, amelyeknek egy határesetét képezik az ismert körfüggvények.

A tankönyvek rendszerint vagy a komplex függvénytan keretében a Theta függvényekből, vagy valamilyen integrálformulából, vagy pedig egy fizikai probléma — mint például az ingamozgás —

megoldásából vezetik le az elliptikus függvényeket.

Ezzel szemben cikkünk célja, hogy teljesen érthetően és világosan, geometriai definíció alapján mutassa be az elliptikus függvények származtatását, minden esetben külön hangsúlyozva a periodikus tulajdonságokat és az analógiát a körfüggvényekkel.

A rövid terjedelem ellenére teljességre törekszünk. Csak az alapvető összefüggéseket tárgyaljuk részletesen, a további összefüggéseket csak végeredményeikben foglaljuk össze. Ahol csak lehet, hivatkozunk a hozzáférhető szakirodalomban megtalálható levezetésre, diagramra, táblázatra.

Cikkünk megértéséhez csupán a matematikai alapfogalmak és az integrálszámítás elemeinek az ismerete szükséges. Azokat az integrálformulákat, amelyek cikkünkben előfordulnak, röviden összefoglaljuk:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \operatorname{ar sh} x = \ln(x + \sqrt{x^2+1}) \quad \int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arc tg} x,$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \operatorname{ar ch} x = \ln(x + \sqrt{x^2-1}), \quad \int \frac{dx}{1-x^2} = \operatorname{ar th} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x},$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \begin{cases} = \operatorname{arc sin} x \\ -\operatorname{arc cos} x \end{cases}, \quad \int \frac{dx}{\cos x} = \ln \frac{1+\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1-\operatorname{tg} \frac{x}{2}}.$$

1. A periodikus függvények geometriai ábrázolása

1.1 Függvénykapcsolatok

Általánosan egyváltozós függvényről beszélünk, ha két mennyiség — például x és y vagy r és φ stb. — között valamilyen meghatározott kapcsolat áll fenn. Ha például az $y=x^2$ paraboláról beszélünk, rendszerint mindjárt a Descartes-koordinátarendszerben ábrázolt parabolára gondolunk. Nem szabad azonban megfeledkeznünk arról, hogy az $y=x^2$ függvénykapcsolat elsősorban egy táblázat, amelyben x és y mint egyenrangú változók vannak egymáshoz rendelve.

x	0	1	2	3	...
y	0	1	4	9	...

Pusztán felfogás kérdése, melyiket nevezzük függő és melyiket független változónak, vagyis melyik függvény az elsődleges, az $y=x^2$ vagy az $x=\sqrt{y}$ függvény. A lényeges mindig az egymáshoz rendelés.

Egy másik szempont, amire fel akarjuk hívni a figyelmet, a függvény értelmezése. Amíg a függvénykapcsolatot egy matematikai formulával vagy

táblázattal egyértelműen megadhatjuk, addig ugyan ezt a kapcsolatot igen sokféleképpen értelmezhetjük. Például az $y=x^2$ parabola lehet geometria

definíció, az $y=\left(\frac{x^3}{3}\right)'$ differenciálás vagy az $y=2\int_0^x x \, dx$ integrálás eredménye.

Általában a függvényt célszerű úgy értelmezni, hogy számunkra fontos tulajdonságai a legegyszerűbbek és legkönnyebben kifejezhetők legyenek.

Külön kiemeljük az integrálmeghatározás fontosságát. Ha a határozott integrál egyik határa maga az egyik változó, akkor (y, x) egyértelműen megadott, egy görbével leírható függvénykapcsolat. Például a parabola fenti integrállal való megadása y -t úgy értelmezi, mint az $y=2x$ egyenes alatti területet és 0 és x értékek között.

A következőkben az integrálás felső határát és a változót azonos betűvel fogjuk jelölni, hogy ne szaporítsuk feleslegesen a jelölések számát.

1.2 Periodikus függvények

Periodikusnak nevezünk egy függvényt, ha $f(z+c)=f(z)$ minden z -re. Ebből következik, hogy $f(z+nc)=f(z)$. Itt c a periódus komplex szám,

n pedig tetszőleges egész szám. Periodikus függvények periodikusak lehetnek a valós x tengely mentén, mint például a $\sin x$, $\cos x$, vagy a képzetes tengely mentén, mint e^z , $\operatorname{sh} z$, $\operatorname{ch} z$, vagy pedig mindkét tengely mentén, mint az elliptikus függvények. Ezért az elliptikus függvényeket kétszeres periódicitású függvényeknek nevezzük. Cikkünkben csak a valós tengely menti periódicitással foglalkozunk.

1.3 A periodikus függvények származtatása

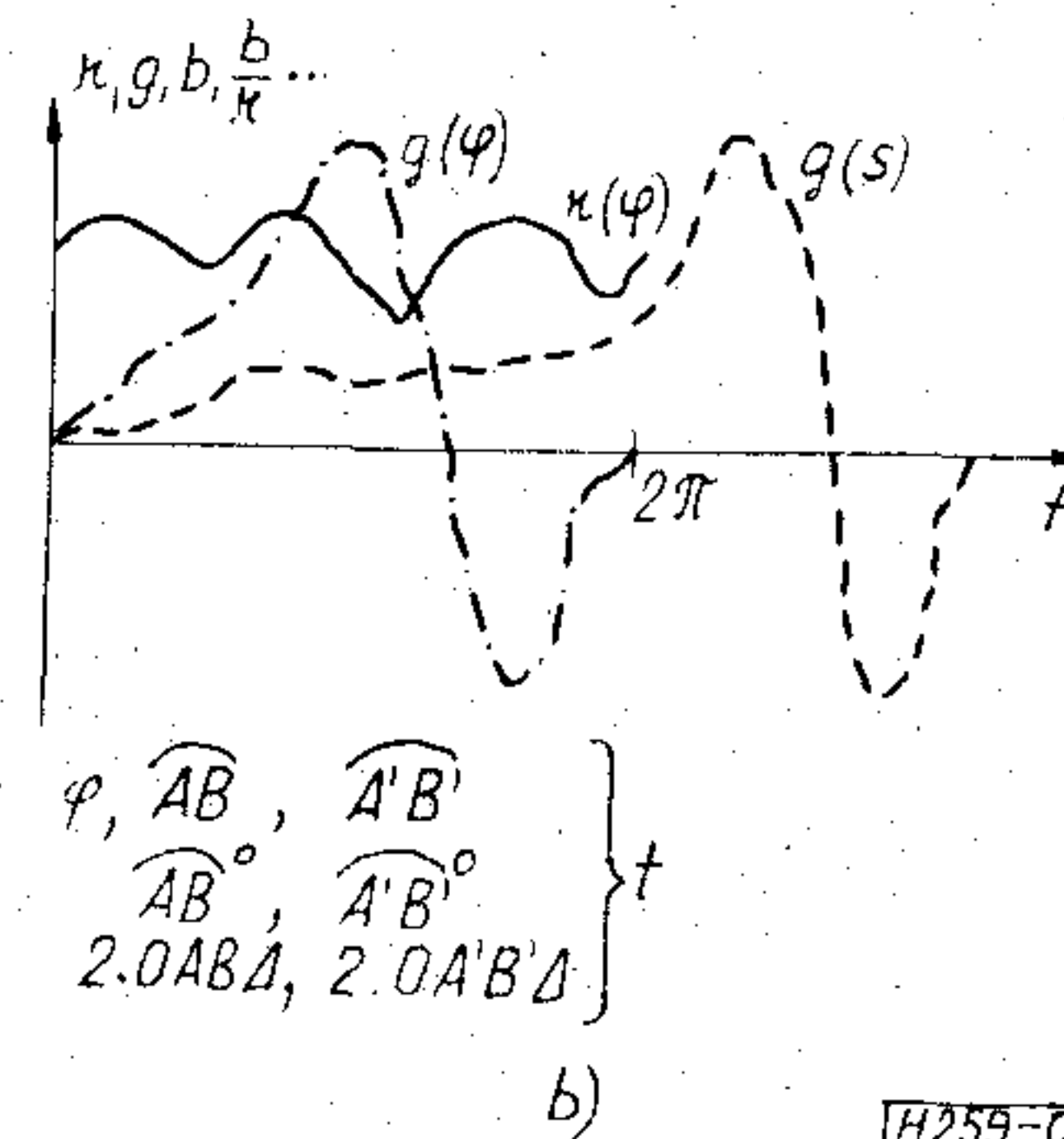
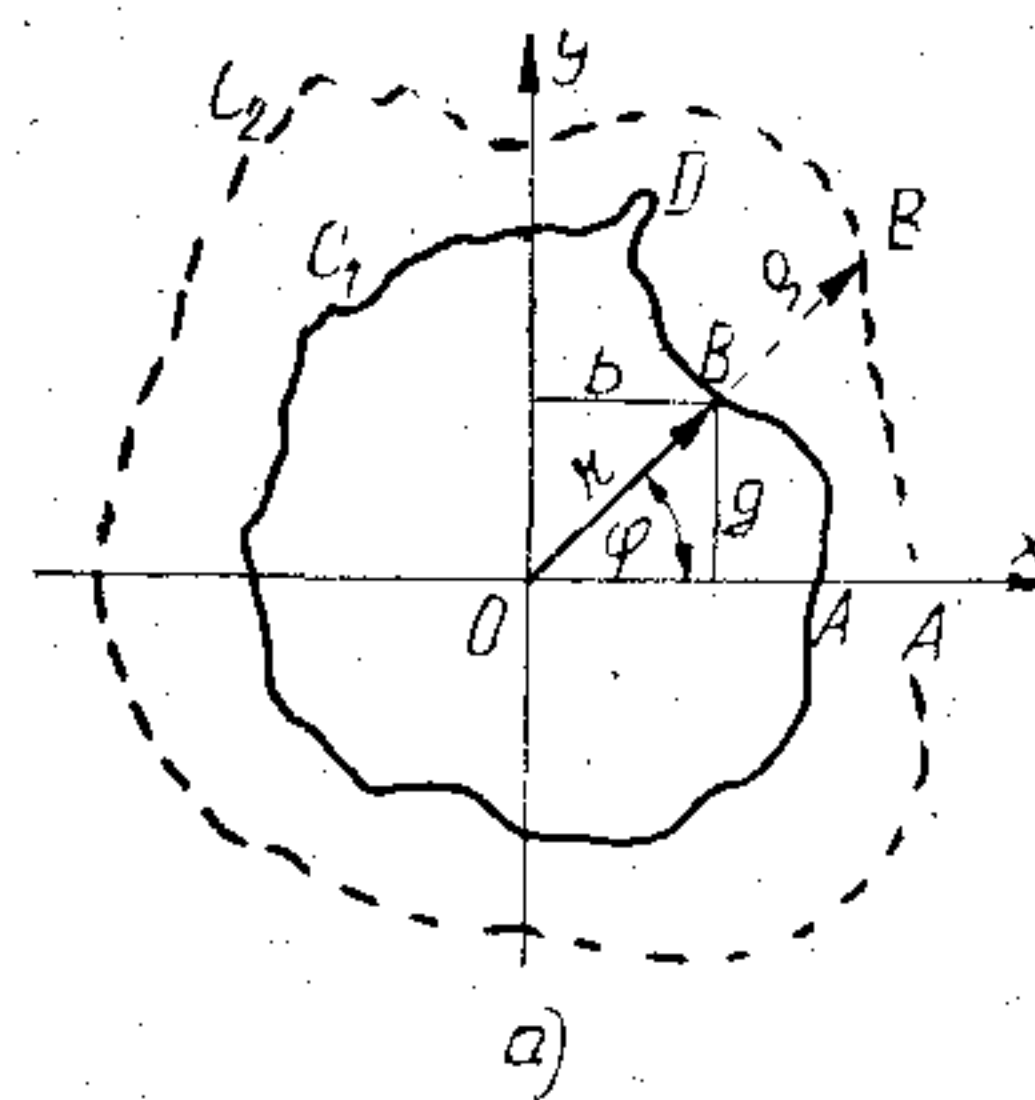
A valós egyváltozós periodikus függvényeket geometriailag legszemléletesebben a kördiagramokkal ábrázolhatjuk. A következőkben a kördiagramokat az $x-y$ síkban ábrázoljuk, és (x, y) , illetve (r, φ) koordináták egymáshoz rendelésével definiáljuk, az 1a ábrának megfelelően. A C_1 zárt görbe minden szempontból jellemzi egy periodikus függvény egyetlen periódusát. A görbét többször körüljárva kapjuk az újabb periódusokat.

A kérdés csupán az, hogy C_1 görbe melyik jellemzőjét akarjuk vizsgálni és minek a függvényében. Ha az x kezdőtengelyt kijelöltük, független változónak önként kínálkozik a φ szög. C_1 görbe bármelyik jellemzőjét vizsgáljuk φ függvényében, például az 1a ábrán a g , b , r távolságokat, ezek egymáshoz való viszonyát mint $\frac{g}{r}, \frac{b}{r}$ vagy bármely függvényét mint g^2 , $\log r$ stb., eredőképpen 2π periódust kapunk.

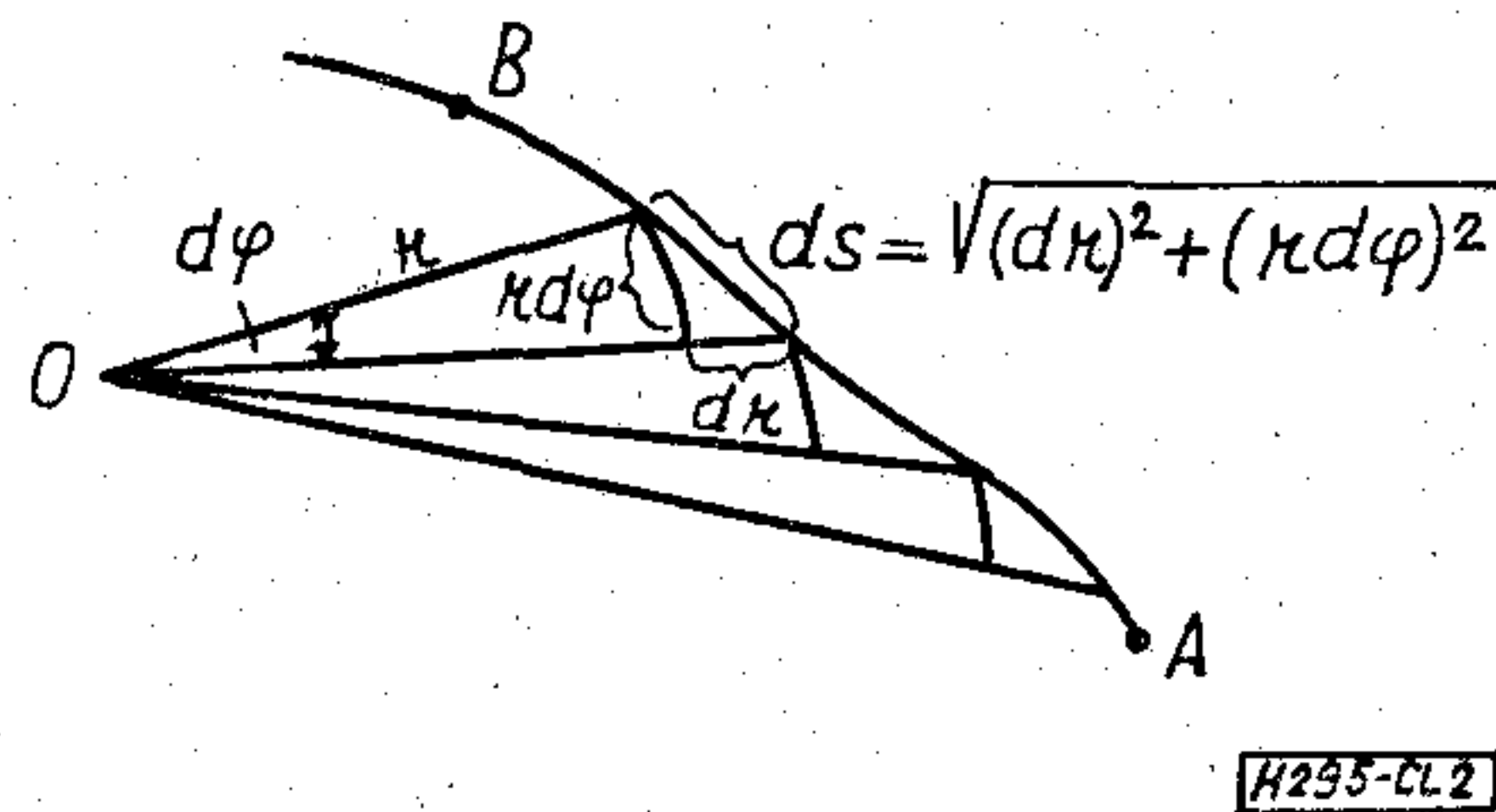
További periodikus függvényeket származtathatunk a C_1 görbéből, ha figyelembe vesszük, hogy a φ -t meglehetősen önkényesen választottuk az egyik változónak. Ugyanilyen joggal vehettük volna a φ szög helyett az

$$\left. \begin{aligned} \widehat{AB} &= \int_A^B ds \text{ ívhosszat,} \\ \widehat{AB}^\circ &= \int_A^B r d\varphi \text{ körösített ívhosszat} \\ 2 \cdot OAB\Delta &= \int_A^B r^2 d\varphi \text{ területet,} \end{aligned} \right\} (1)$$

hogy csak néhány lehetőséget említsünk. Cikkünkben csak az így definiált változókat fogjuk felhasználni és t -vel fogjuk jelölni. Az 1b ábrának megfele-



1. ábra



2. ábra

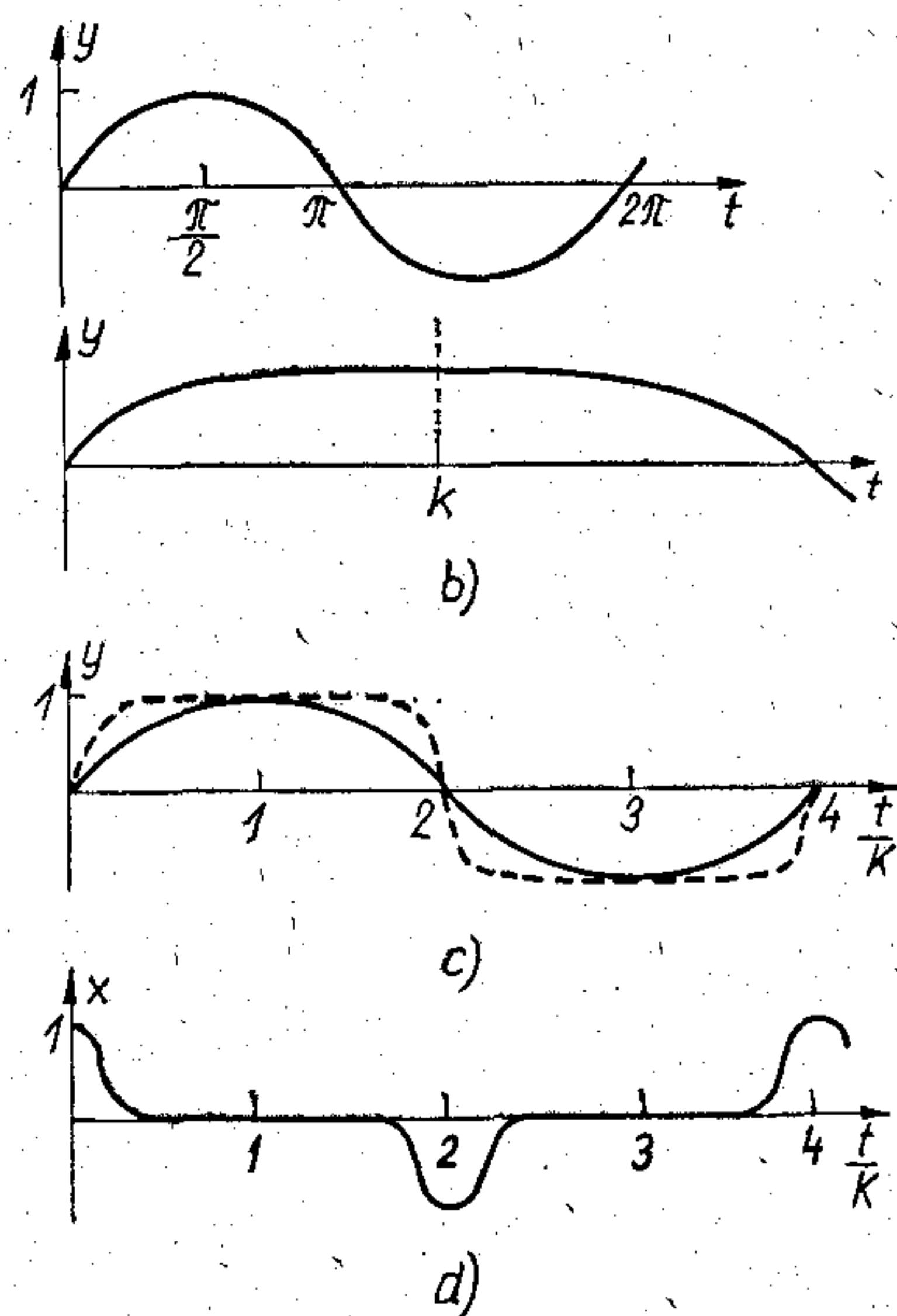
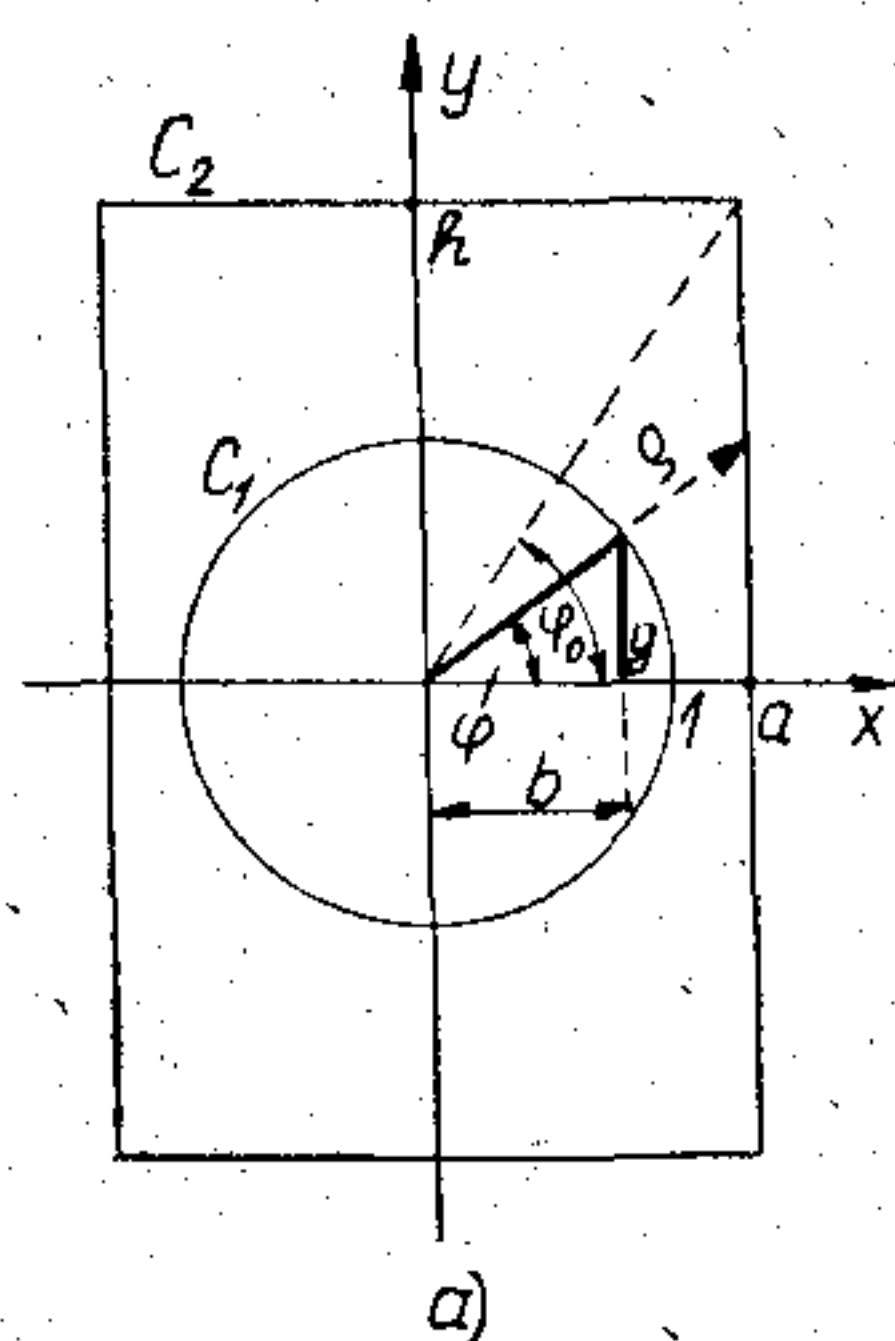
lően a kördiagramhoz kapcsolódó Descartes-koordinátarendszerben a vízszintes tengelyt t -vel jelöljük, a függőleges tengelyre pedig C_1 görbe vizsgált jellemzőjét visszük fel. Attól függően, hogy t változónak mit választunk, változik a periódus és $f(t)$ görbe alakja is. Könnyen belátható, hogy az 1a ábra szerinti C_1 görbén a D kitüremlés lényeges, ha a t változó a kerületi ívhossz, és lényegtelen, ha $t=2OAB\Delta$, mert az r által súrolt területet lényegtelenül befolyásolja.

A 2. ábrán nagy fontossága miatt felelevenítünk egy alapvető differenciálgeometriai fogalmat. Az ábra alapján:

$$\widehat{AB} = \int_A^B ds = \int_A^B \sqrt{dx^2 + dy^2} = \int_A^B \sqrt{1 + (y')^2} dx = \int_A^B \sqrt{1 + (x')^2} dy \quad (2.1)$$

$$\text{vagy} \quad \widehat{AB} = \int_A^B \sqrt{(r d\varphi)^2 + (dr)^2} = \int_A^B \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2} d\varphi \quad (2.2)$$

$$\widehat{AB}^\circ = \int_A^B r d\varphi. \quad (2.3)$$



3. ábra

A (2.1) és (2.2) képletek a görbe ívhosszát adják meg, függetlenül a koordináta-rendszer választásától. Fizikai problémáknál sokkal fontosabb szerepet játszik a (2.3) képlet szerinti ún. „körösített” ívhossz, amelyet a következőkben $\widehat{AB^0}$ -al fogunk jelölni, hogy megkülönböztessük a szokásos értelemben vett ívhossztól. Értékét az ábra szerint úgy kapjuk meg, hogy az O origóból húzott r sugárral kis köríveket húzunk a görbe mentén. Ezen körívek együttes hossza adja $\widehat{AB^0}$ -t. Értéke függ az origó választásától. A 2. ábrából ugyancsak leolvasható egy fontos egyenlőtlenség:

$$\widehat{AB^0} \leq \widehat{AB}. \quad (3)$$

C_1 görbéből további végtelen sok periodikus függvényt származtathatunk, ha az 1a ábrának megfelelően felveszünk egy másik tetszőleges C_2 zárt görbét, és a C_1 görbe valamelyik fentebb említett jellemzőjét a C_2 görbe $\varrho = \varrho(\varphi)$ egyenletéből származtatott $\widehat{A'B'}$, $\widehat{A'B^0}$, $20A'B'\Delta$ stb. mennyiségekkel hozzuk kapcsolatba.

Az eddig elmondottakat egy példával szeretnénk megvilágítani. Legyen a C_1 görbe a 3a ábra szerinti, egység sugarú kör, a C_2 görbe pedig a $2 \cdot a$, ill. $2 \cdot h$ oldalhosszúságú téglalap. Vizsgáljuk meg a C_1 görbén a g távolság függvénykapcsolatát az alábbi 4 esetben. Az egyszerűség kedvéért vegyük a $h \gg a$

esetet. A továbbiakban $g=y$ jelölést használunk.

a) y és φ kapcsolata

$$\left. \begin{aligned} y &= \sin \varphi \\ t &= \varphi \end{aligned} \right\} y = \sin t \text{ független } C_2\text{-től.} \quad (4)$$

b) y és C_2 ívhossza közötti kapcsolat:

$$\left. \begin{aligned} y &= \sin \varphi \\ t &= a \operatorname{tg} \varphi \end{aligned} \right\} y = \frac{t}{\sqrt{a^2 + t^2}}. \quad (5)$$

c) y és $\int_0^\varphi \varrho d\varphi$ közötti kapcsolat:

$$y = \sin \varphi$$

$$t = \int_0^\varphi \varrho d\varphi = a \ln \left[\frac{1 + \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}{1 - \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}} \right], \quad \left. \begin{aligned} t &= \frac{1}{2} a \ln \frac{1+y}{1-y} \\ y &= \operatorname{th} \frac{t}{a} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

d) y és $\int_0^\varphi \varrho^2 d\varphi$ közötti kapcsolat:

$$y = \sin \varphi$$

$$t = \int_0^\varphi \varrho^2 d\varphi = a^2 \operatorname{tg} \varphi, \quad \left. \begin{aligned} y &= \frac{t}{\sqrt{a^4 + t^2}} = \frac{\frac{t}{a}}{\sqrt{\left(a^2 + \frac{t^2}{a^2}\right)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

A b , c , és d esetek a h oldal mentén érvényesek $\varphi = \varphi_0$ szögig, de feltételezésünk szerint $\varphi > \varphi_0$ esetén már $y \approx 1$ -gyel számolhatunk.

A b és d esetek lényegében csak a t tengely irányú nyújtásban különböznek. Ez természetes is, mert példánkban a φ_0 szögig a terület és a ϱ sugar által súrolt terület egymással arányos.

A 3b ábrán egymás alá rajzoltuk az a eset szinusz görbét és a b , c , d esetnek megfelelő görbe jellegét. Határozzuk meg az egyes esetekben egy periódus hosszát. Az irodalomban inkább a negyed periódus hosszát szokták megadni, jele K .

$$a) \text{ esetben: } K = \frac{\pi}{2},$$

$$b) \text{ esetben: } K = h + a \approx h, \quad (8)$$

$$c) \text{ esetben: } K \approx a + a \ln \frac{2h}{a} \approx a \ln \frac{2h}{a} \approx a \ln h,$$

$$\text{itt ugyanis } K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \varrho d\varphi = \int_0^{\varphi_0} \varrho d\varphi + \int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}} \varrho d\varphi.$$

A második tag jó közelítéssel a értéket ad, és csak $\frac{h}{a}$ igen nagy értékeinél hanyagolható el.

A $d)$ esetben: $K=a \cdot h$, a C_2 által bezárt terület egynegyede.

A periódusok különbözősége miatt jobban össze tudjuk a görbéket hasonlítani, ha a t tengely mentén K arányban zsugorítjuk a léptéket (3c ábra). Jól látható, hogy h növelésével a b, c, d esetekben K is nő és az $y(t)$ görbe egyre inkább négyszögjel alakú lesz.

Hasonló módon egyszerűen kiszámítható, hogy a 3a ábrában a b távolság — jelöljük x -szel — h növelésére egyre jobban eltér a koszinusz görbétől és a 3d ábra szerinti lesz. $h \rightarrow \infty$ esetén egységnyi magasságú, váltakozó előjelű impulzusokat kapunk.

1.4 A szinuszoid függvények

Ha a 1a ábrában C_1 , ill. C_1 és C_2 görbe az x és y tengelyre szimmetrikus, akkor a g -vel jelölt távolság az (1) képlettel definiált változók bármelyikének a függvényében a szinusz függvénnyel sok tekintetben azonos tulajdonságú $y=y(t)$ függvényt fog eredményezni. Nevezetesen:

$$\begin{aligned} y(t) &\text{ páratlan függvény, } y(0)=0, \\ t=K &\text{ negyed periódusra } y(t) \text{ szimmetrikus,} \\ y(t+2K) &=-y(t). \end{aligned}$$

A 3. ábra szerinti példánk kielégítette ezeket a feltételeket.

A fenti tulajdonságok alapján elegendő $y(t)$ -t egy negyed periódusra meghatározni, t egyéb értékeihez $y(t)$ már egyszerűen számítható.

A következőkben az egyes függvénycsaládoknál — vagyis a C_1 , illetve az összetartozó C_1 és C_2 görbénél — a g távolság függvényét vizsgáljuk, és belőle származtatjuk a többi függvényt. Érthető, hogy a $g=y=f(t)$ kapcsolatot az illető görbe szinuszának fogjuk nevezni, az így nyert függvényeket pedig szinuszoid függvényeknek.

Idealizált fizikai folyamatok leírásakor a leggyakoribb esetekben a C_1 illetve C_2 görbe kör, hiperbola vagy ellipszis. Mivel a hiperbola (cikkünkben hiperbolán mindig a 90° asszimptota szögű hiperbolát értjük) a kör folytatásának tekinthető, a kör pedig az ellipszis egy speciális esete, nyilvánvaló, hogy az ellipszishez rendelt függvények a legáltalánosabbak, a kör és hiperbola függvényei pedig csak határesetet jelenthetnek.

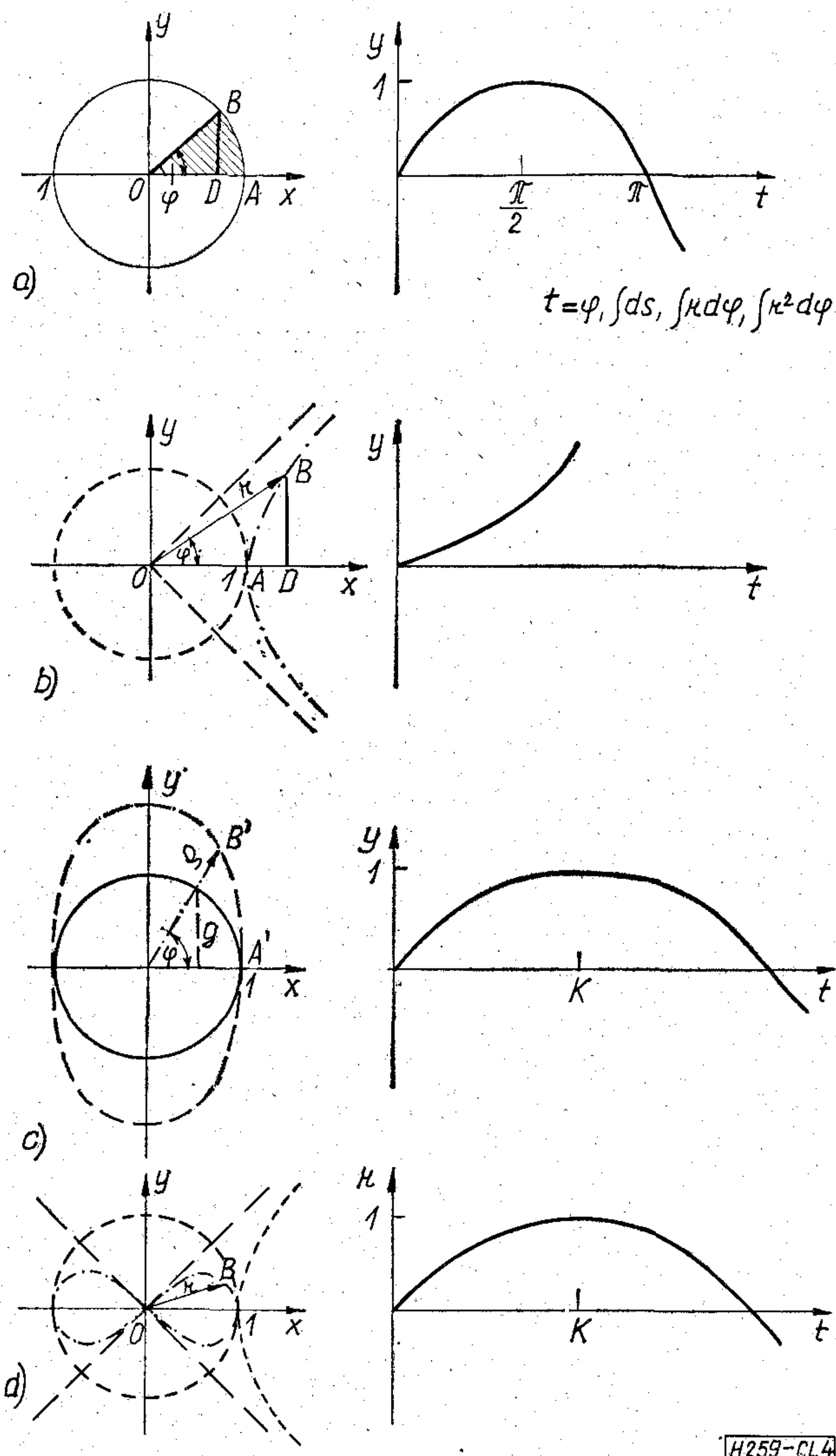
Az érthetőség kedvéért a következőkben mégis nem az általános esetből indulunk ki, hanem külön-külön vizsgálunk meg négy speciális szinusz függvényt, és utána mutatunk rá a közös származásra.

1.5 Az $y=\sin t$, $y=\sinh t$, $y=\operatorname{sn} t$ és $y=\operatorname{sl} t$ geometriai származtatása

1.5.1 Az $y=\sin t$ függvény

Ismeretes, hogy a 4a ábra szerinti egység sugarú körben a $\overline{BD}$ távolság határozza meg az $y=\sin t$ függvényt. Kevésbé magától értetődő azonban, hogy mit értünk t alatt az összetartozó (y, t) kapcsolatban. Először t -t önkénytelenül is a φ szöggel azonosítjuk, de azonnal belátható, hogy egység sugarú kör esetén

$$t=\varphi=\widehat{AB}=\widehat{AB}^\circ=2 \cdot OAB \quad (9)$$



4. ábra

egyenlőre érvényes. Így a szinusz függvény kapcsolatát teremt a $\overline{BD}$ távolság és a hozzá tartozó φ szög vagy $\widehat{AB}$ körív, vagy $2 \cdot OAB$ terület között. Mindenesetre a

$$t=\arcsin y$$

inverz függvényben az $\arcsin$ szó arra utal, hogy eredetileg a szinusz alatt a $\overline{BD}$ távolság és az $\widehat{AB}$ ív közötti kapcsolatot értették.

A (9) egyenlőség módot ad t másik értelmezésére is. Az $x^2+y^2=1$ kör ívhossza (2.1) alapján ugyanis:

$$t=\int_A^B ds=\int_0^y \sqrt{1+\left(\frac{dx}{dy}\right)^2} dy=\int_0^y \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}}. \quad (10)$$

Az analízisből ismert, hogy a fenti integrál $\arcsin y$ -t ad. Ilyen módon a (10) egyenlet felfogható mint az $y=\sin t$ vagy $t=\arcsin y$ függvények alapvető, nem geometriai definíciója, mert az 1.1 pontban tárgyalt módon egyértelmű kapcsolatot teremt y és t között. Mindenesetre meg kell jegyeznünk, hogy a (10) integrál y -nak csak ± 1 közötti

tartományában értelmezhető, vagyis csak egy negyed periódust ír le. De a szinuszjelleg miatt ez elegendő az $y = \sin t$ függvény teljes leírására.

1.5.2 Az $y = \operatorname{sh} t$ függvény

A 4b ábra szerinti hiperbola egyenlete:

$$x^2 - y^2 = 1$$

vagy:
$$r = \frac{1}{\sqrt{\cos 2\varphi}}. \quad (11)$$

A körhöz hasonlóan most is kereshetjük az összefüggést a $\overline{BD}$ távolság és a φ szög, az $\widehat{AB}$ ívhossz, az $\widehat{AB}^\circ$ körösített ívhossz és a $2 \cdot OAB$ terület között. Gyakorlatban csak ez utóbbi használatos, amikor

$$t = [\widehat{AB}] = \int_A^B \sqrt{(dx)^2 + (j dy)^2} = j \int_0^y \sqrt{1 - \left(\frac{dx}{dy}\right)^2} dy = j \int_0^y \frac{dy}{\sqrt{1 + y^2}},$$

mert $\frac{dx}{dy} = \frac{y}{\sqrt{1 + y^2}}.$

Meg kell jegyeznünk, hogy itt $[\widehat{AB}]$ nem a hiperbola $\widehat{AB}$ ívhossza, hanem csak formailag analóg vele.

j -t y -ban és t -ben elhagyva, a t és y közötti kapcsolat:

$$t = \int_0^y \frac{dy}{\sqrt{1 + y^2}} = \operatorname{ar sh} y \quad (14)$$

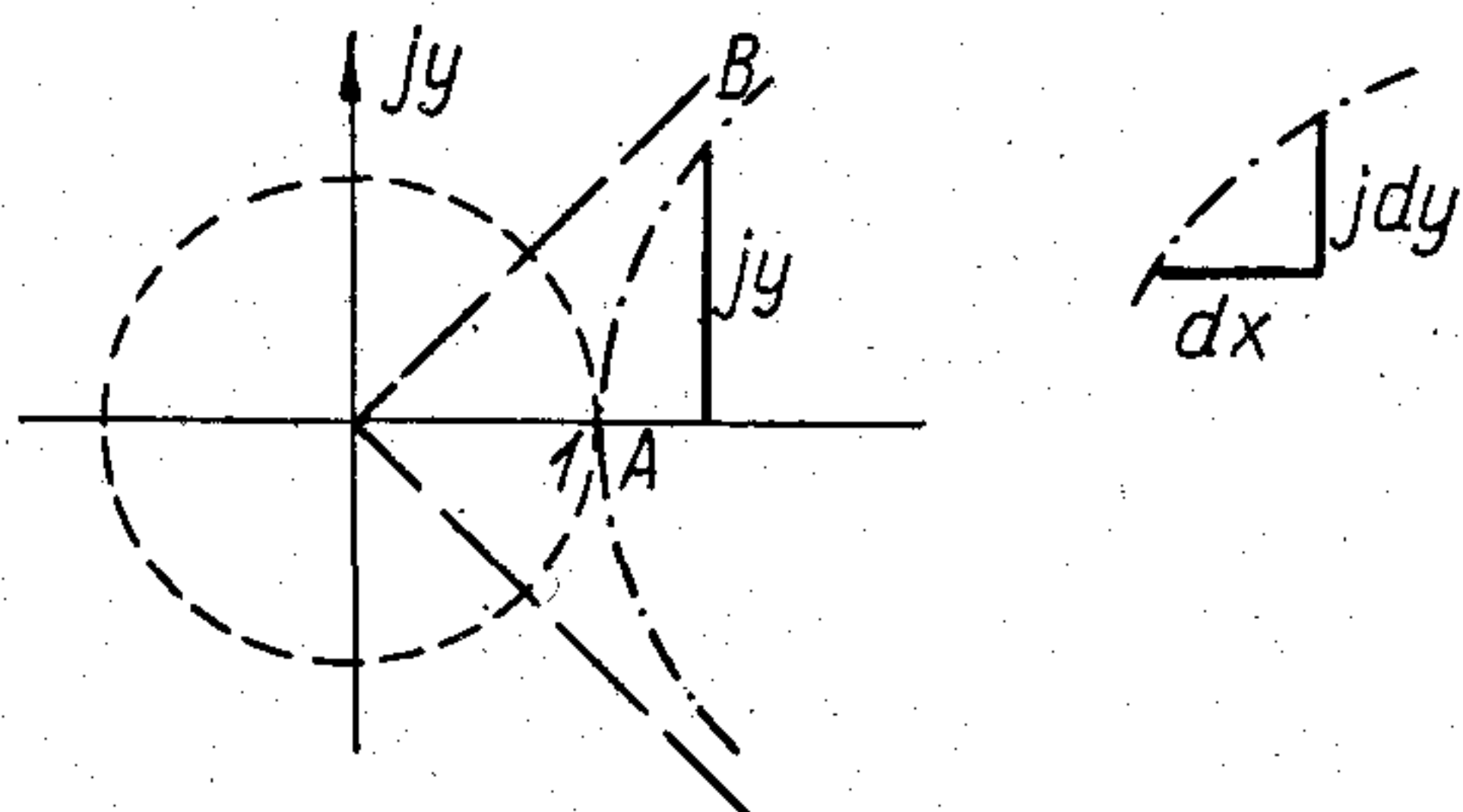
$y = \operatorname{sh} t.$

A (14) egyenlőség a hiperbolikus szinusz függvény integrál-definíciójának tekinthető.

Az $y = \operatorname{sh} t$ a valós tartományban nem periodikus, csupán a kör és hiperbola közötti szoros rokonság miatt tárgyaltuk itt.

1.5.3 Az ellipszis jellemzői

Mielőtt rátérnénk az elliptikus függvények tárgyalására, röviden összefoglaljuk az ellipszis főbb jellemzőit. Amíg a kört és hiperbolát egyetlen adat, a fél átmérő jellemzi, addig az ellipszis esetén két adat szükséges. Ha a lineáris méretek arányától eltekintünk, körnél és hiperbolánál nincs szükségünk



5. ábra

H259-CL5

a t változó az r sugár által sűrlt területtel arányos.

$$t = \int_A^B r^2 d\varphi = \int_A^B \frac{d\varphi}{\cos 2\varphi} = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \frac{y}{x}}{1 - \frac{y}{x}} = \ln(y + \sqrt{1 + y^2}) = \operatorname{sh} y \quad (12)$$

és $y = \operatorname{sh} t.$

Tehát a hiperbolikus szinusz a $\overline{BD}$ távolság és a $2 \cdot OAB$ terület között ad kapcsolatot. A hiperbolát joggal tekinthetjük az

$$y = \sqrt{1 - x^2} = j \sqrt{x^2 - 1} \quad (13)$$

kör képzetes folytatásának $x > 1$ esetén. Az 5. ábrának megfelelően, a (2.1) ívhosszformulával formailag számolva:

egyéb adatra, a megnevezés önmaga elegendő, az ellipszist viszont egyetlen adattal határozhatjuk meg.

Általában a k numerikus excentricitással szoktuk az ellipszist jellemezni, vagy pedig $k = \sin \alpha$ összefüggésből az excentricitás α szögével.

A 6a ábrán ábrázoltuk az ellipszis főbb jellemzőit. $k=0$ esetén az ellipszis körbe megy át, $k=1$ esetben pedig $2a$ hosszúságú egyenessé fajul.

Koordinátarendszerben az ellipszist olyan helyzetben szoktuk felvenni, hogy az ellipszissel kapcsolatos összefüggések a lehető legegyszerűbbek legyenek. Ugyanezen okból az ellipszis normál alakjával számolunk, ahol a fél nagy vagy kis átmérő hossza egységnyi. Mi a továbbiakban a 6b, ill. 6c ábra szerinti ellipszissel fogunk számolni.

A fentiek alapján nyilvánvaló, hogyha bármilyen ellipszissel kapcsolatos problémával, például az ellipszissel kapcsolatos függvényekkel foglalkozunk, akkor szükséges egy jellemző érték, k vagy α megadása, hogy tudjuk, milyen alakú ellipszistről van szó. Körnél és hiperbolánál ez nem volt szükséges. A következőkben k , ill. α az ellipszis jellemző paramétere lesz.

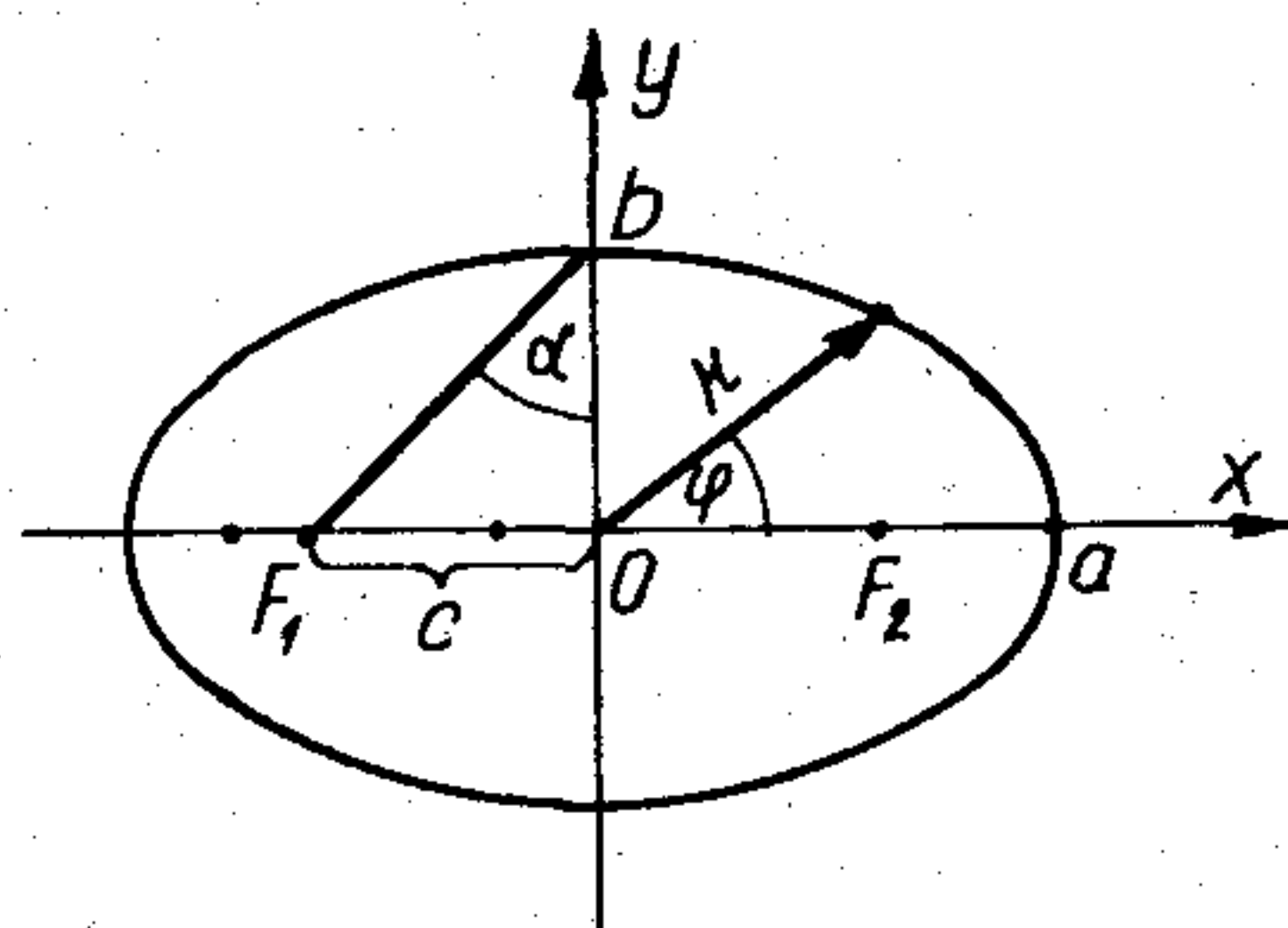
1.5.4. Az $y = \operatorname{sn} t$ elliptikus szinusz

A kör- és hiperbolikus szinusz esetén csak egyetlen C_1 görbére volt szükségünk a keresett függvénykapcsolathoz. Tekintsük most a 4c ábrát, ahol a C_1 görbe egység sugarú kör, a C_2 görbe pedig a 6b ábra szerinti ellipszis. Keressük az összefüggést az

$y = g$ távolság és $t = \int_{A'}^{B'} \varrho d\varphi$ között. Az ellipszis polár egyenletéből azonnal kapjuk:

$$t = \int_{A'}^{B'} \varrho d\varphi = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}}. \quad (15)$$

és $y = \sin \varphi.$



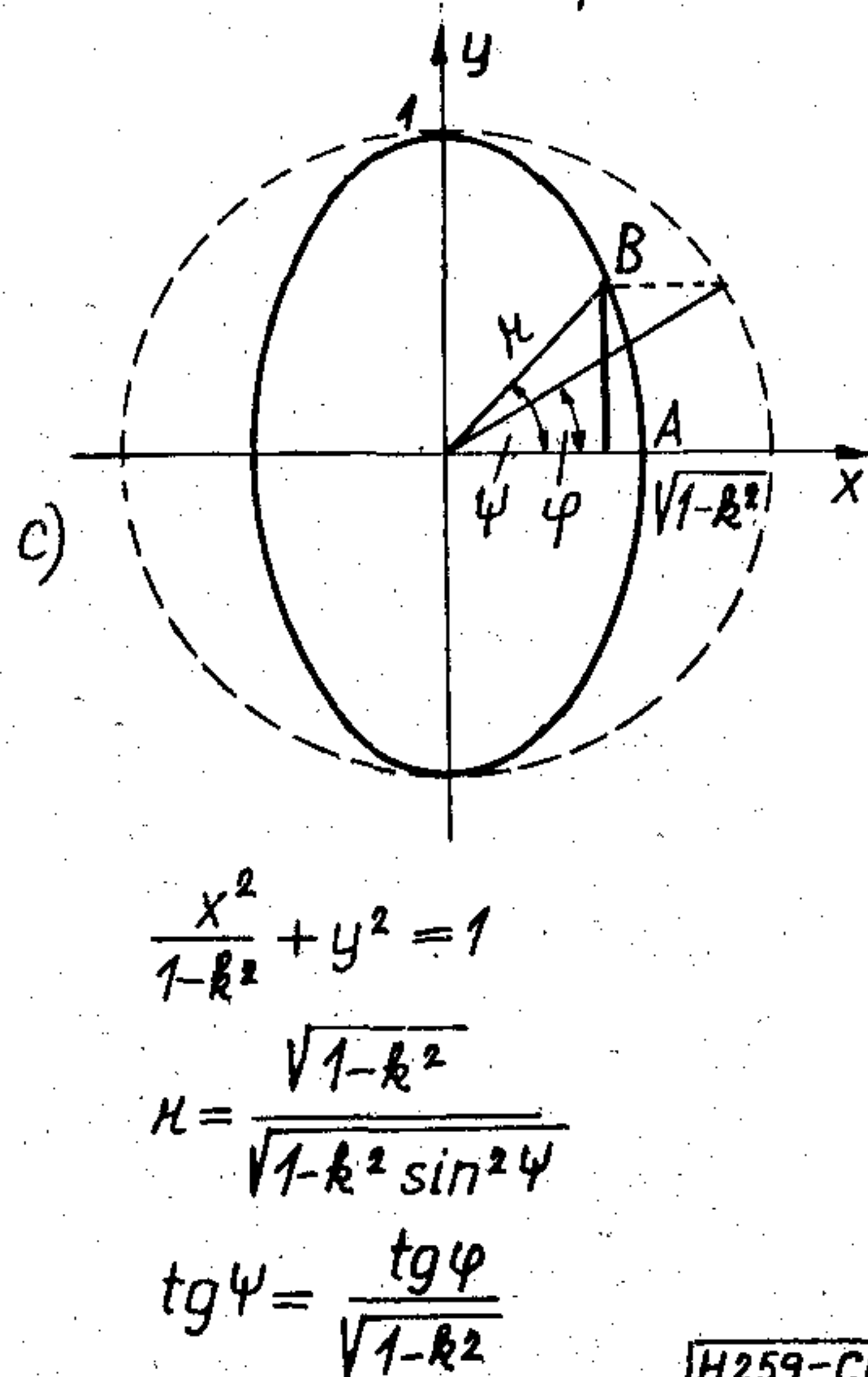
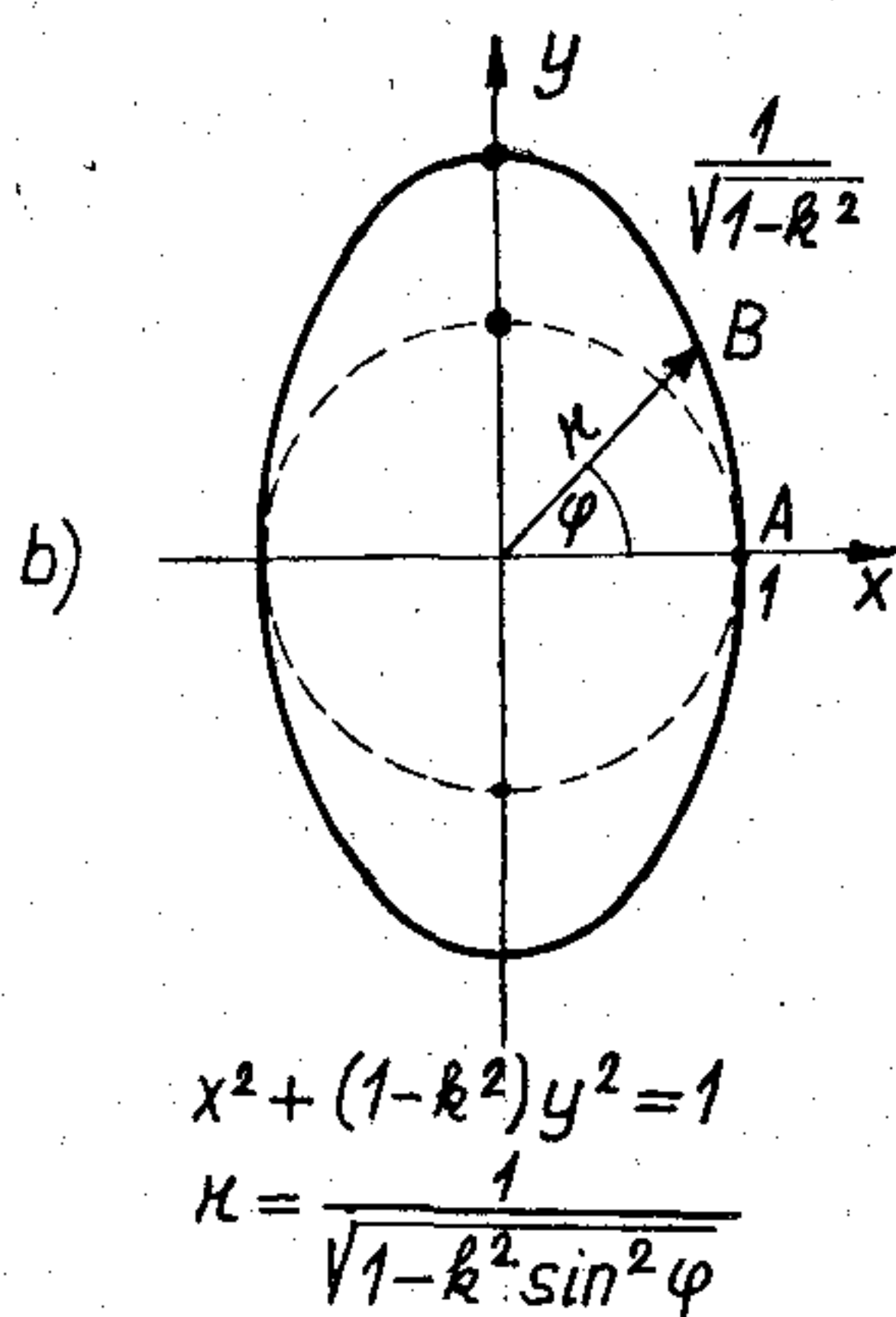
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$a) \quad k = \frac{a\sqrt{1-k^2}}{\sqrt{1-k^2}\cos^2\varphi}$$

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$k^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

$$k = \sin\alpha$$



6. ábra

Áttérve az y, t koordinátákra, a

$$\frac{d\varphi}{dy} = \frac{1}{\sqrt{1-y^2}} \text{ helyettesítéssel:}$$

$$t = \int_0^y \frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-k^2y^2)}}.$$

(16)

(15), ill. (16) alapvető összefüggést ad t, φ és y között. Az így definiált függvény az elliptikus vagy Jacobi-színusz és inverze:

$$\begin{aligned} t &= \operatorname{sn}^{-1}y, \\ y &= \operatorname{sn} t. \end{aligned} \quad (17)$$

Az $y = \operatorname{sn} t$ jelölés helyett helyesebb az $y = \operatorname{sn}(t, k)$ jelölés, mert a k mint konstans paraméter szerepel az integrálban.

A fentieket összefoglalva, az elliptikus színusz függvényt legegyszerűbben úgy jellemezhetjük, hogy az egységsugarú körön a φ szöghöz tartozó y metszetet hozzárendeljük a k paraméterű ellipszisen a φ szöghöz tartozó körösített ívhosszhoz.

1.5.5 Az $y = \operatorname{sn} t$ lemniszkáta színusz

A 4d ábra szerinti normált lemniszkáta egyenlete:

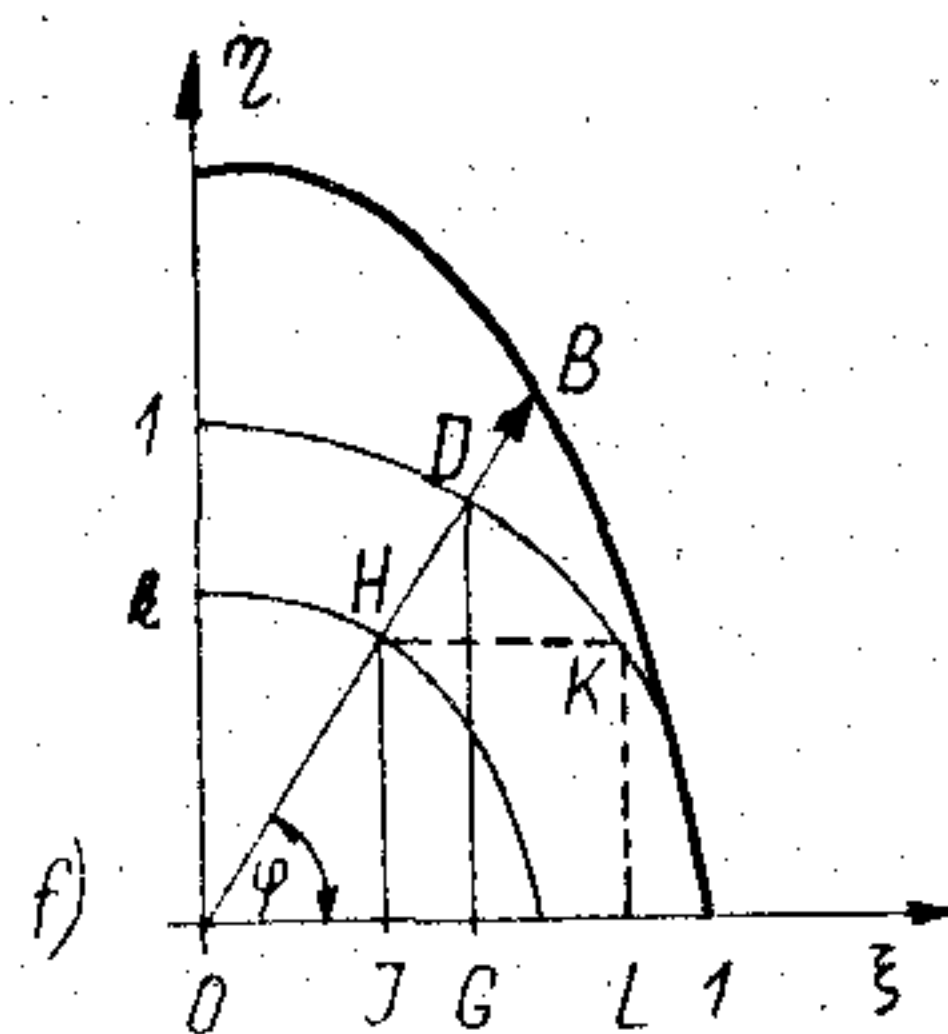
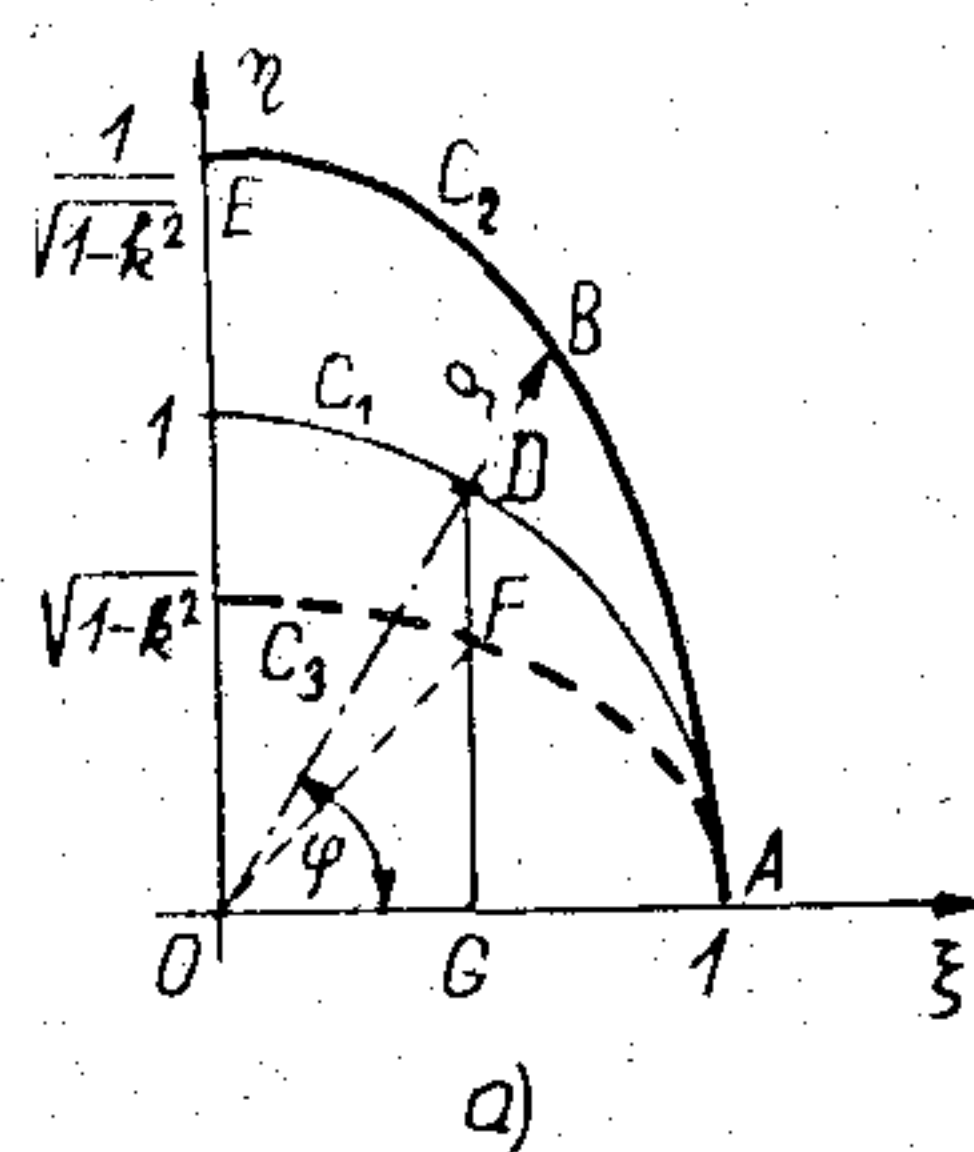
$$r = \sqrt{\cos 2\varphi}. \quad (18)$$

(11)-gyel összehasonlítva látszik, hogy a lemniszkátát a hiperbolának az egységsugarú körre vett inverziójából kapjuk. Ez a származtatás indokolja a körfüggvényekkel való közeli rokonságát. Definíciószerűen a lemniszkáta színusz a görbe t -vel jelölt ívhossza és az r sugár között ad kapcsolatot:

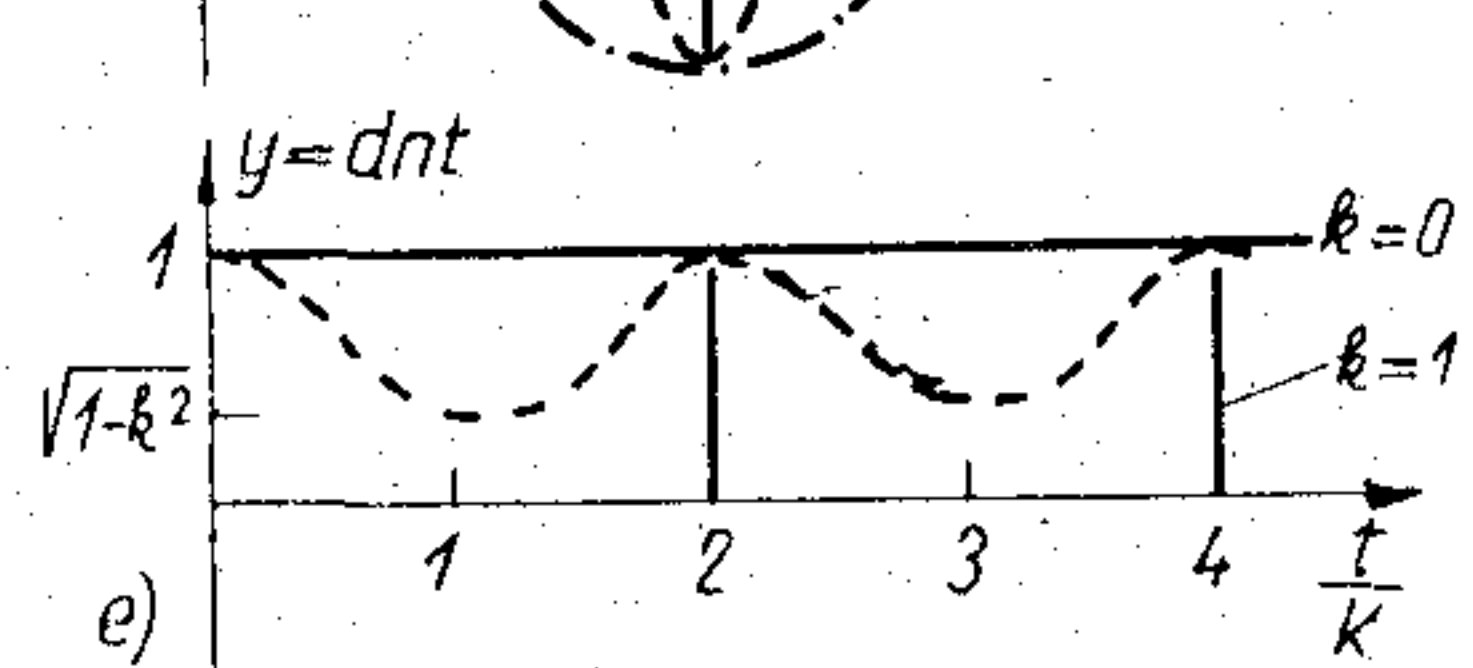
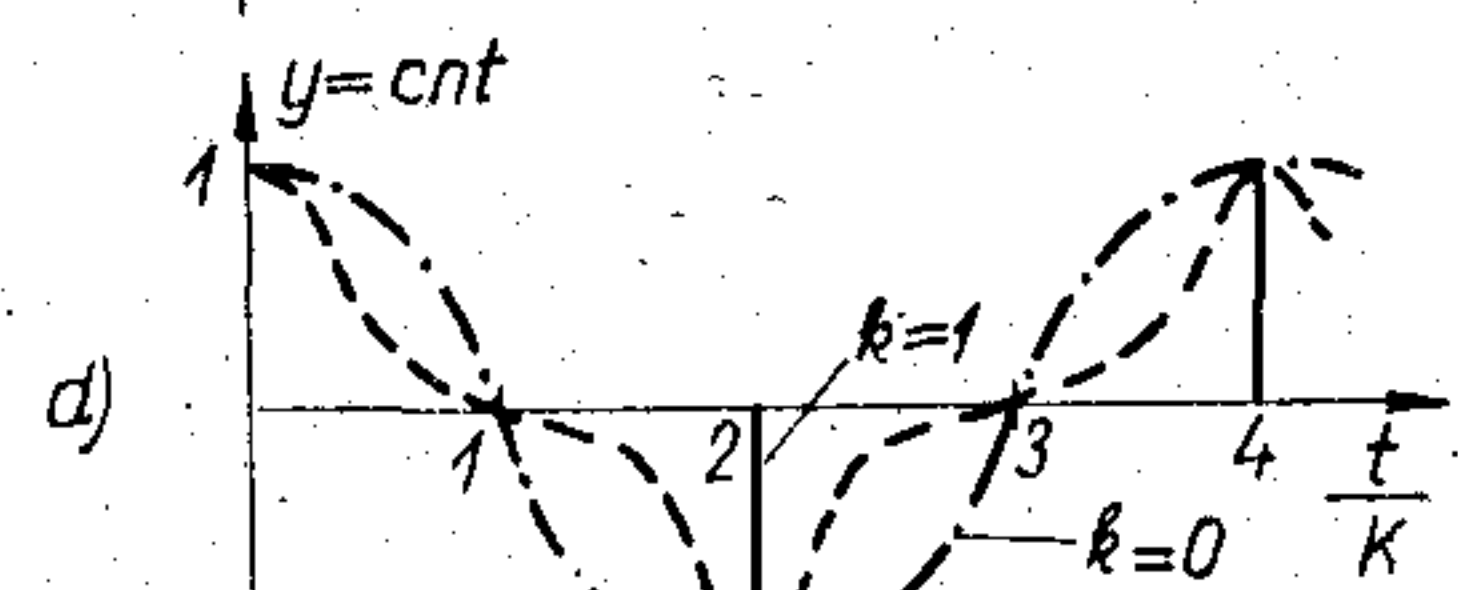
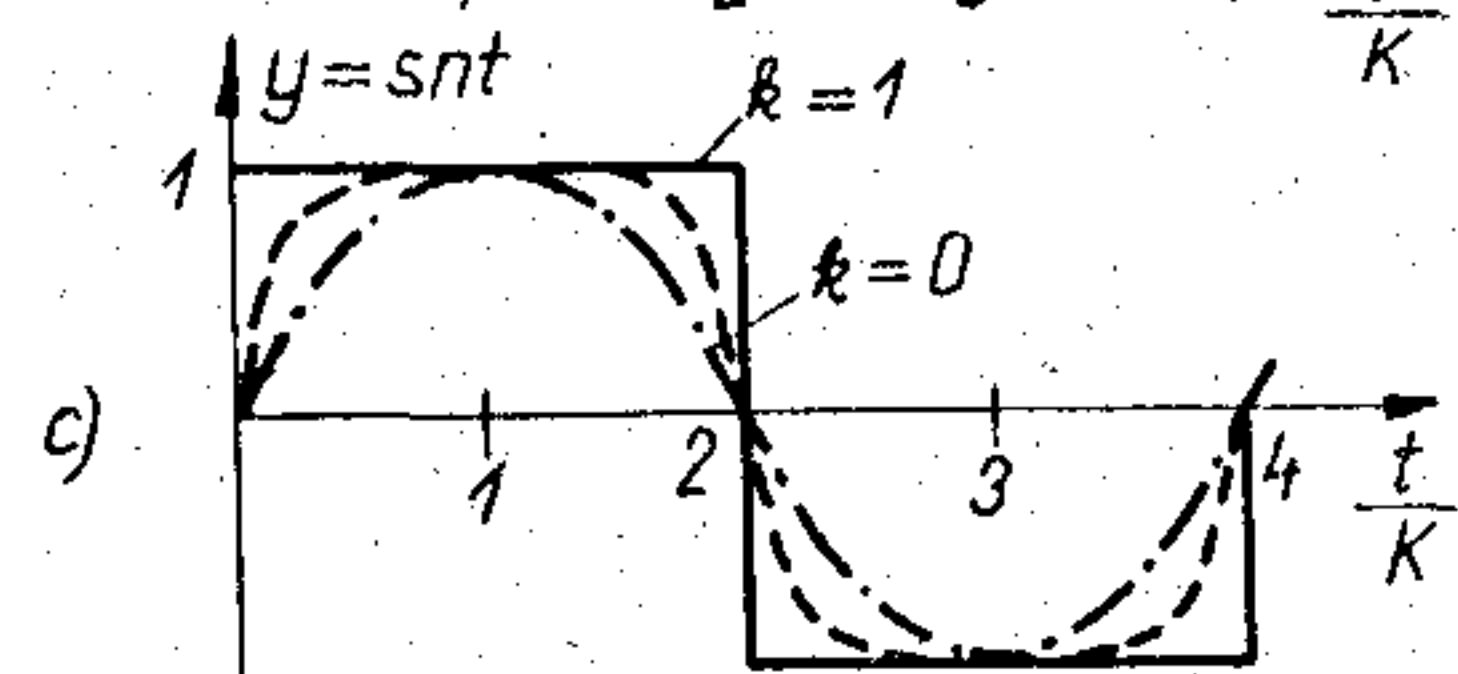
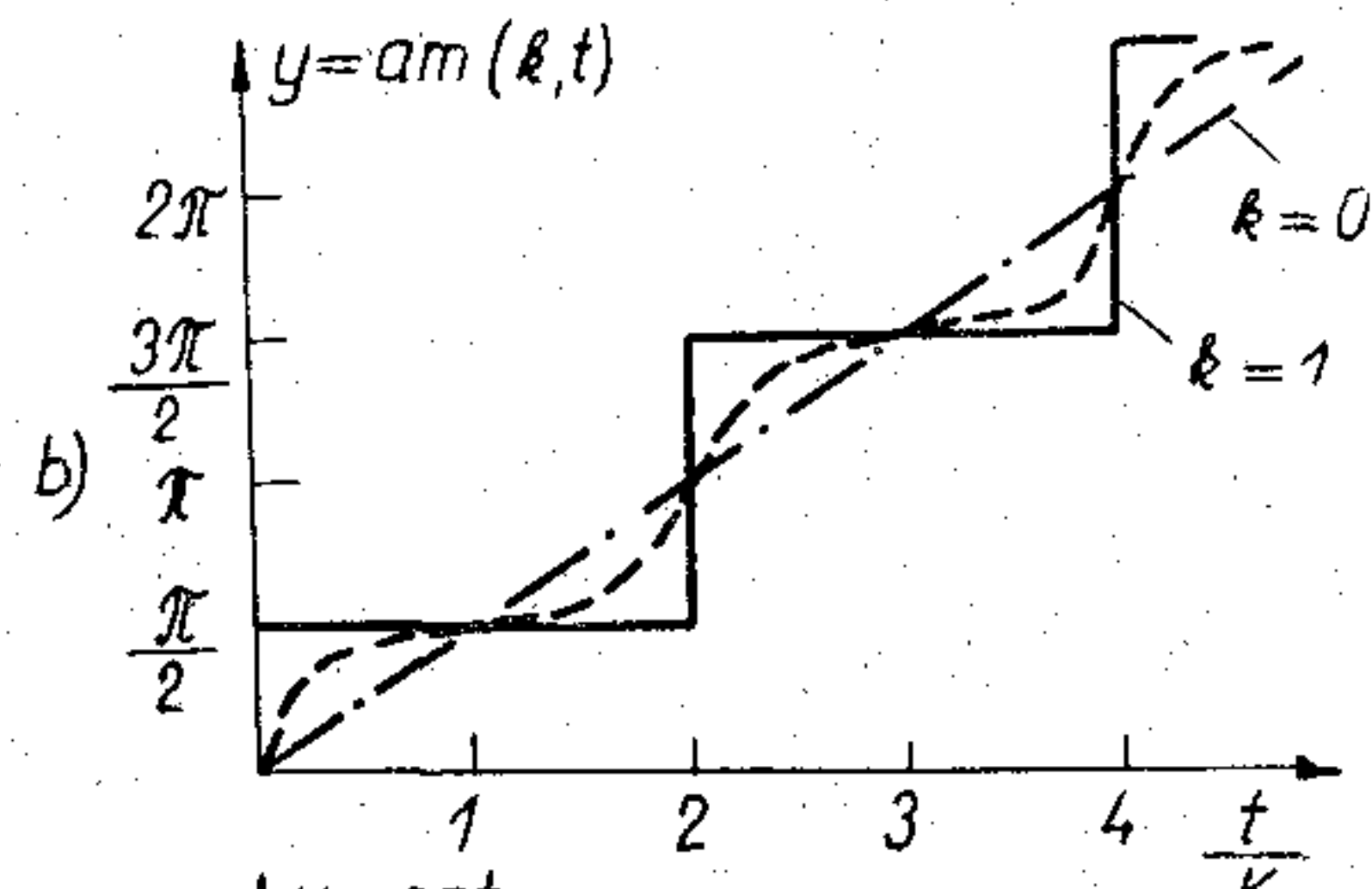
$$t = \int_0^B ds = \int_0^B \sqrt{r^2 + r'^2} d\varphi = \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{1-r^4}} \quad (19)$$

és $r = \operatorname{sn} t$.

A lemniszkáta függvényekkel cikkünkben nem foglalkozunk részletesen, csak az irodalomra utalunk [10].



$$\begin{aligned} \overline{DG} &= \operatorname{sn}(t, k) \\ \overline{HJ} &= \overline{KL} = k \operatorname{sn}(t, k) \\ \overline{OL} &= \sqrt{1-k^2\operatorname{sn}^2(t, k)} = \operatorname{dn}(t, k) \end{aligned}$$



7. ábra

2. Az elliptikus függvények családja

A 4c ábrán a körfüggvényekhez hasonlóan geometriai úton definiálhatunk elliptikus függvényeket, vagy pedig a már megismert $y = \operatorname{sn} t$ -ből algebrai úton származtathatunk újabbakat az alább ismertetett módon. Először a 7. ábrán felrajzoljuk a 6b ábra szerinti ellipszis első negyedét. Mivel a továbbiakban az $y = f(t)$ függvények vizsgálatánál y nem függőleges, y tengely irányú távolságot jelöl, a félreértések elkerülésére a kördiagramban ξ , η koordinátákat használunk.

Újból felhívjuk a figyelmet arra a talán primitívnek ható tényre, hogy függvénykapcsolaton táblázat szerinti egymáshoz rendelést értünk. A következőkben is állandóan hangsúlyozni fogjuk, hogy melyik az a két változó, amelyet egymáshoz rendelünk, és amelyek az $y = f(t)$, illetve $t = f^{-1}(y)$ függvényeket meghatározzák.

Tizenhárom különböző elliptikus függvényt szoktak definiálni. Ezekből az egyik, a szinusz amplitúdó nem tartozik a szoros értelemben vett elliptikus függvények közé. Három függvény gyakrabban szerepel, míg a fennmaradó kilenc csak ritkábban.

2.1 Az $y = \operatorname{am}(t, k)$ szinusz amplitúdó függvény

A φ szög és a $t = \int_A^B \varrho \, d\varphi$ közötti kapcsolatot a 7a ábrán a

$$t = \int_0^\varphi \varrho \, d\varphi = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} \quad (20)$$

integrál fejezi ki. Az inverz függvény az amplitúdó szinusz vagy Jacobi-féle amplitúdó:

$$\varphi = \operatorname{am}(t, k). \quad (21)$$

Mivel φ az $\widehat{AD}$ körívvel azonosítható, az $\operatorname{am}(t, k)$ függvény a kör $\widehat{AD}$ ívhossza és az ellipszis $\widehat{AB}^\circ$ körösített ívhossza közötti kapcsolatot adja meg. A 7b ábra mutatja a függvény periodikusan emelkedő alakját.

$$\begin{aligned} \operatorname{ns}(t, k) &= \frac{1}{\operatorname{sn}(t, k)}, & \operatorname{sc}(t, k) &= \frac{\operatorname{sn}(t, k)}{\operatorname{cn}(t, k)}, & \operatorname{cd}(t, k) &= \frac{\operatorname{cn}(t, k)}{\operatorname{dn}(t, k)}, \\ \operatorname{cn}(t, k) &= \frac{1}{\operatorname{cn}(t, k)}, & \operatorname{sd}(t, k) &= \frac{\operatorname{sn}(t, k)}{\operatorname{dn}(t, k)}, & \operatorname{ds}(t, k) &= \frac{\operatorname{dn}(t, k)}{\operatorname{sn}(t, k)}, \\ \operatorname{nd}(t, k) &= \frac{1}{\operatorname{dn}(t, k)}, & \operatorname{cs}(t, k) &= \frac{\operatorname{cn}(t, k)}{\operatorname{sn}(t, k)}, & \operatorname{dc}(t, k) &= \frac{\operatorname{dn}(t, k)}{\operatorname{sn}(t, k)}. \end{aligned} \quad (26)$$

3. Műveletek elliptikus függvényekkel

A következőkben levezetés nélkül közöljük az elliptikus függvényekkel kapcsolatos fontosabb műveleteket. A rövidség kedvéért nem fogjuk kiírni a k paraméter jelét, de figyelembe kell venni, hogy egy képletben belül minden elliptikus függvény azonos k paraméterű. $k=0$ esetén a körfüggvények megfelelő összefüggéseit kapjuk.

2.2 Az $y = \operatorname{sn}(t, k)$, $y = \operatorname{cn}(t, k)$ elliptikus szinusz és koszinusz, valamint az $y = \operatorname{dn}(t, k)$ függvény

A továbbiakban is a t változót a C_2 ellipszisen a

$$t = \int_0^\varphi \varrho \, d\varphi = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}}$$

összefüggés határozza meg. A 7a ábrába berajzoltuk C_3 ellipszist, amelyet a C_1 körnek az η irányú, $\sqrt{1 - k^2}$ arányú zsugorításával nyerünk. Ezután definiáljuk az ábrán a következő távolságokat:

$$\left. \begin{aligned} \overline{DG} &= \sin \varphi \\ \overline{OG} &= \cos \varphi \end{aligned} \right\} \text{ a } C_1 \text{ körön}$$

$\overline{OF}^2 = \overline{OG}^2 + \overline{GF}^2 = \cos^2 \varphi + (1 - k^2) \sin^2 \varphi = 1 - k^2 \sin^2 \varphi$ a C_3 ellipszisen.

Az egyes fent definiált távolságok és t , illetve φ közötti összefüggések alapján:

$$\operatorname{sn}(t, k) = \overline{DG} = \sin \varphi = \sin \operatorname{am}(t, k) \quad (22)$$

$$\operatorname{cn}(t, k) = \overline{OG} = \cos \varphi = \cos \operatorname{am}(t, k) \quad (23)$$

$$\operatorname{dn}(t, k) = \overline{OF} = \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} = \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} \quad (24)$$

(A 7f ábra szerint is értelmezhetjük $\operatorname{dn}(t, k) - t$.) (22)-ből és (23)-ból azonnal következik:

$$\operatorname{sn}^2(t, k) + \operatorname{cn}^2(t, k) = 1. \quad (25a)$$

A három függvényt a 7c, d, e ábrán ábrázoltuk. $k=0$ esetén, C_1 , C_2 és C_3 görbe az egységsugarú körbe megy át és

$$\operatorname{sn}(t, 0) = \sin t, \quad \operatorname{cn}(t, 0) = \cos t, \quad \operatorname{dn}(t, 0) = 1. \quad (25b)$$

$k=1$ esetén a C_2 ellipszis a $\xi = \pm 1$ -ben emelt függőleges egyenesbe megy át, a C_3 ellipszis pedig a ξ tengelyen a ± 1 közti egyenesbe:

$$\operatorname{sn}(t, 1) = \operatorname{th} t, \quad \operatorname{cn}(t, 1) = \operatorname{dn}(t, 1) = \frac{1}{\operatorname{ch} t}. \quad (25c)$$

2.3 További kilenc elliptikus függvény

A 2.2 pont szerinti elliptikus függvényekből újabbakat származtathatunk. Ezeknek kisebb a jelentőségük, csak felsorolásukra szorítkozunk.

3.1 Összegezés

$$\operatorname{sn}(t+v) = \frac{\operatorname{sn} t \cdot \operatorname{cn} v \cdot \operatorname{dn} v + \operatorname{sn} v \cdot \operatorname{cn} t \cdot \operatorname{dn} t}{1 - k^2 \cdot \operatorname{sn}^2 t \cdot \operatorname{sn}^2 v}, \quad (27)$$

$$\operatorname{cn}(t+v) = \frac{\operatorname{cn} t \cdot \operatorname{cn} v - \operatorname{sn} t \cdot \operatorname{dn} t \cdot \operatorname{sn} v \cdot \operatorname{dn} v}{1 - k^2 \cdot \operatorname{sn}^2 t \cdot \operatorname{sn}^2 v}, \quad (28)$$

$$\operatorname{dn}(t+v) = \frac{\operatorname{dn} t \cdot \operatorname{dn} v - k^2 \cdot \operatorname{sn} t \cdot \operatorname{cn} t \cdot \operatorname{sn} v \cdot \operatorname{cn} v}{1 - k^2 \cdot \operatorname{sn}^2 t \cdot \operatorname{sn}^2 v}. \quad (29)$$

Ha $k=0$, $\operatorname{sn}(t+v)=\sin(t+v)=\sin t \cdot \cos v + \sin v \cdot \cos t$. Ha $v=K(k)$, vagyis egy negyed periódus:

$$\operatorname{sn}(t+K)=\frac{\operatorname{cn} t}{\operatorname{dn} t}, \quad (30)$$

$$\operatorname{cn}(t+K)=-\sqrt{1-k^2} \frac{\operatorname{sn} t}{\operatorname{dn} t}, \quad (31)$$

$$\operatorname{dn}(t+K)=\frac{\sqrt{1-k^2}}{\operatorname{dn} t}. \quad (32)$$

(30)-ból és (31)-ből leolvashatjuk azt a fontos tényt, hogy az $\operatorname{sn} t$ és $\operatorname{cn} t$ függvények nem abban különböznek, hogy a t tengely mentén egy negyed periódussal el vannak tolva egymáshoz képest, hanem alapvetően más természetűek, amint ezt a 7c és 7d ábra is mutatja. Az $\operatorname{sn}(t+K)=\operatorname{cn} t$ összefüggés csak $k=0$ esetben áll fenn, amikor $K=\frac{\pi}{2}$ és $\sin\left(t+\frac{\pi}{2}\right)=\cos t$.

3.2 Négyzetre emelés

$$\operatorname{sn}^2 t = \frac{1 - \operatorname{cn} 2t}{1 + \operatorname{dn} 2t}, \quad (33)$$

$$\operatorname{cn}^2 t = \frac{\operatorname{cn} 2t + \operatorname{dn} 2t}{1 + \operatorname{dn} 2t}, \quad (34)$$

$k=0$ esetén $\operatorname{sn} t$ és $\operatorname{cn} t$ sora megegyezik $\sin t$ és $\cos t$ sorával.

3.6 Fourier-sorok

Mint minden periodikus függvénynek, az elliptikus függvényeknek is képezhetjük a Fourier-sorát. Az alapfrekvenciát a $4K(k)$ periódus határozza meg.

Vezessük be a következő jelöléseket:

$$k' = \sqrt{1-k^2} = \cos \alpha,$$

$K(k')$ a k' -höz tartozó negyed periódus.

A későbbiekben látni fogjuk, hogy $K(k')$ a képzetes tengely menti negyed periódus, és

$$q = e^{-\pi \frac{K(k')}{K(k)}}.$$

A 7. ábrának megfelelően, a t tengely menti K -szoros zsugorítással:

$$\operatorname{sn}(Kt, k) = \frac{2\pi}{K \cdot k} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n+\frac{1}{2}}}{1-q^{2n+1}} \sin \frac{2n+1}{2} \pi t,$$

$$\operatorname{dn}^2 t = \frac{\operatorname{dn} 2t + k^2 \cdot \operatorname{cn} 2t + (1-k^2)}{1 + \operatorname{dn} 2t}, \quad (35)$$

$$k^2 \operatorname{sn}^2 t \cdot \operatorname{cn}^2 t \operatorname{dn}^2 t = \frac{1 - \operatorname{dn} 2t}{1 + \operatorname{dn} 2t}. \quad (36)$$

3.3 Differenciálás

$$(\operatorname{sn} t)' = \operatorname{cn} t \cdot \operatorname{dn} t$$

$$(\operatorname{cn} t)' = -\operatorname{sn} t \cdot \operatorname{dn} t \quad (37)$$

$$(\operatorname{dn} t)' = -k^2 \operatorname{sn} t \cdot \operatorname{cn} t$$

3.4 Integrálás

$$\int_0^t \operatorname{sn} t \, dt = \frac{1}{k} \ln \frac{\operatorname{dn} t - k \operatorname{cn} t}{1-k}$$

$$\int_0^t \operatorname{cn} t \, dt = \frac{1}{k} \arccos \operatorname{dn} t \quad (38)$$

$$\int_0^t \operatorname{dn} t \, dt = \arccos \operatorname{cn} t$$

3.5 Halványsorok

$$\begin{aligned} \operatorname{sn} t &= t - (1+k^2) \frac{t^3}{3!} + (1+14k^2+k^4) \frac{t^5}{5!} - (1+135k^2+135k^4+k^6) \frac{t^7}{7!} + \dots \\ \operatorname{cn} t &= 1 - \frac{t^2}{2!} + (1+4k^2) \frac{t^4}{4!} - k^2(16+44k^2+k^4) \frac{t^6}{6!} \pm \dots \\ \operatorname{dn} t &= 1 - k^2 \frac{t^2}{2!} + k^2(4+k^2) \frac{t^4}{4!} - k^2(16+44k^2+k^4) \frac{t^6}{6!} \pm \dots \end{aligned} \quad (39)$$

$$\operatorname{cn}(Kt, k) = \frac{2\pi}{K \cdot k} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n+\frac{1}{2}}}{1+q^{2n+1}} \cos \frac{2n+1}{2} \pi t, \quad (40)$$

$$\operatorname{dn}(Kt, k) = \frac{\pi}{2K} + \frac{2\pi}{k} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q^n}{1+q^{2n}} \cos \frac{2n+1}{2} \pi t.$$

4. Az első- és másodfajú elliptikus integrál

4.1 Az elsőfajú elliptikus integrál

Elliptikus függvényeknél a t változó a 6b, illetve

7a ábra ellipszisének a kerületén vett $t = \int_{A'}^{B'} \varrho \, d\varphi$

körösített ívhossz volt. Ezt az integrált, amely már a (15) és (16) képletben is szerepelt, elsőfajú elliptikus integrálnak nevezik, és $F(k, \varphi)$ -vel jelölik:

$$t(k, \varphi) = F(k, \varphi) = \int_{A'}^{B'} \varrho \, d\varphi = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi}} =$$

$$= \int_0^y \frac{dy}{(1-y^2)(1-k^2y^2)}. \quad (41)$$

Összefüggést ad t , φ és a kör y metszete (6b ábra) között. Elemi úton nem számolható ki, értékeit táblázatból vehetjük: [8] 62. és [11] 194. old.

$$S(k, \varphi) = E(k, \varphi) = \int_A^B ds = \int_0^y \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2} dy = \int_0^y \sqrt{\frac{1-k^2y^2}{1-y^2}} dy = \int_0^\varphi \sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi} d\varphi. \quad (42)$$

Az ellipszis területét kifejező $E(k, \varphi)$ -t másodfajú elliptikus integrálnak nevezzük.

A fenti integrálban lényeges megjegyezni, hogy az $\widehat{AB}$ ívhez tartozó szög ψ és nem φ .

A 6c ábrából egyszerűen kiolvasható az összefüggés φ és ψ között:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\sqrt{1-k^2}}. \quad (43)$$

Ha közvetlenül ψ függvényében akarnánk az ellipszis területét kifejezni, akkor a (2.2) képletből kellene kiindulnunk, és lényegesen bonyolultabb formulát kapnánk.

$E(k, \varphi)$ elemi úton nem integrálható, értékeit $F(k, \varphi)$ -hez hasonlóan táblázatból vehetjük [8], [11].

4.3 $F(k, \varphi)$ és $E(k, \varphi)$ grafikus ábrázolása

$F(k, \varphi)$ és $E(k, \varphi)$ menetét a 8. ábra szemlélteti. $k=0$ esetben $F(0, \varphi) = E(0, \varphi)$, ekkor az ellipszis körbe megy át és:

$$K(k) = F\left(k, \frac{\pi}{2}\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \varrho d\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi}} = \int_0^1 \frac{dy}{(1-y^2)\sqrt{1-k^2y^2}} \quad (44)$$

az elsőfajú teljes elliptikus integrál.

Hasonlóképpen a 6c ábra szerinti ellipszis negyed kerülete:

$$E(k) = E\left(k, \frac{\pi}{2}\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} ds = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi} d\varphi = \int_0^1 \sqrt{\frac{1-k^2y^2}{1-y^2}} dy \quad (45)$$

a másodfajú teljes elliptikus integrál.

Lemniszkáta esetén is definiálhatjuk a negyed periódust mint a görbe kerületének a negyedét:

$$\frac{S}{4} = \int_0^1 \frac{dr}{\sqrt{1-r^4}} = 1,3111. \quad (46)$$

$K(k)$ és $E(k)$ értékeit táblázatokból vehetjük [11] 214. old.

4.2 A másodfajú elliptikus integrál és az ellipszis ívhossza

Az ellipszis ívhosszára a legegyszerűbb kifejezést akkor kapjuk, ha a 6c ábrának megfelelő normál esetet vesszük. A (2.1) képlet szerint és $y = \sin \varphi$ helyettesítéssel:

$$F(0, \varphi) = E(0, \varphi) = \int_A^B ds = \int_0^\varphi r d\varphi = \varphi,$$

egyenest kapunk.

$k=1$ esetben $F(k, \varphi) \rightarrow \infty$, ha $\varphi \rightarrow 90^\circ$,

$E(k, \varphi) \rightarrow 1$, ha $\varphi \rightarrow 90^\circ$.

Az első esetben ugyanis $\int_A^B r d\varphi \rightarrow \infty$ a 6b ábrának

megfelelően, a második esetben pedig az ellipszis a 6c ábra szerinti, 2 hosszúságú egyenespárba megy át, amelynél a terület negyed hossza éppen 1.

5. Az első- és másodfajú teljes elliptikus integrál és a negyed periódus

Az 1.4 pontban a szinuszoid függvényekkel kapcsolatban bevezettük K -t a negyed periódust. A kördiagramon egy negyed periódusnak $\varphi = \frac{\pi}{2}$ felelt meg, a t változóban pedig:

5.1 $K(k)$ és $E(k)$ közelítő formulái

Bevezetve a $p = \frac{k^2}{8}$ tényezőt:

$$K(k) = \frac{\pi}{2} [1 + 2p + 9p^2 + 50p^3 + 306p^4 + \dots], \quad (47)$$

$$E(k) = \frac{\pi}{2} [1 - 2p - 3p^2 - 10p^3 - 44p^4 - \dots].$$

Ha $k \approx 1$, jobb közelítést ad:

$$K(k) \approx f + \frac{1}{4}(f-1)k'^2 + \frac{9}{64}\left(f - \frac{7}{6}\right)k'^4 + \frac{25}{256}\left(f - \frac{37}{30}\right)k'^6 + \dots$$

$$E(k) \approx 1 + \frac{1}{2}\left(f - \frac{1}{2}\right)k'^2 + \frac{3}{16}\left(f - \frac{13}{12}\right)k'^4 + \frac{15}{128}\left(f - \frac{6}{5}\right)k'^6 + \dots$$
(48)

Itt $f = \ln \frac{4}{k'}$ és $k'^2 = 1 - k^2$.

$k^2 > 0,95$ esetén $K(k)$ értéke igen jó közelítéssel:

$$K(k) \approx f = 1,4 + \ln \frac{1}{\sqrt{1-k^2}} \approx 1,05 + \ln \frac{1}{\sqrt{1-k}} \approx \ln \frac{1}{1-k}.$$
(49)

A 3a és 6b ábrát, ill. a (8) és (49) képletet összehasonlítva könnyen belátható, hogy a 3a ábrában $a=1$ -et véve, és a h magasságot, illetve a 6b ábrában az ellipszis nagy féltengely hosszát növelve, a periodikus függvények, amelyeket hozzájuk rendelhetünk, egyre jobban hasonlítani fognak egymásra. Mindkét eset a ± 1 pontban emelt függőleges egyenes esete felé közeledik.

5.2 Példa

Számoljuk ki $y = \operatorname{sn}(t, k)$ értékeit az 1. táblázatban megadott k^2 értékek esetén, — ha $t=0,2K(k)$. A számítás a következő lépésekben történik:

- Kiszámítjuk $K(k)$ értékeit. Vagy táblázatot használunk, vagy a (48), ill. (49) közelítő (k) formulát. A 2. táblázatban $k^2 > 0,95$ esetén a (49) képlettel számoltunk;
- minden k -hoz kiszámítjuk $t=0,2K$ értékét;
- a 4.1 pontnak megfelelően $F(k, \varphi)$ táblázatból kikeressük a t -hez tartozó φ értéket;
- az $y = \operatorname{sn}(t, k) = \sin \varphi$ egyenlőségből (22) meghatározzuk y értékét.

$$y = \sin t, \quad t = \int_0^y \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = \arcsin y,$$

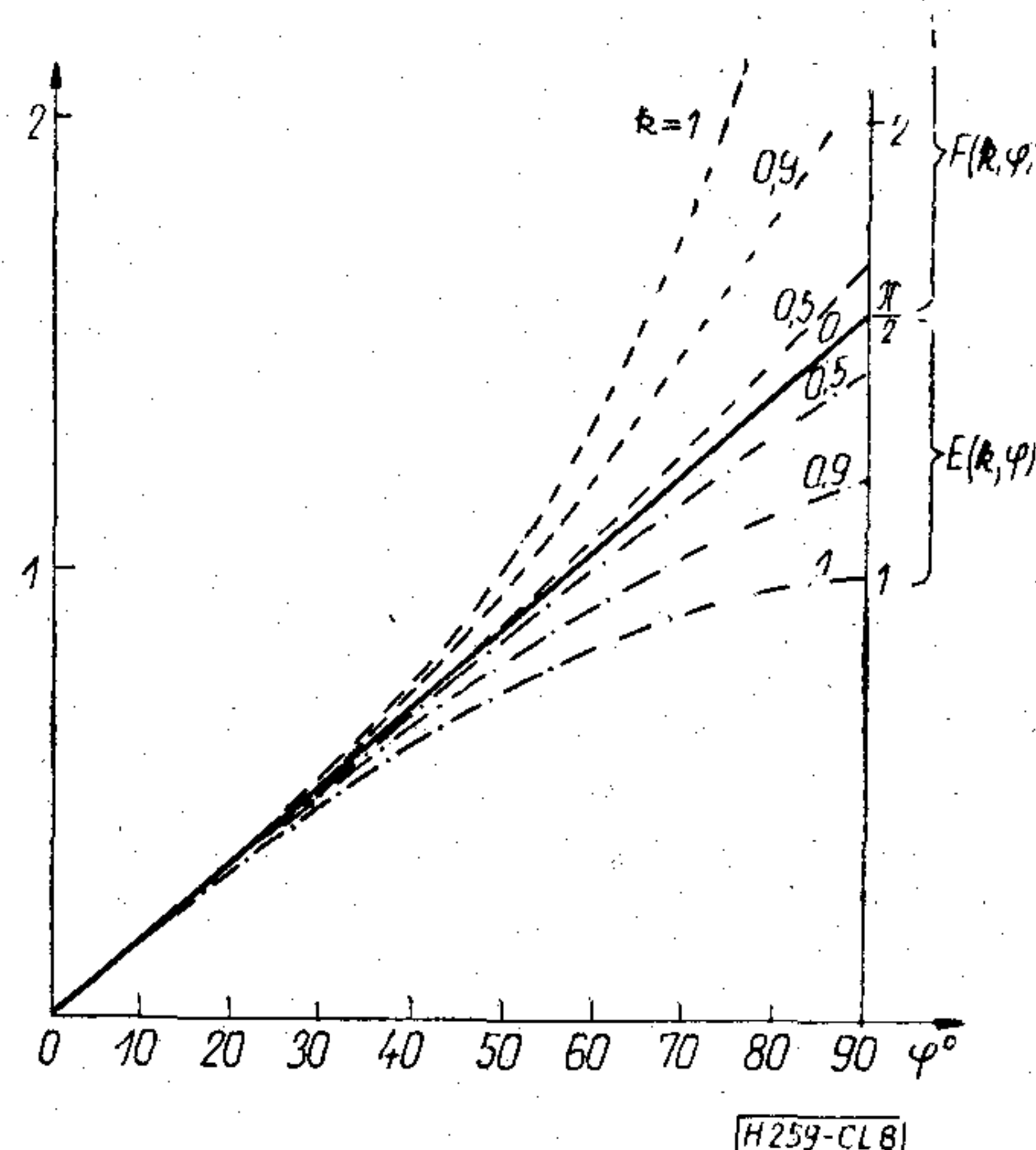
$$y = \operatorname{sh} t, \quad t = \int_0^y \frac{dy}{\sqrt{1+y^2}} = \operatorname{arsh} y,$$

$$y = \operatorname{sn} t, \quad t = \int_0^y \frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-k^2y^2)}} = \int_0^y \frac{dy}{\sqrt{1-(1+k^2)y^2+k^2y^4}} = \operatorname{sn}^{-1} y,$$

$$y = \operatorname{sl} t, \quad t = \int_0^y \frac{dy}{\sqrt{1-y^4}} = \operatorname{sl}^{-1} y.$$

A bal oldalon az $y=f(t)$ alapfüggvények állnak, amelyek azonban csak matematikai szimbólumok. Viszont a $t=f^{-1}(y)$ inverz függvények teljesen egyértelmű függvénykapcsolatot jelentenek, ezért alkalmasak arra, hogy a fenti szinusz függvényeket velük definiáljuk, és az $y=f(t)$ függvényt tekintsük

Az egyes lépések eredményeit az 1. táblázatban foglaltuk össze. Mivel a $k=0$ eset az $y=\sin t$ függvénynek felel meg, a táblázat alapján meg tudjuk állapítani, hogy k növelésével milyen mértékű a szinusztól való eltérés.



8. ábra

6. Az elliptikus függvények integrál-származtatása

Egyszerű geometriai megfontolások alapján eljutottunk a (10), (14), (16) és (19) formulákkal értelmezett szinusz függvényekig. A lemnizkátánál is az r változót y -nal jelölve, a négy szinusz definíciója:

(50)

származtatottnak. Ez annál is indokoltabb, mert mind a négy fenti szinusz egységesen a

$$t = \int_0^y \frac{dy}{\sqrt{1+my^2+ny^4}} \quad (51)$$

k^2		0	0,9	0,95	0,99	0,999	0,9999	0,99999
α°		0	71,5	77,1	84,3	88,1	89,4	89,5
K		1,571	2,579	2,91	3,70	4,85	6,00	7,15
$t = 0,2K$		0,314	0,519	0,582	0,74	0,97	1,2	1,43
φ°		18	28,4	31,5	39	48,5	56,5	63,1
$\sin \varphi$ $\operatorname{sn}(t, k)$		0,309	0,475	0,522	0,629	0,749	0,834	0,891

integrálból származtatható, ahol m és n konstansak. (50) és (51) összevetéséből:

$$\begin{aligned} m = -1, \quad n = 0 & \quad \text{a } t = \arcsin y, \\ m = +1, \quad n = 0 & \quad \text{a } t = \operatorname{arsh} y, \\ m = -(1+k^2), \quad n = k^2 & \quad \text{a } t = \operatorname{sn}^{-1} y, \\ m = 0, \quad n = -1 & \quad \text{a } t = \operatorname{sl}^{-1} y \end{aligned}$$

függvényt határozza meg. Az elliptikus függvényekkel foglalkozó tankönyvek rendszerint az (51) integrált tekintik kiindulásnak, és belőle vezetik le a speciális eseteket.

7. Az inga

7.1 Az inga mozgásegyenlete

Az elliptikus függvények alkalmazásának klaszikus és talán legszemléletesebb példája az inga mozgásegyenlete. Csupán a végeredményre szorítkozunk, levezetése a mechanika könyvekben megtalálható [13] 94. old.

A 9a ábra szerinti l hosszúságú és Θ_0 szög végkitérésű inga mozgását a

$$t = \sqrt{\frac{l}{g}} \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} \quad (52)$$

egyenlet határozza meg. Egyértelmű összefüggést

$$t = t(\Theta, k) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \Theta}} = F(\varphi, k) = F[\varphi(\Theta), k]. \quad (54)$$

(20) és (21) alapján az inverz kapcsolatot:

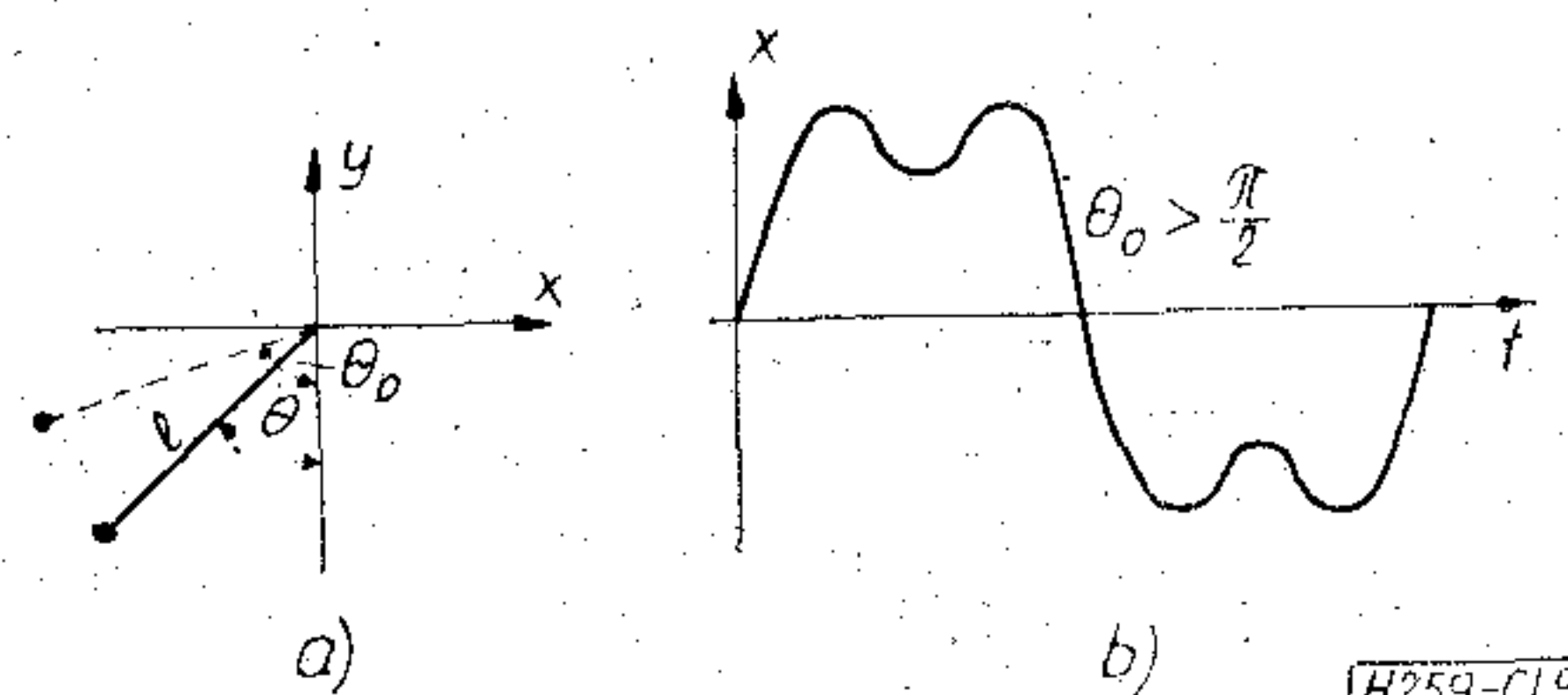
$$\varphi = \operatorname{am}(t, k),$$

$$\text{és } \sin \varphi = \sin \operatorname{am}(t, k) = \operatorname{sn}(t, k). \quad (55)$$

(53)-ba helyettesítve:

$$\sin \frac{\Theta}{2} = k \operatorname{sn}(t, k), \quad (56)$$

ad a t idő (az alsó holtponthoz számítva) és a kitérés szöge, Θ között. Az (52) egyenletben φ a mozgás-



9. ábra

egyenlet integrálásához bevezetett új változó, φ és Θ között az összefüggés:

$$\sin \frac{\Theta}{2} = k \cdot \sin \varphi, \quad 0 \leq \Theta \leq \Theta_0 \quad (53)$$

$$\text{és } k = \sin \frac{\Theta_0}{2}.$$

7.2 A normált inga

Az (52) egyenletből közvetlenül kiolvashatjuk, hogy minden Θ_0 végkitérésű inga mozgását azonos egyenlet írja le, a különbség csupán az időskála

$\sqrt{\frac{l}{g}}$ arányú nyújtásában van. Ezért elegendő az $\frac{l}{g} = 1$ normált ingát vizsgálni ($l = 9,81$ m a földön).

Kapjuk:

innen:

$$\Theta = 2 \cdot \arcsin k \operatorname{sn}(t, k). \quad (57)$$

Itt szeretnénk rámutatni arra, hogy az ingamozgás látszólagos egyszerűsége ellenére is igen bonyolult.

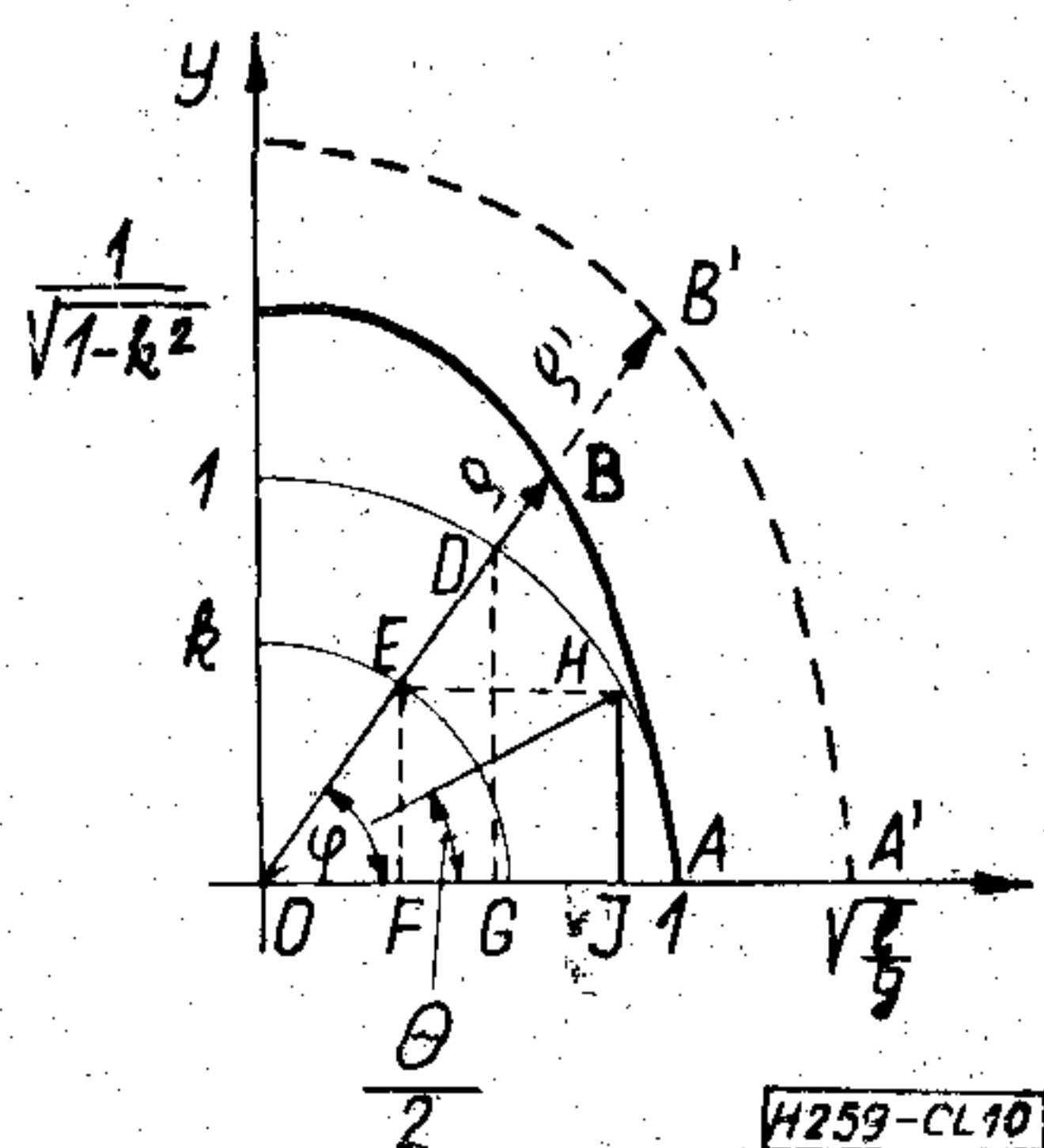
Ez főleg akkor szembetűnő, ha $\Theta_0 > \frac{\pi}{2}$. Ha például a kitérés x vetületét vizsgáljuk, a 9b ábra szerinti görbét kapjuk.

Θ explicit alakja (57) nehezen kezelhető, ezért az (56) egyenletet szokás megadni mint a legegyszerűbb, $\text{sn}(t, k)$ -val leírható összefüggést.

7.3 A normált inga ellipszise

Joggal felmerül a kérdés, hogy ha az ingamozgást elliptikus függvényekkel fejeztük ki, akkor hogyan értelmezzük a k -val jellemzett ellipszist?

Az (56) egyenletből indulunk ki, mivel elliptikus függvénykapcsolat csak t és $\sin \frac{\Theta}{2}$ között van. A 10. ábrában lerajzoltuk a 7a ábra analógiát. Az 1.5.4 pont alapján nyilvánvaló, hogy a φ szöghöz az ellipszis kerületén $\widehat{AB}^\circ$ körösített ívhossz tartozik, ami az (56) egyenletben az alsó holtponttól számított t időt jelenti. A 10. ábrában a t időhöz tartozó $\text{sn}(t, k)$ értékét az egységsugarú körön $\overline{DG}$ távolság, a $k \cdot \text{sn}(t, k)$ értéket pedig a k sugarú körön az $\overline{EF}$ távolság adja.



10. ábra

$\overline{EF}$ távolságot az egységsugarú körre vetítve, a $\sin \frac{\Theta}{2} = \overline{HI}$ egyenlőségből megkapjuk a $\frac{\Theta}{2}$ szöget.

Végeredményben megállapíthatjuk, hogy az ingához rendelt ellipszis az a zárt görbe, amelynek a kerülete mentén a körösített ívhossz, jelen esetben a t időváltozó egyenletesen halad, miközben a kör kerületén mozgó pont az ingamozgást írja le.

A 10. ábrából látszik, hogy φ növelésével $\frac{\Theta}{2}$ nő, majd $\varphi > \frac{\pi}{2}$ esetén csökken. Vagyis φ folyamatos növelésére Θ periodikusan változik $\pm \Theta_0$ között.

7.4 Az inga lengésideje

(54)-ben $\varphi = \frac{\pi}{2}$ helyettesítéssel kapjuk a lengésidő negyedét:

$$\frac{T}{4} = K(k),$$

$$T = 4K(k) \approx 2\pi \left(1 + \frac{k^2}{4}\right). \quad (58)$$

A 2. táblázatban megadjuk a normál inga negyed periódusát néhány Θ_0 értékre. A $\frac{K}{K_0}$ értéket is feltüntetjük, ami a lengésidő növekedésének az arányát fejezi ki kis kitérésekhez képest.

7.5 Az inga kiegészítése fogaskerék-áttétellel

Az ingamozgást azért tárgyaltuk ilyen részletekkel, hogy fizikai példát adjunk az elliptikus függvények alkalmazására. Azonban, amint láttuk, az ingamozgás jellemzői csak közvetve fejezhetők ki elliptikus függvényekkel.

Ezért egészítsük ki az ingát a 11a ábra szerinti, $1:n$ áttételű fogaskerékpárral. A második fogaskerékre rögzítsünk egy m hosszúságú mutatót. Vizsgáljuk az m mutató y tengelyre vett vetületét. Mivel a fogaskerékpár a Θ szögelfordulást n arányban lecsökkenti, kapjuk:

$$y = m \sin \frac{\Theta}{n}. \quad (59)$$

Három esetet vizsgálunk meg:

a) $n \gg 1$, $m = n$.

$$\text{Ekkor: } y = m \sin \frac{\Theta}{n} \approx \frac{m}{n} \Theta = \Theta.$$

Így megkaptuk a $\Theta(t)$ függvényt, amit explicite az (57) formulával csak nehezen tudunk kifejezni. Θ_0 kis értékeire $y \approx \sin \frac{t}{T}$.

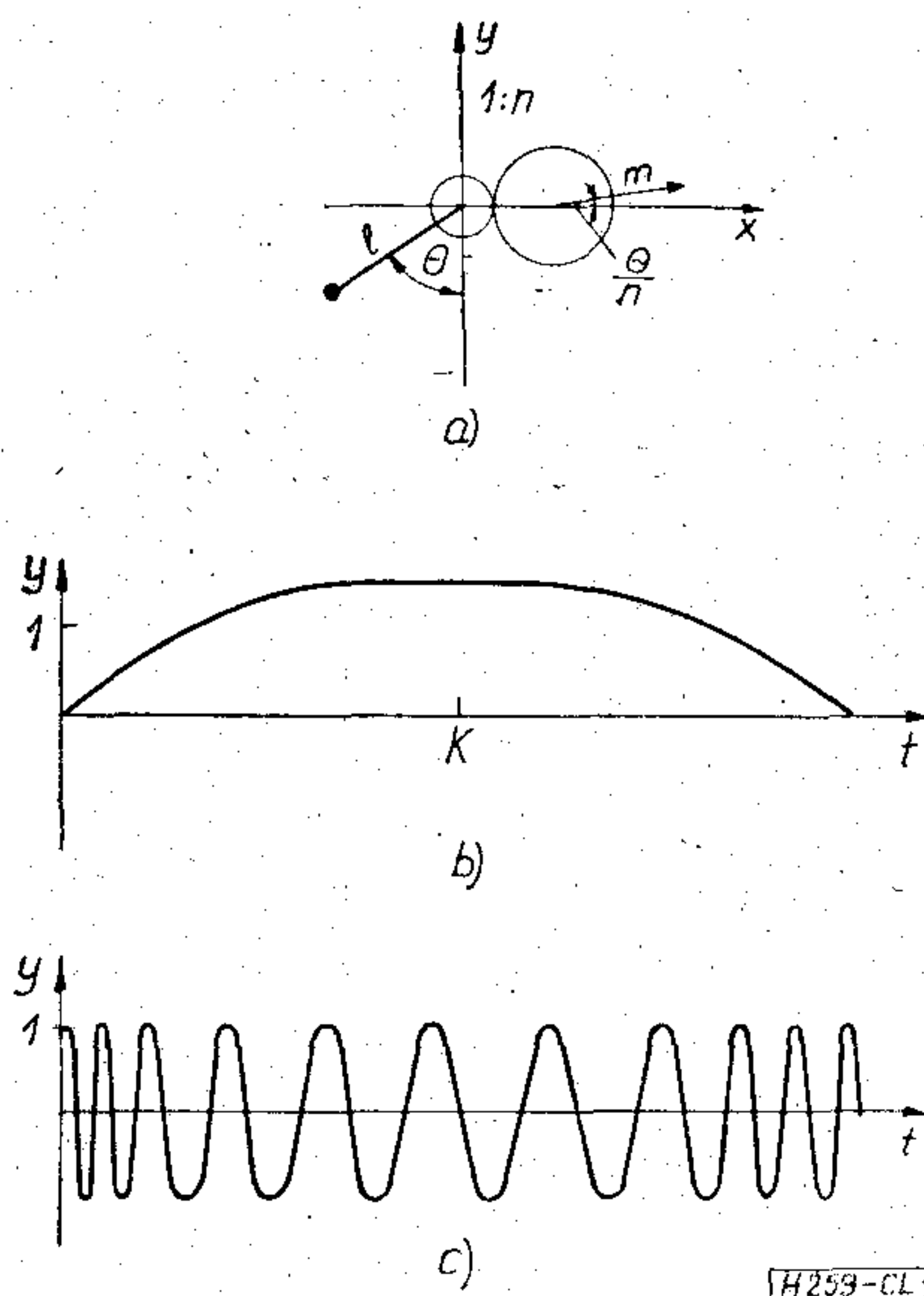
b) $n = 2$, $m = \frac{1}{k}$.

$$y = m \sin \frac{\Theta}{2} = m \cdot k \cdot \text{sn}(t, k) = \text{sn}(t, k).$$

Számunkra ez a legérdekesebb eset, mert így egy az ingához kapcsolt szerkezetet tudunk készíteni, amely pontosan leírja az $\text{sn}(t, k)$ függvényt.

2. táblázat

Θ_0		~ 0	30	60	90	120	150	170	175	178	179	180
K		1,57	1,60	1,69	1,85	2,16	2,77	3,83	4,52	5,54	6,13	∞
K/K_0		1	1,02	1,08	1,18	1,38	1,76	2,44	2,88	3,53	3,91	∞
t_{AB}		—	—	—	—	—	2,77	2,06				2,03



11. ábra

Könnyen belátható, hogy $m=1$ választással a mutató x irányú vetülete:

$$x = \operatorname{dn}(t, k). \quad (60)$$

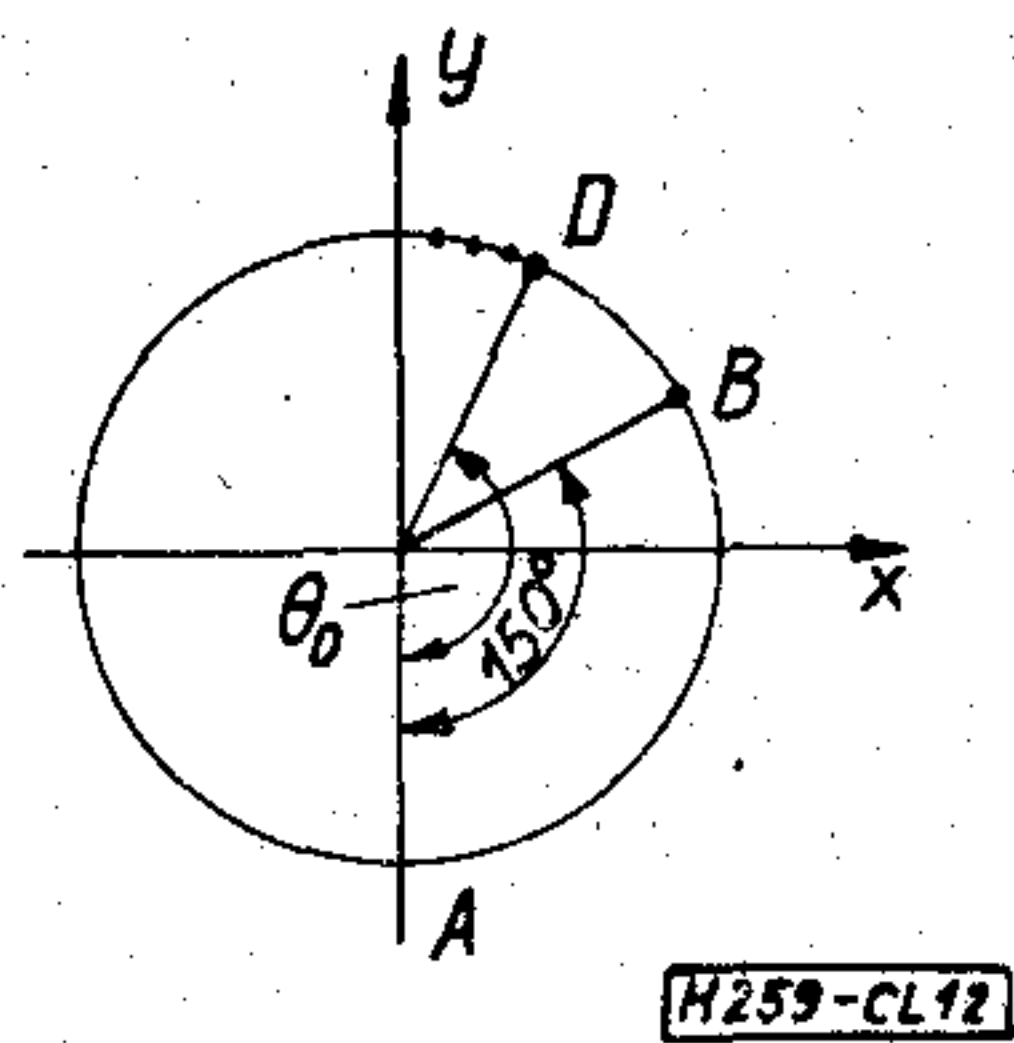
Az a és b esetben az $y(t)$ görbe a 11b ábrán látható jellegű.

$$c) \quad n \ll 1, \quad m=1, \\ y = \sin n\Theta.$$

Könnyen belátható, hogy $y(t)$ a 11c ábrán látható alakú lesz, frekvenciamodulált jelhez hasonló. A pillanatnyi frekvencia az inga szögsebességével arányos.

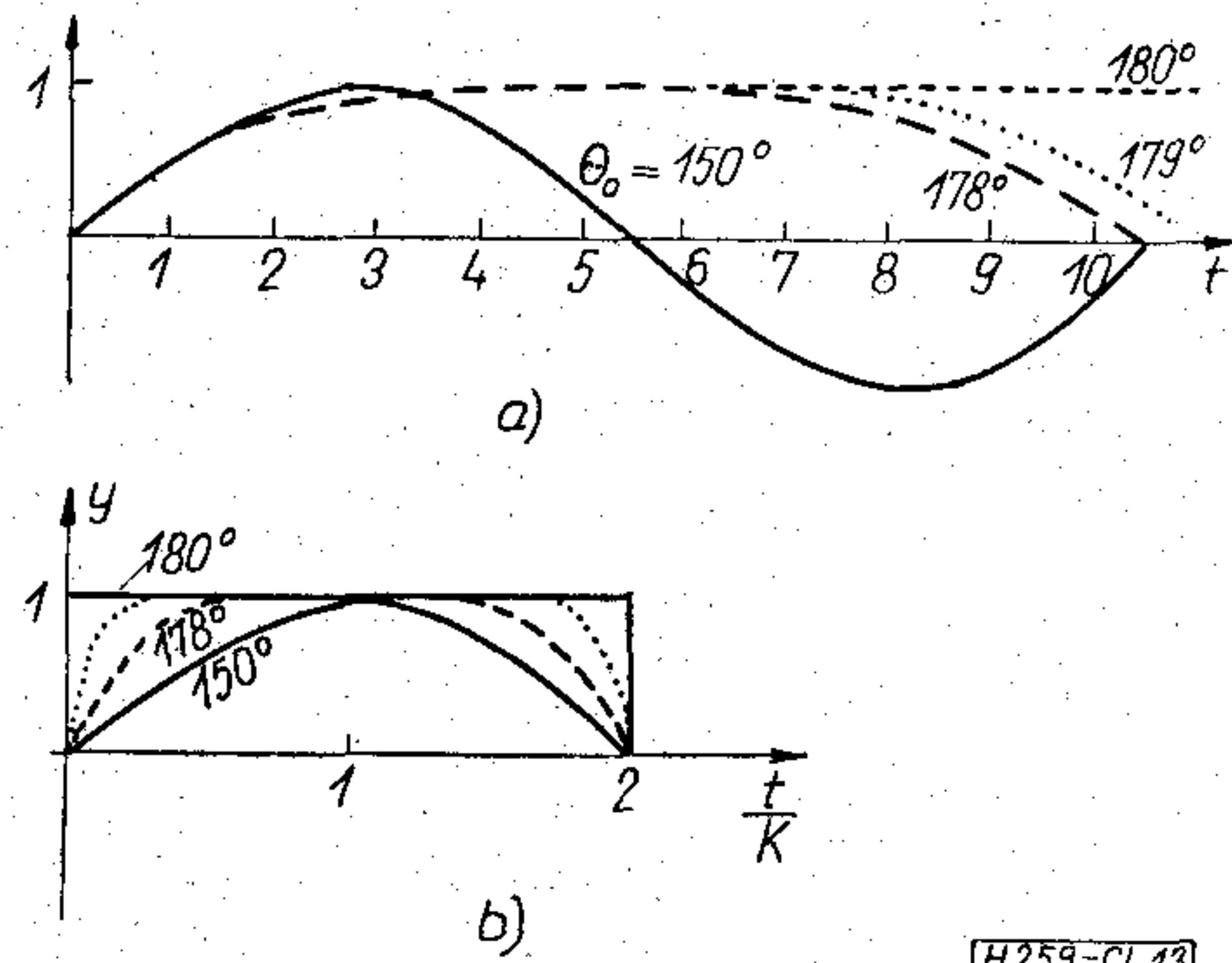
7.6 $\Theta_0 \approx \pi$ esete

Az előző pont $b)$ esete a legalkalmasabb arra, hogy az elliptikus függvények jellegének fizikai magyarázatot adjunk. A 12. ábra szerint indítsuk az



12. ábra

ingát a D pontból, és határozzuk meg azt a t_{AB} időközt, ami a B pontból az A alsó holtponthoz jutásig (illetve fordítva) eltelik. Vegyük például a B ponthoz tartozó Θ szöget 150° -nak. A 2. táblázatban $\Theta_0 > 150^\circ$ esetére feltüntettük t_{AB} értékét [(54) formula]. A táblázatból világosan kitűnik, hogy Θ növelésével a periódus időtartama rohamosan nő, t_{AB} viszont alig változik. A viszonyokat a 13. ábra szemlélteti. A 13a ábrában a B pontnak kb. $t=2$ mp felel meg. A t időt az alsó holtponthoz számítjuk. Eddig Θ_0 -tól közel függetlenül azonosak a görbék. Utána egy elnyúlt rész következik. Az inga Θ_0 növe-



13. ábra

lésével lengésidejének egyre nagyobb részét a felső holtpont körül tölti. A 13b ábrán az egyes görbék K arányban zsugorítva tüntették fel. Jól látható, hogy a D pontot a felső holtponthoz közelítve, az eredő jel egyre jobban eltér a szinusz görbétől, egyre szögletesebb lesz, megfelelően az $y = \operatorname{sn}(t, k)$ görbének, ha $k \rightarrow 1$.

7.7 A forgó inga

A felső holtponthoz v_0 sebességgel indított inga lengőmozgás helyett egyenletesen forgó mozgást végez. [4. 120. oldal]. Így a 7.5.b esetben a mutató is körbe forog. Igazolható, hogy $m=1$ választása mellett továbbra is:

$$y = \sin \frac{\Theta}{2} = \operatorname{sn} \left(\sqrt{\frac{g}{l}} t, k \right) \quad (61)$$

Egy teljes körülfordulás ideje:

$$T = 2k \sqrt{\frac{l}{g}} K(k) \quad (62)$$

Itt:

$$k = \sqrt{\frac{2l}{\frac{v_0^2}{2g} + 2l}} \quad (63)$$

A forgó inga még szemléletesebben mutatja a kör és elliptikus függvények közötti analógiát.

Nyilvánvaló, hogy $v_0 \approx 0$ esetén $k \approx 1$, a forgó inga igen egyenlőtlenül forog, előtérbe lép az elliptikus jelleg, a mozgást csak elliptikus függvényekkel tudjuk leírni. Ha $v_0 \gg \sqrt{lg}$, $k \approx 0$, a gravitáció hatása elhanyagolható és a forgó inga jó közelítéssel egyenletes körmozgást végez, ami körfüggvényekkel írható le.

8. Befejezés

Cikkünkben igyekeztünk megadni az elliptikus függvények legegyszerűbb és legtermészetesebb tárgyalási módját. Ennek érdekében legfőbb törekvésünk az volt, hogy egyrészt párhuzamot vonjunk a kör- és az elliptikus függvények között, és így egy világos geometriai meghatározást adjunk, másrészt a matematikai inga egyes tulajdonságainak az elemzésével fizikai oldalról akartuk megvilágítani az elliptikus függvényeket.

Még egyszer szeretnénk rámutatni arra, hogy az ismertett geometriai származtatás nem az egyedül lehetséges. Az 1a ábra kördiagramjában mindig található például egy olyan C_2 görbe, amelyiken a t változó a körösített ívhossz, míg a C_1 görbén a kerület.

Ugyancsak megjegyezzük, hogy C_1 , ill. C_2 görbe megválasztásával egy kis találékonysággal bárki készíthet szinusz-szerű függvényeket, azokat táblázatba foglalhatja, és műveleteket végezhet velük. A gyakorlatban nyilván csak azok a szinuszok honosodtak meg, amelyek valamelyik fizikai probléma megoldásában szerepet játszanak.

Szeretnénk még arra rámutatni, hogy az elliptikus függvények 50. formula szerinti integrálmeghatározása egyszerű módot ad a képzetes tengelyen való értelmezésre, a 27–29 összegezési formulák pedig lehetőséget adnak az elliptikus függvényeknek a komplex tartományra való kiterjesztésére.

I R O D A L O M

- [1] Magnus, W. — Oberhettinger, F.: Formulas and theorems for the special functions of mathematical physics. 1966.
- [2] Oberhettinger, F.: Anwendung der elliptischen Funktionen in Physik und Technik. 1949.
- [3] Hurwitz, A.: Allgemeine Funktionentheorie und elliptische Funktionen. Geometrische Funktionentheorie. 1925.
- [4] Ahijezzer, N. I.: Elementü teorii ellipticeszkih funkci. 1970.
- [5] Tölke, F.: Praktische Funktionenlehre. I–VI. 1966.
- [6] Hancock, H.: Theory of elliptic functions. 1958.
- [7] Whittaker, E. — Watson, G.: A course of modern analysis. 1944.
- [8] Jahnke — Emde: Tafeln höherer Funktionen. 1952.
- [9] Schuler, M.: Acht und neunstellige Tabellen an den elliptischen Funktionen. 1955.
- [10] Markusevics, A.: Zamecsatelnüe szinuszü. 1965.
- [11] Pattantyús Á.: Matematikai képletek, táblázatok. I. 1961.
- [12] Farkas M.: Speciális függvények. 1964.
- [13] Budó Á.: Mechanika. 1953.
- [14] Fazekas F.: Műszaki matematikai gyakorlatok. C. I. 1957.

EGYESÜLETI HÍREK

SIEMENS SZIMPÓZIUM

A Siemens AG (München) ez alkalommal legfontosabb elektromechanikai alkatrészgyártmányait ismertette. Az előadás-sorozatot a HTE, GTE, KTE és MATE közösen rendezték a TIT Stúdió előadótermében, f. év márciusában. Az elhangzott 3 előadás az elektronikus készülékekhez szolgáló dugaszolható csatlakozókat és kapcsolókat, a miniatűr relék problematikáját, valamint a távbeszélőtechnikai alkatrészek más területeken való célszerű alkalmazásának lehetőségeit tárgyalta.

Az előadás-sorozat igen érdekes színfoltja volt az a film, amely az 1972. évi olimpiai játékok kapesán mutatta be a Siemens számítástechnikai, távközlési színes televíziós, tévhangosító, eredményjelző és sok más elektronikus és elektromos berendezésének szinte hihetetlen sokféleségét és tömegét. Lenyűgöző volt az a szervezethez, amellyel e berendezések és rendszerek kifogástalanul betöltötték szerepüket és hozzájárultak az olimpiai játékok sikeres lebonyolításához.



Gyorsan és megbízhatóan

továbbít és vesz híreket és információkat.

Az U 600 típusú RFT gyártmányú forgalmi rádió-telefon birtokában tetszőleges tartózkodási helyről át tudja venni az operatív irányítást és mindig beavatkozásra kész.

Segítünk az Ön hírközlési feladatának megoldásában is.

Részletes információt nyújt:

az NDK Magyarországi Nagykövetsége
27. Kereskedelempolitikai Osztály
1143 Budapest XIV.,
Népstadion u. 101 — 103.

Exportőr:

Elektrotechnik
EXPORT-IMPORT
VOLKEIGENER AUSSENHANDELSBETRIEB DER
DEUTSCHEN DEMOKRATISCHEN REPUBLIK
DDR 102 BERLIN-ALEXANDERPLATZ
HAUS DER ELEKTROINDUSTRIE
NÉMET DEMOKRATIKUS KÖZ-
TÁRSASÁG

RFT — NACHRICHTENELEKTRONIK

A DIPLOMATERV-PÁLYÁZAT EREDMÉNYE

A Híradástechnikai Tudományos Egyesület 1973-ban is megrendezte — a korábbi gyakorlatnak megfelelően — a végzős híradástechnikus és technológus mérnökhallgatók *Diplomaterv-pályázatát*. A beérkezett diplomaterveket a kiírt feltételeknek megfelelően öttagú Bíráló Bizottság vizsgálta meg.

A Híradástechnikai Tudományos Egyesület Elnöksége a Bíráló Bizottság javaslata alapján az alábbi díjakat osztotta ki:

Az I. díjat kapták

Henk Tamás: Oszcillátorok leírófüggvényes vizsgálata c. tervéért,

Petrás Tamás: Phaselock-áramkör tervezése c. tervéért,

Bányász Vince: Nyomtatott áramköri lapok tervezése számítógéppel c. tervéért.

A II. díjat kapták

Béres Mátyás: Vastagréteg áramkörök gépi tervezése c. tervéért,

Gyenes László: Többállapotú áramkörök analízise c. tervéért,

Krémer Péter: Piezokeramikus sávszűrők tervezése c. tervéért.

A III. díjat kapták

Singer György: Szinuszosító áramkör tervezése c. tervéért,
Geleji Vilmos: Leírófüggvény meghatározása számítógéppel c. tervéért,

Szabó László: Automatikus légiforgalom-irányító berendezések c. tervéért,

Batizfalvy Tamás: Digitális hallgatói mérőrendszer tervezése c. tervéért,

Czapáry András: Hall-generátoros légzésindukció-mérő tervezése c. tervéért,

Szekér Ottó: A megbízhatóság számítási módszerei c. tervéért,

Túrmezei Péter: Szinkron-oszcillátoros FM demodulátorok c. tervéért.

A Diplomaterv-pályázat díjaihoz a Beloiannis Híradástechnikai Gyár, a Híradástechnikai Ipari Kutató Intézet, a Magyar Híradástechnikai Egyesülés, a Videoton, a Távközlési Kutató Intézet és a Telefongyár járult hozzá.

A díjazottak jogot nyertek a diplomatervük alapján megírandó cikkük közlésére a Híradástechnikában.

A SZAKDOLGOZAT-PÁLYÁZAT EREDMÉNYE

A Híradástechnikai Tudományos Egyesület 1973-ban első ízben megrendezte a Kandó Kálmán Villamosipari Műszaki Főiskolán végző híradástechnikus üzemmérnök hallgatók *Szakedolgozat-pályázatát*. A beérkezett szakedolgozatokat a kiírt feltételeknek megfelelően öttagú Bíráló Bizottság vizsgálta meg.

A Híradástechnikai Tudományos Egyesület Elnöksége a Bíráló Bizottság javaslata alapján az alábbi díjakat osztotta ki:

Az I. díjat kapták

Horváth Sándor: 1 GHz-es erősítő tervezése c. dolgozatáért,

Kövi Dezső: NC programnyelvek c. dolgozatáért,

Zalavári Mária: Vezérlőprogram Siemens 4004 teszteléséhez c. dolgozatáért.

A II. díjat kapták

Bihari János: Schottky dióda integrált áramkörökben c. dolgozatáért,

Czakó Sándor: Televízió-display illesztése EMG 830-hoz c. dolgozatáért,

Lénárt András: Számítógépek kiválasztása c. dolgozatáért,

Kiss Károly: Átviteli karakterisztika vizsgálata c. dolgozatáért.

A III. díjat kapták

Bartos Győző: MOS tranzistorok nyitófeszültség-függése c. dolgozatáért,

Korbuly Emília: Szilícium-oxid rétegek előállítási módszerei c. dolgozatáért,

Pazsa Margit: AID átalakítási módszerek c. dolgozatáért,

Székely Péter: Off-line nyomtatóegység tervezése c. dolgozatáért,

Slaud György: VM 11-es kijelző cső vizsgálata c. dolgozatáért,

Braun Antal: AM—PM konverzió c. dolgozatáért.

A Szakedolgozat-pályázat díjaihoz a Beloiannis Híradástechnikai Gyár, az Egyesült Izzó, a Híradástechnikai Ipari Kutató Intézet, a Magyar Híradástechnikai Egyesülés, a Videoton, a Távközlési Kutató Intézet és a Telefongyár járult hozzá.

A díjazottak jogot nyertek a szakedolgozatuk alapján megírandó cikkük közlésére a Híradástechnikában.

DR. HORVÁTH LAJOS KITÜNTETÉSE

Szeretettel köszöntjük dr. Horváth Lajos tagtársunkat, a Posta-vezérgazgatóság szakosztályvezetőjét, Egyesületünk Elnökségének és a Közlekedéstudományi Egyesület Választmányának tagját, a KTE Postai Tagozata Műsorszórás Szakosztályának elnökét, abból az alkalomból, hogy a Minisztertanács által alapított és első ízben f. év április 4-én kiosztott Eötvös Loránd Díjban részesült.

Dr. Horváth Lajos e magas kitüntetést a hazai televíziózás megteremtése, valamint a hazai színes műsorszugárzás és írtávközlés kifejlesztése, a 2000 kW-os középhullámú rádió-

adó rendszertechnikai terveinek kidolgozása és azoknak a környező országok adóhálózataihoz való illesztése során végzett kimagasló elméleti és gyakorlati munkásságával érdemelte ki.

Gratulálunk a kitüntető díj elnyeréséhez és felhasználjuk az alkalmat köszönetünk kifejezésére azért a lelkes és odaadó munkásságáért is, mellyel Egyesületünk és a KTE Postai Tagozata közötti igen jó kapcsolatok továbbfejlesztésén fáradozik.

Tartalmi összefoglalások

ETO: 621.395.345

Dr. Kozma L.:

Elektronikusan vezérelt telefonközpontok fejlesztési problémái

HÍRADÁSTECHNIKA XXV. (1974) 6. sz.

A szerző a térosztásos és elektromechanikai érintkezőket tartalmazó elektronikusan vezérelt telefonközpontok fejlesztési problémáit teszi tanulmány tárgyává. Rendszerezi a fejlesztést befolyásoló tényezőket és az új berendezések fejlesztésének szempontjait, a gyártási és üzemeltetési tényezőket, majd vizsgálat tárgyává teszi a központ felparcellálásának lehetőségeit és utal azokra a jellegzetességekre és szolgáltatásokra, amelyek az új fejlesztésű központokat jellemzik. A problémák vizsgálata alapján arra a következtetésre jut, hogy célul tűzhető ki a miniaturizált cross-bar kapcsológépes és elektrolizált markerrel rendelkező modulrendszerben felépített telefonközpont kifejlesztése, melynél figyelembe veszik a gazdaságos gyártás feltételeit.

ETO 621.395.342:621.382.33.049.7—111

Szabó Z.—Dr. Székely V.:

Analóg léptetőregiszterek és vastagréteg megvalósításuk

HÍRADÁSTECHNIKA XXV. (1974) 6. sz.

A cikk első része a bipoláris félvezetőeszközökkel felépített analóg léptetőregiszter működését, méretezését tárgyalja. A második rész az áramkör vastagréteg IC formájában történt kísérleti megvalósításával foglalkozik. A cikk befejező részében a kialakított integrált-kör kapcsolástechnikai és alkalmazási kérdései kerülnek tárgyalásra.

ETO 517.7

Cebe L.:

Elliptikus függvények

HÍRADÁSTECHNIKA XXV. (1974) 6. sz.

A cikk az elliptikus függvények egyszerű és világos geometriai meghatározását adja. Párhuzamot von a kör- és az elliptikus függvények között és a matematikai inga elemzésével fizikai oldalról világítja meg az elliptikus függvényeket.

Zusammenfassungen

DK 621.395.345

Dr. Kozma, L.:

Entwicklungsprobleme der elektronisch gesteuerten Fernsprechzentralen

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XXV. (1974) Nr. 6

In dem Aufsatz werden die Entwicklungsprobleme der elektronisch gesteuerten Fernsprechzentralen mit Raumteilung und elektromechanischen Kontakten, erörtert. Es werden folgende Faktoren systematisiert, welche die Entwicklung beeinflussen: die Gesichtspunkte der Entwicklung der neuen Einrichtungen, die Fertigungs- und Betriebsverhältnisse. Ferner wird die Möglichkeit des Unterbringens der Einheiten der Zentrale untersucht und wird auf jene Eigentümlichkeiten und Dienstleistungen hingewiesen, welche die neuen Fernsprechzentralen charakterisieren. Auf Grund der Untersuchung der Probleme kommt der Verfasser auf die Folgerung, dass die Entwicklung der in Modul-System aufgebauten Fernsprechzentrale, welche miniaturisierte Crossbar Schaltanlage und elektronisierten Marker enthält zum Ziel gesetzt werden kann, bei welchem die Bedingungen der ökonomischen Fertigung in Acht genommen werden.

Обобщения

ДК 621.395.345

Д-р Козма, Л.:

Проблемы разработки телефонных станций с электронным управлением

HÍRADÁSTECHNIKA (ХИРАДАШТЕХНИКА, Будапешт) XXV. (1974) № 6

Автор рассматривает проблемы разработки телефонных станций с электронным управлением, содержащих электромеханические контакты с пространственным уплотнением. Систематизируются факторы влияющие на развитие и точки зрения разработки новых оборудований, а также условия производства и эксплуатации. Излагаются возможности размещения блоков станции и показываются характеристики и услуги новых разработанных станций. На основе испытания проблем автор пришел к выводу, что можно поставить целью разработки телефонной станции с миниатюрным координатным соединителем и электронным маркером в модульной системе, имея в виду условия экономического производства.

ДК 621.395.342:621.382.33.049.7—111

Сабо, З.—Д-р Секель, В.:

Аналоговые сдвигающие регистры и их осуществления в толсто пленочном выполнении

HÍRADÁSTECHNIKA (ХИРАДАШТЕХНИКА, Будапешт) XXV. (1974) № 6

Первая часть статьи излагает работу и проектирование аналогового сдвигающего регистра, построенного с биполярными полупроводниковыми приборами. Вторая часть трактует опытное осуществление цепи в форме толсто пленочной интегральной схемы. В конечной части статьи рассматриваются вопросы конфигурации и применения интегральной схемы такого типа.

ДК 517.7

Цебе, Л.:

Эллиптические функции

HÍRADÁSTECHNIKA (ХИРАДАШТЕХНИКА, Будапешт) XXV. (1974.) № 6

Статья дает простое и ясное определение эллиптических функций. Сравниваются тригонометрические и эллиптические функции и анализом математического маятника объясняются с физической стороны эллиптические функции.

Summaries

UDC 621.395.345

Dr. Kozma, L.:

Development Problems of Electronically Controlled Telephone Exchanges

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XXV. (1974) No. 6

In the paper the development problems of electronically controlled telephone exchanges with space division and electromechanical contacts, are discussed. The factors influencing the development, the aspects of the development of the new equipments, the conditions of manufacture and operation are systematized. Further possibilities of the arrangement of the units of the exchange are examined. References are made to those characteristics and services which characterize the recently developed exchanges. On the basis of the examination of the problems the author arrives to the conclusion that the development of the telephone exchange constructed in a module system comprising miniaturized crossbar switch and electronized marker may become the aim of the future, at which the conditions of the economic manufacture are taken into account.

DK 621.395.342:621.382.33.049.7—111

Szabó, Z.—Dr. Székely, V.:

Analoge Schieberegister und ihre Dickschichtausführung

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XXV. (1974) N° 6

In dem ersten Teil des Aufsatzes werden die Funktion des analogen Schieberegisters, welcher aus bipolaren Halbleitergeräten konstruiert ist, und ihr Entwurf, erörtert. In dem zweiten Teil wird die experimentelle Ausführung des Stromkresises in Dickschicht IC—Form erläutert. In dem letzten Teil des Aufsatzes werden die schalttechnische und Anwendungsprobleme der entwickelten integrierten Schaltungen diskutiert.

DK 517.7

Cebe, L.:

Elliptische Funktionen

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XXV. (1974) N° 6

In dem Artikel wird eine einfache und klare geometrische Bestimmung der elliptischen Funktionen erörtert. Es wird ein Parallel zwischen den Kreis- und elliptischen Funktionen gezogen, und mit der Analyse des mathematischen Pendels wird die elliptische Funktion von der physikalischen Seite erklärt.

UDC 621.395.342:621.382.33.049.7—111

Szabó, Z.—Dr. Székely, V.:

Analogue Shift Registers and Their Thick-Film Realisation

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XXV. (1974) N° 6

In the first part of the paper the function of the analogue shift register comprising bipolar semiconductor devices and their design is discussed. In the second part the experimental realisation of the circuit in IC thick-film form is dealt with. In the final part of the paper the switching technique and application problems of the developed integrated circuit are discussed.

UDC 517.7

Cebe, L.:

Elliptic Functions

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XXV. (1974) N° 6

In the paper a simple and clear geometrical definition of the elliptic functions is presented. A parallel is drawn between the trigonometric and elliptic functions and by the analysis of the mathematical pendulum the elliptic functions are elucidated from the physical side.

Résumés

CDU 621.395.345

Dr. Kozma, L.:

Problèmes de développement des bureaux téléphoniques à commande électronique

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XXV. (1974) N° 6

L'auteur examine les problèmes de développement des bureaux téléphoniques à commande électronique du système à division spatiale comprenant des contacts électromécaniques. Une systématisation est donnée, en ce qui concerne les facteurs influençant le développement et les points de vue du développement des nouveaux équipements, ainsi que les conditions de la fabrication et du service. Ensuite les possibilités de la disposition du bureau central sont examinées et les caractéristiques et services des bureaux centraux de nouveau développement sont exposés. En considérant les problèmes la conclusion est tirée qu'on peut prendre pour but le développement d'un bureau téléphonique avec un commutateur à barres transversales miniaturisé et un marqueur électronique, construit en système des modules, tenant compte des conditions d'une fabrication économique.

CDU 621.395.342:621.382.33.049.7—111

Szabó, Z.—Dr. Székely, V.:

Registres à décalage analogiques et leur réalisation en dispositifs à couche épaisse

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XXV. (1974) N° 6

La première partie de l'article traite le fonctionnement et projet des registres à décalage analogiques. La deuxième partie expose leur réalisation expérimentale en circuits intégrés à couche épaisse. La partie finale comprend les problèmes de configuration et application de tels circuits intégrés.

CDU 517.7

Cebe, L.:

Fonctions elliptiques

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XXV. (1974) N° 6

L'article donne une définition géométrique simple et claire des fonctions elliptiques. Une comparaison est faite entre les fonctions trigonométriques et elliptiques et les fonctions elliptiques sont éclaircies du côté physique par l'analyse du pendule mathématique.

HÍRADÁSTECHNIKA

A szerkesztésért felelős: Boglár Gyula. Szerkesztőség címe: 1055 Budapest V., Kossuth Lajos tér 6—8. Telefon: 113-027. Kiadja: a Lapkiadó Vállalat, 1073 Budapest, Lenin krt. 9—11., telefon: 221-285. Levélcím: 1096 Budapest, Pf. 223. Felelős kiadó: Siklósi Norbert. Terjeszti a Magyar Posta. Előfizethető bármely postahivatalnál, a kézbesítőknél, a Posta hírlapüzleteiben és a Posta Központi Hírlapirodánál (KHI, 1900 Budapest, József nádor tér 1.) közvetlenül vagy postautalványon, valamint átutalással a KHI 215—96 162 pénzforgalmi jelzőszámra. Előfizetési díj: fél évre 36 Ft, egész évre 72 Ft. Egyes szám ára: 6 Ft. Megjelenik havonta. A folyóirat külföldre előfizethető: „KULTURA” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, H—1389 Budapest. Postafiók 149 74.1949 Egyetemi Nyomda, Budapest. Felelős vezető: JANKA GYULA igazgató

Index: 25.375