



# HÍRADÁSTECHNIKA

---

A HÍRADÁSTECHNIKAI TUDOMÁNYOS EGYESÜLET  
FOLYÓIRATA

XXXII. évfolyam  
BUDAPEST

1981

4

# HÍRADÁSTECHNIKA

XXXII. ÉVFOLYAM 1981. 4. SZÁM

## A HÍRADÁSTECHNIKAI TUDOMÁNYOS EGYESÜLET FOLYÓIRATA

### TARTALOM

|                                     |                                                    |     |
|-------------------------------------|----------------------------------------------------|-----|
| B. NAGY PÉTER:                      | Tranziens elven történő szintmérés .....           | 121 |
| MÁNYOKI ZSOLT:                      | Műsorhang áramkörök zajkérdései .....              | 134 |
| BHG ORION TERTA MŰSZAKI KÖZLEMÉNYEK |                                                    |     |
| CEBE LÁSZLÓ:                        | A diszkrét és a gyors Fourier transzformáció ..... | 141 |
|                                     | Hírek üzeminkből .....                             | 156 |
|                                     | Tartalmi ismertetők .....                          | 160 |

### A SZÁM SZERZŐI:

B. NAGY PÉTER okl. vill. mérnök, a BME Alkalmazott Biofizikai Laboratórium tud. s. munkatársa, MÁNYOKI ZSOLT híradástechnikai üzemmérnök, a Helyközi Távbeszélő Igazgatóság budapesti erősítő üzemének csoportvezetője, CEBE LÁSZLÓ okl. vill. mérnök, a Telefongyár szaktanácsadója.

Felelős szerkesztő: BOGLÁR GYULA

Szerkeszti a szerkesztőbizottság

A szerkesztőbizottság elnöke: HORVÁTH IMRE

Szerkesztő: ANGYAL LÁSZLÓ

### A szerkesztőbizottság tagjai:

Angyal László, Balogh Pál, Bánsághi Pál, Laczkó Endre, Boglár Gyula, dr. Flesch István, Forintos György, Hermann Ákos, Horváth Imre, Jakubik Béla, May Péter, Mérey Imréné, Nagygyörgy Gábor, Tóthmátyás István.

Szerkesztőségi ügyekben és kéziratokkal kapcsolatban felvilágosítást ad: Szöllősi Györgyné, telefon: 495-098.

### HÍRADÁSTECHNIKA

A szerkesztésért felelős: Boglár Gyula. Szerkesztőség címe: Budapest V., Kossuth Lajos tér 6—8. 1055. Telefon: 113-027. Kiadja: a Lapkiadó Vállalat, Budapest, Lenin krt. 9—11. 1073. Telefon: 221-285. Levélcím: Budapest, Pf. 223. 1900. Felelős kiadó: Siklósi Norbert. Terjeszti a Magyar Posta. Előfizethető bármely postahivatalnál, a kézbesítőknél, a Posta hírlapüzleteiben és a Posta Központi Hírlapirodnál (KHI, Budapest, József nádor tér 1. 1900) közvetlenül vagy postautalványon, valamint átutalással a KHI 215—96 162 pénzforgalmi jelzőszámra. Előfizetési díj: fél évre 114,— Ft, egész évre 228,— Ft. Egyes szám ára 19,— Ft. Megjelenik havonta. A folyóirat külföldre előfizethető: „KULTÚRA” Külkereskedelmi Vállalat, H—1839 Budapest, Postafiók 149.



# HÍRADÁSTECHNIKA

## Tranziens elven történő szintmérés

B. NAGY PÉTER

Budapesti Műszaki Egyetem,  
Alkalmazott Biofizikai  
Laboratórium

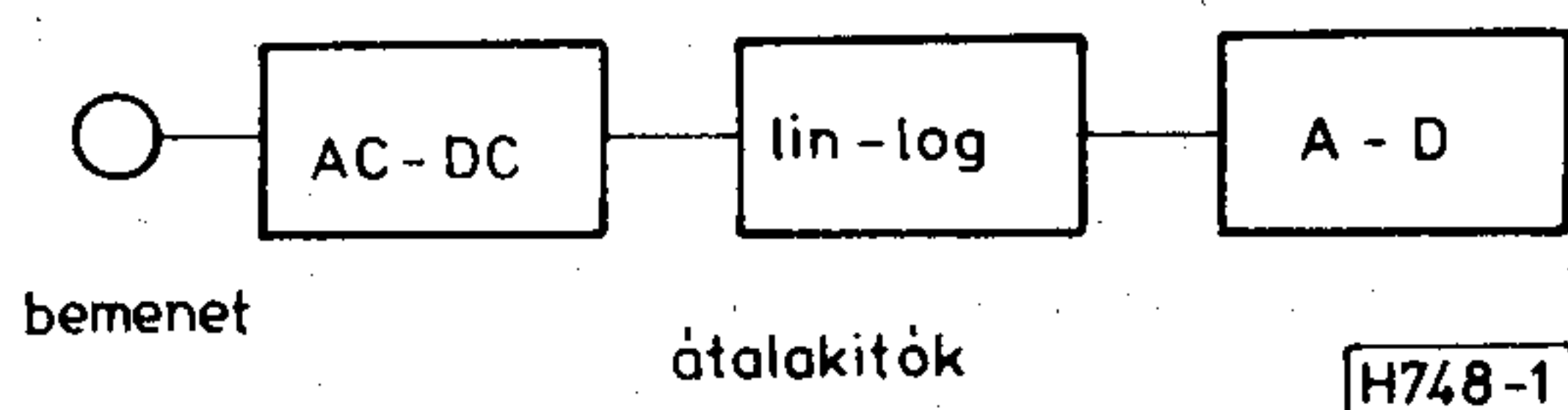
Különböző szakterületek közös problémája az adott feladatnak megfelelő szintmérési eljárás kiválasztása. A követelmények változatosságából néhány általános alapvető igény emelhető ki, pl.: legyen a szintmérő szelektív, nagy felbontóképességű, széles dinamikatartományú, digitális, legyen a mérési karakterisztika logaritmikus stb. Ezeknek a feltételeknek az egyidejű biztosítása a hagyományos eljárások alkalmazásával gyakran nehézségekbe ütközik. Az alábbiakban egy újszerű mérési eljárást mutatunk be, melyet eredetileg különböző ultrahangdiagnosztikai rendszerekben történő felhasználásra fejlesztettek ki, de egyszerűsége és előnyös mérési tulajdonságai révén más területeken is alkalmazhatónak látszik.

### A hagyományos szintmérési eljárások

A vizsgálatunk tárgyát képező precíziós szintmérők szinte kivétel nélkül szelektív, szuperheterodin rendszerű eljárásokon alapulnak. A tulajdonképpeni szintmérés a mért jel frekvenciájától függetlenül mindig egy adott (ti. a közép-) frekvencián történik. A továbbiakban csak ennek a szokásosan kb. 100 kHz-es jelnek a pontos megméréseivel foglalkozunk, és az előzetes feldolgozás (erősítés, keverés, szűrés) során fellépő hibákat elhanyagoljuk.

A hagyományos szintmérési eljárások közös tulajdonsága, hogy működésük az egymás után végzett egyszerű konverziók sorozatán alapul. A legegyszerűbb ilyen megoldás az 1. ábrán látható. Ez a változat rendkívül egyszerű, különös tekintettel arra, hogy a lineáris-logaritmikus és az analóg-digitális átalakítók funkcionálisan összevonhatók [1, 2].

Általában is megállapítható, hogy egy rendszer, amely funkcionálisan nem illeszkedik kellőképpen a megoldani kívánt feladathoz, az elérhető optimum-



1. ábra. A mérési feladat hagyományos megoldása egyszerű konverziók soros alkalmazásával

hoz képest érzékenyebb lesz elemeinek az ideálistól való eltérésre. Ilyen esetekben a rendszer bizonyos elemeire indokolatlanul szigorú követelmények adódnak, melyek teljesítéséhez gyakran még a rendkívül gyorsan fejlődő elektronikai ipar nyújtotta lehetőségek is elégtelenek.

Könnyen megállapítható, hogy az 1. ábrán látható megoldás esetén az AC—DC átalakító rendkívül nehezen realizálható, ha egyidejűleg széles dinamikatartományt ( $D \approx 60$  dB) és jó felbontóképességet ( $d = 0,1$  dB) kívánunk biztosítani. Ha ugyanis a mérési hiba értékét a felbontóképességnek megfelelően korlátozzuk ( $h \leq \pm 0,1$  dB  $\pm 1$  digit), az AC—DC átalakító üzemi tartománya felső határa és az átalakítás során képződő abszolút hiba aránya legalább  $10^5$  kell, hogy legyen. Sajnos ez a viszony még speciális AC—DC átalakítók alkalmazásával sem biztosítható, vagyis az átalakítás során képződő abszolút hiba a dinamikatartomány alsó szakaszán megengedhetetlenül növekvő relatív hibát eredményez [3, 4 és 5].

Az AC—DC átalakítás során képződő abszolút hiba káros hatása jelentősen csökkenthető az AC—DC és a lineáris-logaritmikus átalakítók sorrendjének a felcserélésével. Természetesen bipoláris AC jelek feldolgozása nem lehetséges közvetlenül a kizárólag unipoláris jelek fogadására alkalmas hagyományos logaritmikus átalakítókkal, ezért megfelelő DC eltolást, vagy pl. ar sh x átalakítót kell használnunk [6, 7]. A módosítás hatására a dinamikatartomány ugyan jelentősen megnő ( $D \approx 80$  dB), de ugyanakkor a mérési hiba lényegesen romlik ( $h \approx 1$  dB) [8].

Beérkezett: 1980. VII. 18.

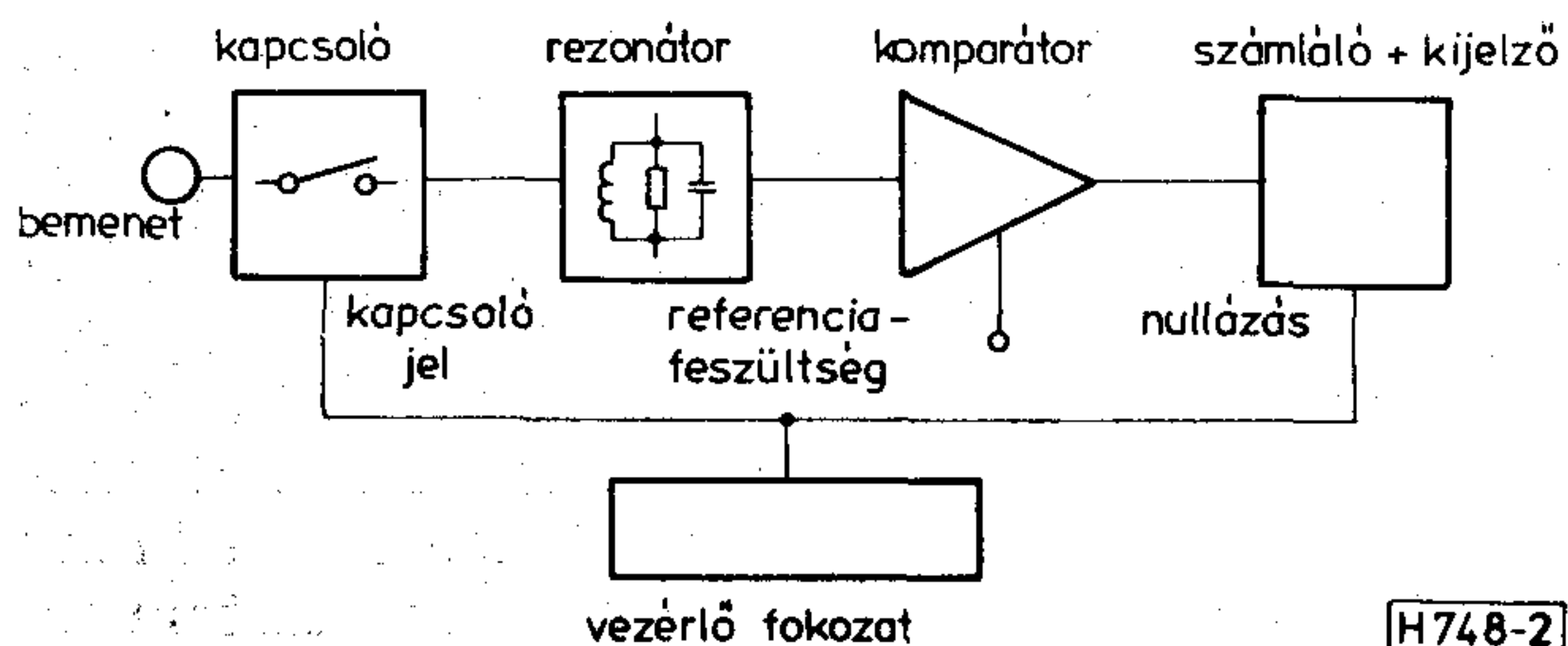
Végeredményben megállapíthatjuk, hogy a hagyományos eljárások esetében a dinamikatartomány csak a mérési pontosság rovására növelhető, ezért a teljes mérési tartományt egy méréshatárváltóval viszonylag szűk (10–20 dB-es) sávokra kell bontanunk. Bár egy korszerű automatikus méréshatárváltó rendszer alkalmazása esetén ez a kényszerű felbontás csak elhanyagolható mértékben befolyásolja a készülék kezelhetőségét és a mérés sebességét, bonyolultsága miatt alkalmazása mégis hátrányos lehet egy jellegénél fogva széles dinamikatartományú eljárással szemben.

### A javasolt mérési eljárás

Az alábbiakban egy közismert fizikai jelenség újszerű mérés technikai alkalmazását vizsgáljuk meg [9]. A működés áttekintéséhez használjuk fel a 2. ábrán látható tömbvázlatot.

A mérendő jel egy  $U_m$  amplitúdójú és  $\omega_0$  frekvenciájú harmonikus feszültség. A vezérlő fokozat a kapcsoló segítségével a mérendő jelet az  $\omega_0$  frekvenciára hangolt,  $Q_0$  jósági tényezőjű rezonátorra csatolja. A rezonátor, a kezdeti tranziensek lezajlása után,  $U_m$  amplitúdóval harmonikus rezgést végez. A rezonátor kimenő jele a kapcsoló kikapcsolását követően exponenciálisan lecseng. A lecsengés során az egymást követő maximumok aránya állandó és csak a rezonátor jósági tényezőjétől függ (pl. ha  $Q_0=272,88$ , az említett arány 0,1 dB). A rezonátor kimenő jelét egy  $U_0$  referenciaszintű komparátor figyeli, és az  $U_0$ -nál nagyobb impulzusokat megszámlálásra továbbítja a számlálóhoz. A vezérlő fokozat a számlálót a kapcsoló megszakításával egy időben aktivizálja. A számlálás végeredménye (a kijelzett érték) így a mérendő feszültség és a komparátor referenciaszintjének a viszonya lesz (az említett jósági tényező esetében) tized decibelben.

A javasolt mérési elv jellegénél fogva logaritmikus mérési karakterisztikát szolgáltat. Ennek az a fizikai magyarázata, hogy egy lineáris rezonátorban az egy rezgési periódus során disszipálódó veszteségi energia arányos a rezonátorban lengő összenergiával. A logaritmikus mérési karakterisztika „eredetiségének” megfelelően abszolút hiba nem képződik, hiszen minden szint detektálása ugyanazon az  $U_0$  referenciaszinten történik. A mérőkör enyhén szelektív tulajdonságú (ti. a KF szűrő szelektivitásához képest enyhén). Mivel abszolút hiba nem képződik, a rendszer a kapcsoló és a rezonátor linearitásától,



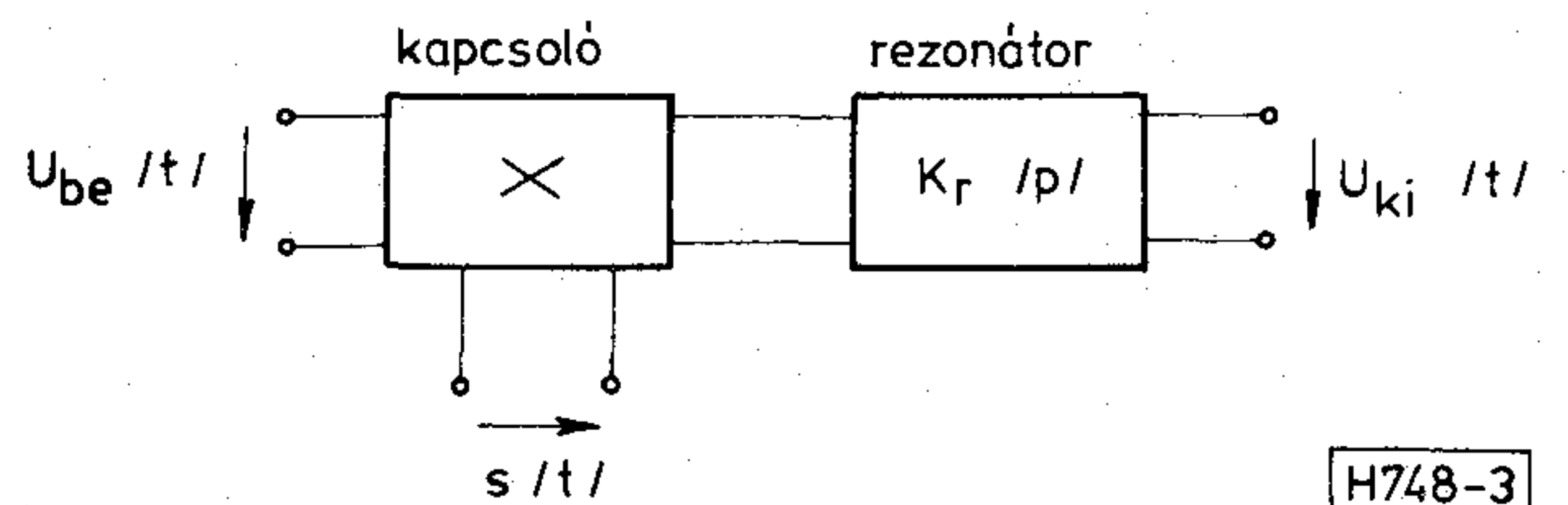
2. ábra. A javasolt mérési eljárás tömbvázlata

ill. a komparátor zajérzékenységétől függően széles dinamikatartományú. A lecsengési folyamat egy önmagától lepegető feszültségosztónak tekinthető, és a mérendő feszültségnek a referenciaszintre történő leosztásához szükséges lépéseket számláljuk meg. Tekintettel a számlálási funkcióra, a javasolt mérési eljárás jellegénél fogva digitális.

A fentiekhez két kiegészítést kell fűznünk. Egyrészt, hogy az említett fizikai jelenséget széles körben használják jósági tényező meghatározására, és ez lehetőséget nyújt bizonyos konstrukciók eredmények átvételére, adaptálására. Másrészt fel kell hívunk a figyelmet arra, hogy a javasolt eljárás és a hagyományos digitális szintosztáson alapuló megoldás között szoros analógia áll fenn. Ez utóbbi az automatikus méréshatárváltás egy továbbfejlesztett változata és kivételes specifikációk biztosítására nyújt lehetőséget [10]. Mindkét módszer lényege az, hogy a mérendő feszültséget több lépésben úgy osztjuk le, hogy a leosztott jel, a felbontóképesség által meghatározott határokon belül egyenlő legyen egy adott referenciaszinttel. Mivel a hagyományos eljárás esetén az osztáslépések nagysága változtatható, általában sokkal kevesebb lépésre van szükség a mérés során. Ebből a szempontból a javasolt eljárás távolról sem optimális, az állandó osztáslépés lassítja a mérést. Bőséges kárpótlást nyújt viszont az, hogy az „osztó” önmagától, kapcsolási idő igénybevétele nélkül „lepeget”.

### A működés matematikai analízise

A matematikai analízis során a 3. ábrán látható hálózatot vizsgáljuk. A  $Q_0$  jósági tényezőjű,  $\omega_0$  frekvenciára hangolt rezonátor átviteli függvénye  $K_r(p)$ .



3. ábra. A matematikai analízis során vizsgált hálózat

venciára hangolt rezonátor átviteli függvénye  $K_r(p)$ .

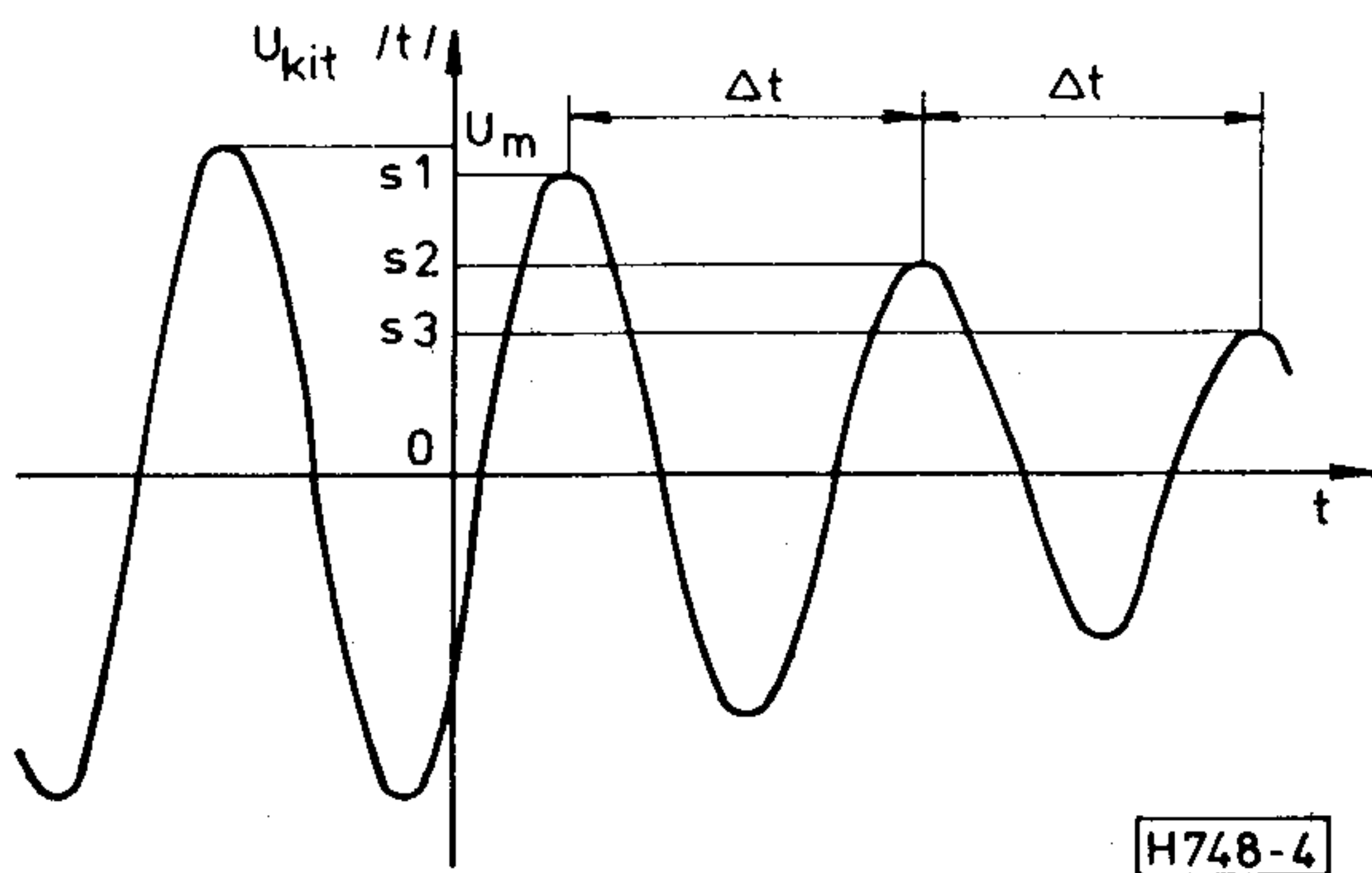
$$K_r(p) = \frac{p/Q_0\omega_0}{1 + p/Q_0\omega_0 + p^2/\omega_0^2} \quad (1)$$

Az  $U_{be}(t) = U_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$  mérendő jel a  $t=0$  pillanatban kezd gerjeszteni a rezonátort, vagyis  $s(t) = 1(t)$ . A rezonátor  $U_{ki}(t)$  kimenő jelét Laplace-transzformációval határozhatjuk meg [9].

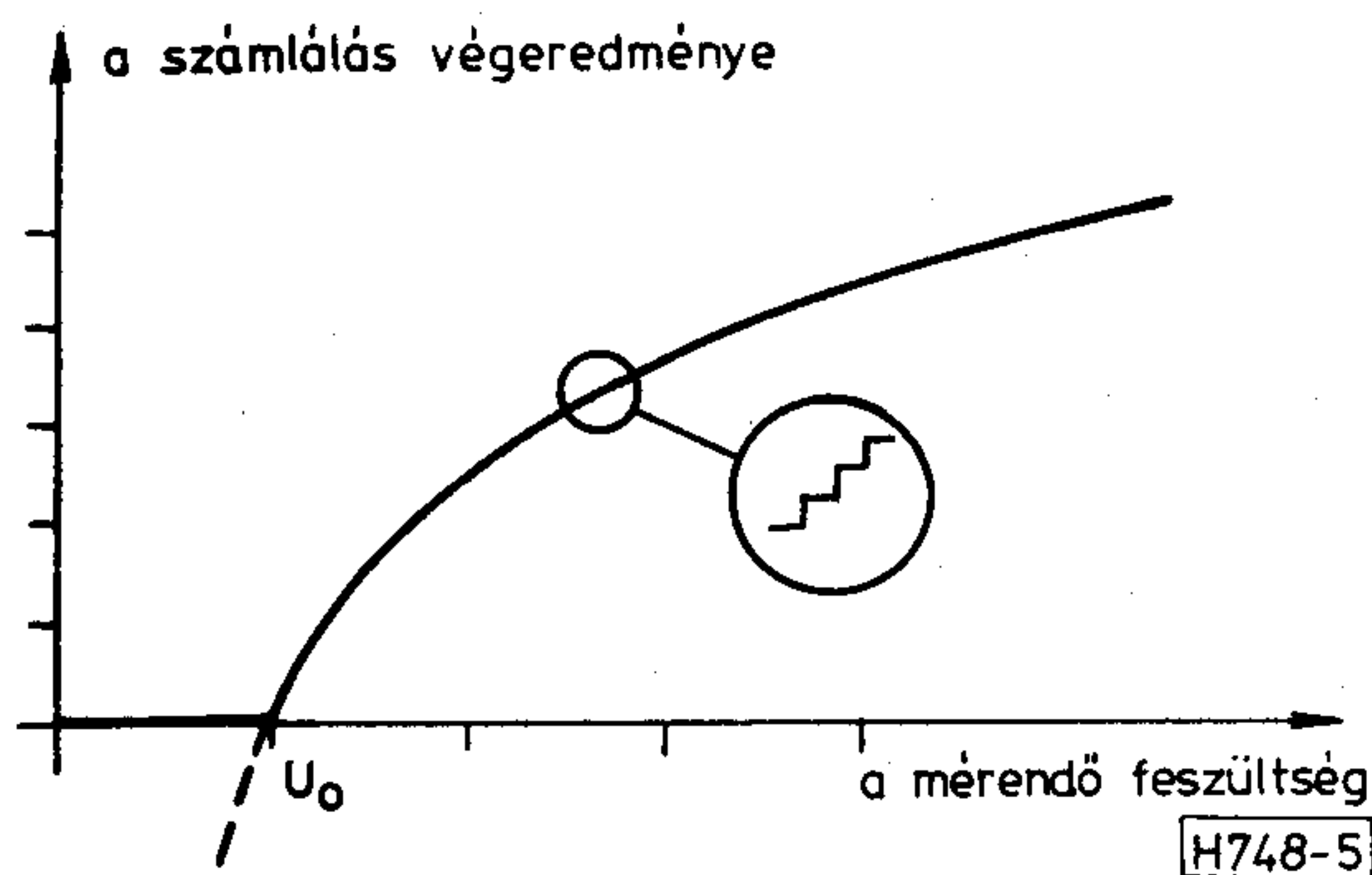
$$U_{ki}(t) = U_m \sin(\omega_0 t + \varphi) - U_m A e^{-\omega_0 t/2Q_0} \sin(\omega_0' t + \alpha), \quad (2)$$

ahol  $\omega_0'$  a rezonátor sajátrezgésének a frekvenciája,  $A$  és  $\alpha$  pedig  $Q_0$ -tól és  $\varphi$ -tól függő tranziens paraméterek.

$$\omega_0' = [1 - 1/4Q_0^2]^{1/2} \omega_0 \quad (3)$$



4. ábra. A rezonátor lecsengő kimenő jele



5. ábra. A javasolt eljárás mérési karakterisztikája

$$A = \left[ \sin^2 \varphi + \frac{[\cos \varphi - \sin \varphi / 2Q_0]^2}{1 - 1/4Q_0^2} \right]^{1/2} \quad (4)$$

$$\alpha = \arctg \frac{\sin \varphi [1 - 1/4Q_0^2]^{1/2}}{\cos \varphi - \sin \varphi / 2Q_0} \quad (5)$$

Mint az várható volt, az állandósult rezgés megegyezik a bemenő jellel. Ha most a kapcsolót a  $t=0$  pillanatban nem be, hanem kikapcsoljuk, és a rezonátor korábban az állandósult rezgés eléréséhez elegendő ideig gerjesztve volt, a kimenő jel az  $U_{kit}(t)$  „lecsengés” lesz.

$$U_{kit}(t) = U_m A e^{-\omega_0 t / 2Q_0} \sin(\omega_0' t + \alpha) \quad (6)$$

Határozzuk meg a (6) szerinti lecsengés maximumaiból összeállított  $s_i$  sorozatot. (6) differenciálásával megkereshetők a maximumok helye,  $t_{mi}$ .

$$\operatorname{tg}(\omega_0' t_{mi} + \alpha) = [4Q_0^2 - 1]^{1/2} \quad (7)$$

Belátható, hogy a maximumok távolsága mindig

$$\Delta t = \frac{2\pi}{\omega_0'} \quad (8)$$

A lecsengés menete a 4. ábrán látható. Az egymást követő maximumok aránya  $q$ .

$$q = e^{-\pi/Q_0[1-1/4Q_0^2]^{1/2}} \quad (9)$$

A felbontóképesség (9)-ből kifejezhető:

$$d[\text{dB}] = \frac{20\pi}{Q_0[1-1/4Q_0^2]^{1/2} \ln 10} \quad (10)$$

Ugyanez  $Q_0$ -ra rendezve:

$$Q_0 = \left\{ \left[ \frac{20\pi}{d \ln 10} \right]^2 - \frac{1}{4} \right\}^{1/2} \quad (11)$$

Az 5. ábra a mérési karakterisztikát, az 1. táblázat pedig néhány összetartozó felbontóképesség-jósági tényező értékpárt mutat.

1. táblázat

Összetartozó felbontóképesség és jósági tényező értékek

| Felbontóképesség $d$ [dB] | Jósági tényező $Q_0$ |
|---------------------------|----------------------|
| 2,0                       | 13,63                |
| 1,0                       | 27,28                |
| 0,5                       | 54,57                |
| 0,2                       | 136,47               |
| 0,1                       | 272,87               |

Hátravan még  $s_1$  meghatározása.  $s_1$  a kikapcsolás fázishelyzetétől,  $\varphi$ -tól függően  $U_m$  és  $qU_m$  között változik, és ezzel egy digit mérési bizonytalanságot okoz.

A számításnál még figyelembe vett utolsó maximumról,  $s_m$ -ről csak annyit állapíthatunk meg, hogy  $U_0$  és  $q^{-1}U_0$  közé esik. Ez a kvantálás természeténél fogva  $\pm 1$  digit bizonytalanságot okoz. Ezzel szemben az  $s_1$  határozatlansága miatt fellépő további egy digit bizonytalanság nem tekinthető a rendszer immanens hibájának, és viszonylag egyszerűen megszüntethető. Szinkronizáljuk a kapcsoló jelet a mérendő jelhez, vagyis a kikapcsolást mindig a mérendő jel egy adott  $\varphi_0$  fázisánál kezdeményezzük! Így az  $U_m/s_1$  viszony állandó értéken tartható, a bizonytalanság eltűnik.

Hogy valósítható meg a lehető legegyszerűbben egy ilyen szinkronizálás? Megállapítható-e a 60 dB-es dinamikatartományban változó mérendő jel fázisa elegendő pontossággal az eredeti rendszer kifejezetten szinkron célokat szolgáló kiegészítése nélkül? Kézenfekvőnek látszik a komparátor bebillenésének pillanatát választani referenciapontnak. Ha a kikapcsolást a komparátor bebillenésének pillanatában,  $t_k$ -ban kezdeményezzük,  $\varphi$  kb. 0 és  $\pi/2$  között változna. Ugyanígy, ha a kikapcsolást a  $t_k$  időpont után  $t_d$  időtartammal késleltetve hajtjuk végre,

$$\varphi = \pi/4 + t_d \omega_0 \pm \pi/4, \quad (12)$$

ahol  $0 \leq t_d \leq 2\pi/\omega_0$ . A szinkronizálás tehát akkor oldható meg viszonylag egyszerűen, ha található olyan  $\varphi_0 = \pi/4 + t_d \omega_0$  fázishelyzet az  $s_1(\varphi)$  görbén, ahol a  $\pm \pi/4$  radián bizonytalanság nem vált ki néhány tízed digitnél nagyobb ingadozást  $s_1$  részéről.

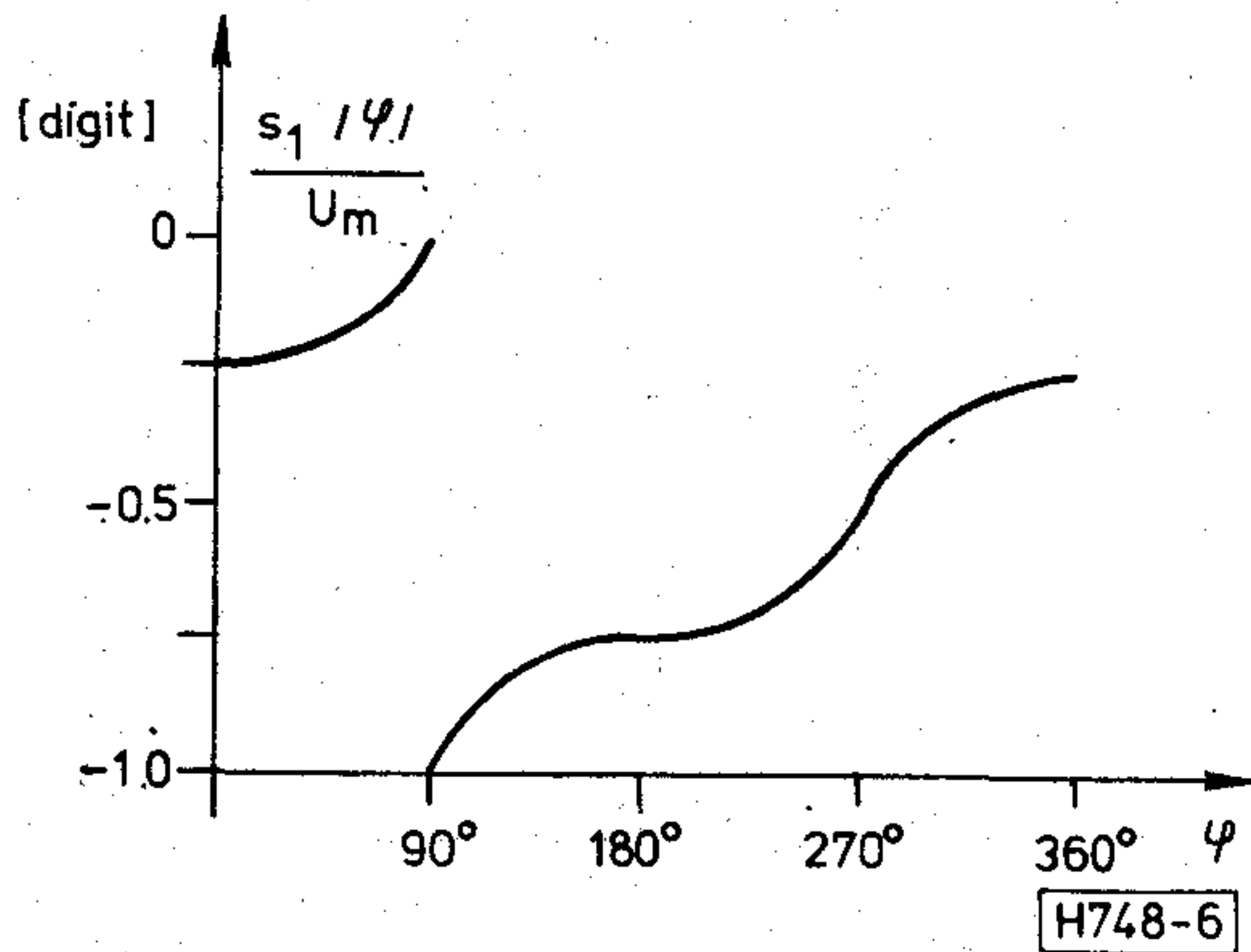
Határozzuk meg az  $s_1(\varphi)$  függvényt. (7) alapján az első maximum helye

$$t_{m1} = \frac{\arctg[4Q_0^2 - 1]^{1/2} - \alpha}{\omega_0'}, \quad (13)$$

ahol  $\alpha$   $\varphi$ -nek az (5) szerinti függvénye. Az  $s_1(\varphi)$

függvény  $t_{m1}$ -nek (6)-ba történő behelyettesítésével nyerhető. Az  $s_1(\varphi)$  függvény numerikus megoldásának eredménye a 6. ábrán látható [9].

$s_1(\varphi)/U_m$  gyakorlatilag független a rezonátor jó-sági tényezőjétől. Ha  $Q_0 < 20$ , vagyis a felbontóképesség rosszabb mint 1 dB, az  $s_1(\varphi)/U_m$  görbe kissé eltolódik a csökkenő  $\varphi$ -k irányába, ugyanis a lecsengés maximumai ilyenkor már nem esnek egybe a harmonikus tényező maximumaival.



6. ábra. A kikapcsolást követő első maximum és a mérendő jel viszonya a kikapcsolási fázis függvényében

Az  $s_1(\varphi)$  függvény érdekes hullámzást mutat, ami a rezonátor veszteségi teljesítményének időfüggésével magyarázható. Ez az időfüggés  $\sin^2$  alakú, vagyis egy állandó és egy kétszeres frekvenciájú tag összegeire bontható. Az állandó tag okozza az emelkedő jelleget, a harmonikus tag pedig a hullámzást. A  $0^\circ$  és a  $180^\circ$ -os fázishelyzetek a legalkalmasabbak a gerjesztés kikapcsolására. Ezek a pontok ugyanis az  $s_1(\varphi)$  függvény inflexiós pontjai, és itt az elkerülhetetlen  $\pm 45^\circ$ -os fázisingadozás mindössze  $\pm 0,05$  digit mérési bizonytalanságot vált ki.

Végezetül határozzuk meg  $t_d$  optimális értékét (12) alapján.

$$t_{\text{dopt}} = \frac{3\pi}{2\omega_0} \quad (14)$$

### A javasolt eljárás részletes analízise

A javasolt mérési rendszer a fizikai működés ismertetésekor bemutatott 2. ábrán látható. Ehhez idáig egyetlen kiegészítést tettünk, ti. hogy a vezérlő fokozat szinkronjelet kap a komparátortól a kikapcsolás fázishelyzetének rögzítéséhez. A számláló-kijelző és a vezérlő fokozatok működésével nem foglalkozunk részletesebben, mivel ezek nincsenek közvetlen hatással a mérési karakterisztikára. Így csupán három kérdésre kell választ adnunk, ti. hogy milyen hibákat okoz a kapcsoló, a rezonátor és a komparátor ideálistól való eltérése, ill. hogy milyen módszerekkel küszöbölhetők ki ezeknek a tökéletlenségeknek a hatása.

### A kapcsoló ideálistól való eltérésének hatása

A kapcsoló várhatóan bekapcsolt állapotban is csillapítani fogja a továbbítandó jelet, és kikapcsolt állapotban is átengedi annak egy részét. Ugyanakkor a kapcsoló jelet beszívárogtatja a jelcsatornába, nagy jelek átvitelekor nemlineáris torzításokat okoz, kis jelek esetén pedig káros mértékű additív zajt kever a hasznos jelhez — vagyis működése korántsem ideális. Mivel a kapcsoló ki- és bekapcsolt átviteli csillapításai közti viszony tetszőlegesen fokozható több kapcsoló soros alkalmazásával, a kapcsolónak ez a tökéletlensége nem feltétlenül befolyásolja a mérési karakterisztikát. A kapcsoló keltette zajok hatását szintén nem vizsgáljuk, ugyanis a kapcsolót, mint zajforrást, az erősen szelektív rezonátor követi, így annak zavaró hatása elhanyagolható a komparátor saját bemeneti zajához viszonyítva. A kapcsoló nagy jelek esetén mutatkozó nemlinearitása (a rezonátor hasonló tulajdonságával együtt) a dinamikatartomány felső határát meghatározó tényező. Ez a nemlinearitás azonban korszerű eszközök esetén néhány voltos jelszintig 0,1% alatt marad, így elhanyagolható.

Egyedül a kapcsoló jelnek a jelcsatornába történő beszívargása jelent olyan problémát, amellyel részletesebben kell foglalkoznunk. Könnyen belátható, hogy a kapcsoló jel elnyomása szempontjából nem, vagy csak nehezen tartható specifikációk adódnak a kapcsolóra. A jelcsatornába beszívargó kapcsoló jelet a továbbiakban nevezzük a kapcsoló tranziensének. Ez a tranziens meglengeti a rezonátort, és ez a káros lengés hozzáadódik a hasznos lecsengéshez, ami hamis detektálást okozhat.

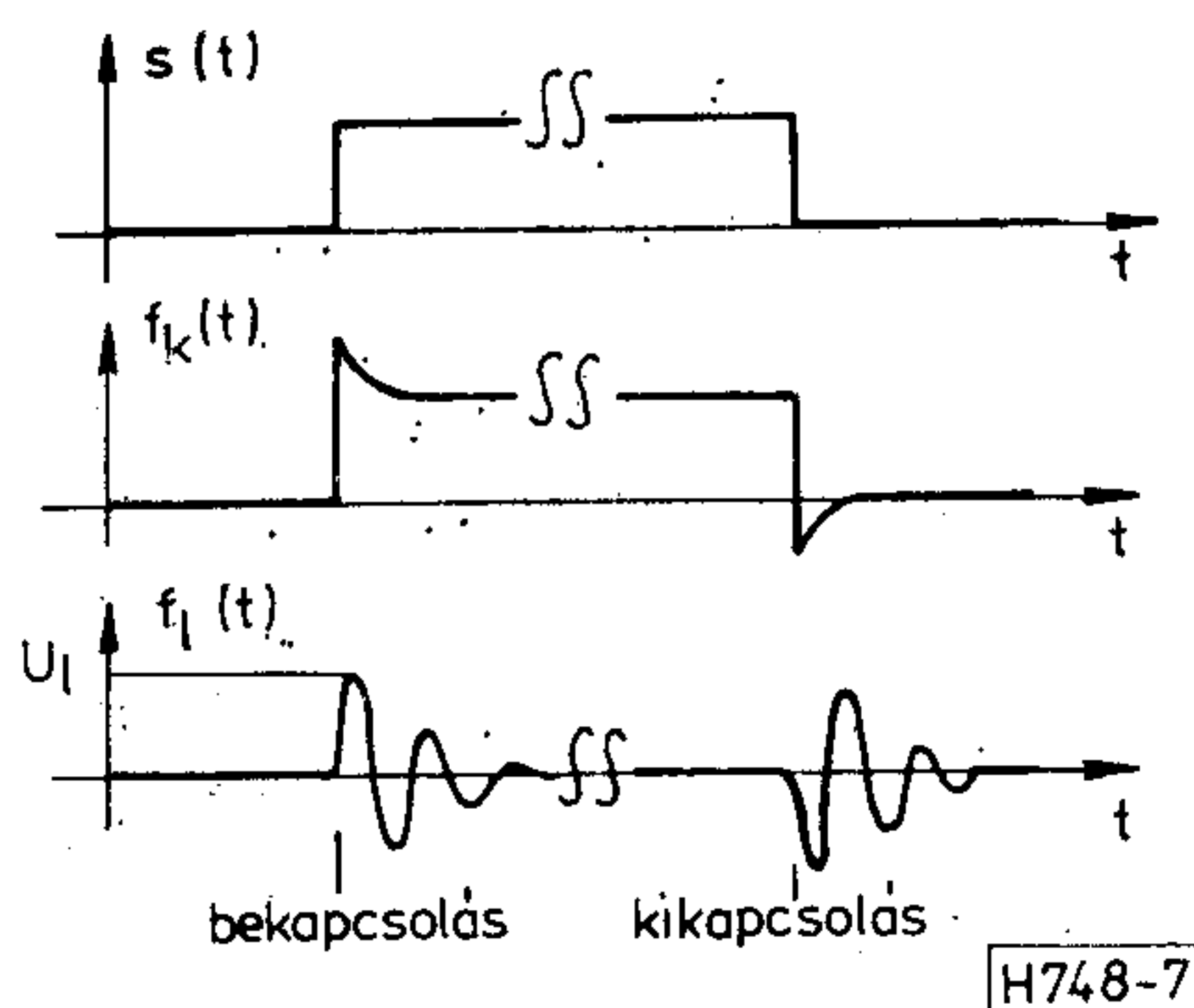
Először is becsüljük meg, hogy mekkora az a kapcsoló okozta káros lengés, amely még nem vált ki hamis detektálást. Mivel ez a káros lengés a hasznos lecsengéssel azonos exponenciális módon tűnik el, nagy jelek esetén nyilvánvalóan elhanyagolható, és csak a dinamikatartomány alsó határán okoz nehézséget. A dinamikatartomány ( $D$ ) egyenlő a kapcsolón (és a rezonátoron) megengedhető maximális feszültség szint ( $U_{\text{max}}$ ) és a referenciaszint ( $U_0$ ) hányadosával. Ha a megengedhető maximális torzulást 0,1 digitben szabjuk meg, akkor a kapcsoló tranziense okozta káros lengés kezdeti amplitúdóját ( $U_i$ ) a referenciaszint ezredrésze alatt kell tartanunk (0,1 dB-es felbontóképesség mellett). 60 dB-es dinamikatartomány esetén ez azt jelenti, hogy  $U_{\text{max}}$ -nak legalább 120 dB-lel kell felülmúlnia  $U_i$ -et.

Ugyanekkora különbséget kell biztosítanunk a kapcsoló be- és kikapcsolt átviteli csillapítása között is, hogy a dinamikatartomány felső szakaszán se torzuljon a mérési karakterisztika 0,1 digitnél nagyobb mértékben, ez azonban, mint azt már korábban említettük, több kapcsoló soros alkalmazásával könnyen biztosítható.

A továbbiakban külön-külön vizsgáljuk a szorzó és a billenő típusú kapcsolók keltette tranzienseket.

#### Szorzó típusú kapcsolók

A legtöbb gyakorlatban használatos kapcsoló tranziensének jellege szerint szorzó típusú, vagyis a kapcsoló jel egy közel lineáris áthalláson keresztül szí-



7. ábra. A kapcsoló jel, a kapcsoló tranziense és a tranziens keltette káros lengés a rezonátoron

várog be a jelcsatornába. Áthallás elsősorban a kapcsoló egyenáramú és kapacitív kiegyenlítettensége miatt lép fel, így az áthallás az alábbi átviteli függvénnyel írható le:

$$K_a(p) = A_0 + pA_1, \quad (15)$$

ahol  $A_0$  és  $A_1$  a kapcsoló kiegyenlítettenségeire jellemző állandók. A jelcsatornába jutó kapcsoló jel ( $f_k(t)$ ) és a hatására a rezonátoron fellépő káros lengés ( $f_l(t)$ ) a 7. ábrán látható.

$s(t)$  és  $K_a(p)$  alapján  $f_l(t)$  Laplace-transzformációval egyszerűen meghatározható [9]. A kapcsoló tranziense okozta káros lengés kezdeti amplitúdója

$$U_l \approx \frac{A_0 + A_1\omega_0}{Q_0}. \quad (16)$$

(16) jobb oldalán a két közel  $90^\circ$ -kal eltolt komponens amplitúdóját az egyszerűség kedvéért összeadtuk. Mint az várható volt, az aperiodikus gerjesztésre a rezonátor egy olyan exponenciálisan lecsengő harmonikus lengéssel válaszol, melynek kezdeti amplitúdója fordítottan arányos a rezonátor jósaági tényezőjével.

A komparátor referenciaszintjének felső határát a kapcsolón torzítás nélkül átvihető maximális jel amplitúdója és a biztosítandó dinamikatartomány határozza meg.

$$U_0 \leq \frac{U_{\max}}{D} \quad (17)$$

A maximálisan  $U_l$  amplitúdójú lengés okozta relatív zavar mértékét adjuk meg a  $Z_r = U_l/D_k$  viszonyval, ahol  $D_k$  a referenciaszintre vonatkoztatott abszolút felbontóképesség.

$$D_k = U_0[1 - 10^{-d/20}] \quad (18)$$

A relatív felbontóképesség ( $d$ ) értékét (10)-ből helyettesítsük be (18)-ba.

$$D_k \approx U_0\pi/Q_0 \quad (19)$$

A zavar relatív mértéke

$$Z_r \approx \frac{A_0 + A_1\omega_0}{U_0\pi}. \quad (20)$$

Végül (17) felhasználásával

$$Z_r \approx \frac{A_0 + A_1\omega_0}{U_{\max}} \frac{D}{\pi}. \quad (21)$$

A (21) szerinti relatív zavar értéke elsősorban az alkalmazott kapcsoló paramétereit tartalmazó első tényezőtől függ.  $Z_r$  értéke jó minőségű kétszeresen kiegyenlített kapcsolók esetén is meghaladja a kívánatos 0,1-es határt, és a kiegyenlítetttséget meghatározó szimmetria hőfokfüggése miatt nem csökkenthető tovább [9]. A továbbiakban bebizonyítjuk, hogy a kapcsoló lelassításával a szükséges javulás könnyen biztosítható.

#### A kapcsoló lelassításának hatása a kapcsoló tranziensére

Mi történik, ha a kapcsolót az eredetileg javasolt eljárástól eltérően nem pillanatszerűen, hanem lelassítva (néhány, vagy néhányszor tíz lengési periódus alatt) kapcsoljuk ki? Bebizonyítható, hogy a kapcsoló tranziense által kiváltott káros lengés a lassítás módjától és mértékétől függően jelentősen csökkenni fog. A káros lengés csökkenése lehetőséget nyújt a referenciaszint csökkentésére a detektálási bizonytalanság növekedése nélkül, vagyis a dinamikatartomány növelhető. Ugyanakkor a lecsengés kezdeti szakasza a kikapcsolás teljes befejezéséig torzulni fog, nem lesz exponenciális. Ha a lelassított kikapcsolási folyamat  $k$  periódust vesz igénybe, a lecsengés maximumaiból összeállított sorozat is csak a  $k$ -adik tagtól lesz geometriai sorozat. A számlálásnál figyelembe vehető első tag ( $s_k$ ) így jelentősen kisebb lesz  $U_m$ -nél ( $U_m \leq U_{\max}$ ), vagyis a dinamikatartomány felső határa is csökken.

Az alábbiakban meghatározzuk a dinamikatartomány alsó és felső határának csökkenését, ill. a dinamikatartomány eredő növekedését a lassítás mértékétől függően. Az egyszerűség kedvéért csak egyetlen lassítási móddal fogunk foglalkozni, amikor is a kapcsoló jelet egy  $K_l(p)$  átviteli függvénnyel jellemezhető elsőfokú integrátoron vezetjük keresztül.

$$K_l(p) = \frac{1}{1 + p\tau_l}, \quad (22)$$

ahol  $\tau_l$  az integrátor időállandója.

Először is becsüljük meg  $s_k$  értékét! A lelassított kapcsoló jel  $2\pi\tau_l$  idő elteltével 0,2% pontosan megközelíti az állandósult állapotát, tehát ennyi idő alatt a lelassított kapcsoló is teljesen kikapcsol. A számlálásnál figyelembe vehető első maximum  $s_k = U_m q_k$ , ahol  $q_k$  a dinamikatartomány felső határának csökkenését jelöli.  $q_k \geq q^k$ , mivel a kapcsoló átmeneti állapota során a rezonátor kimenő jele lassabban csökken, mint a teljesen kikapcsolt esetben.

$$-20 \log q_k \leq \frac{2\pi\tau_l d}{T'_0} \approx \tau_l \omega_0 d, \quad (23)$$

ahol  $T'_0$  a rezonátor sajátrezgésének a periódusideje.

A lelassított kapcsoló tranziense okozta káros lengés a rezonátoron (1), (15) és (22) felhasználásával pontosan meghatározható [9]. A számítások alapján megállapítható, hogy a lelassított kapcsoló tran-

ziense keltette káros lengés kezdeti amplitúdója ( $U_{II}$ ) jelentősen csökken az eredeti esethez képest.

$$U_{II} \approx \frac{U_I}{\omega_0 \tau_I} \quad (24)$$

Ha a dinamikartományt alulról korlátozó egyéb tényezőket (pl. a komparátor zajérzékenységet) elhanyagoljuk, a lassítás hatására a komparátor referenciaszintje  $\omega_0 \tau_I$ -ed részére csökkenthető a pillanat-szerű kikapcsolás esetéhez képest.

A dinamikartomány teljes növekedése ( $D_d$ ) (23) és (24) alapján meghatározható.

$$D_d[\text{dB}] = 20 \log(\omega_0 \tau_I) - \omega_0 \tau_I d \quad (25)$$

(25) alapján differenciálással meghatározható az optimális lassítás mértéke ( $\tau_{\text{opt}}$ ).

$$\omega_0 \tau_{\text{opt}} = \frac{20}{d \ln 10} \quad (26)$$

0,1 dB-es felbontóképesség esetén  $\omega_0 \tau_{\text{opt}} \approx 80$ , és az elérhető dinamikartomány-növekedés pedig maximálisan kb. 30 dB. Mivel ekkora dinamikartomány-növelésre (a kapcsolót illetően) nincs szükség, általában megelégedhetünk egy  $\omega_0 \tau_I = 10$ -es lassítással [9].

A kapcsoló egyszerű lelassítása tehát lehetőséget nyújt a kapcsoló tranziense keltette káros lengések jelentős csökkentésére. Finomabb felbontóképesség esetén a módszer hatékonysága tovább javul, ugyanis a lassítás mértéke jelentősen növelhető a dinamikartomány felső határának lényeges csökkenése nélkül.

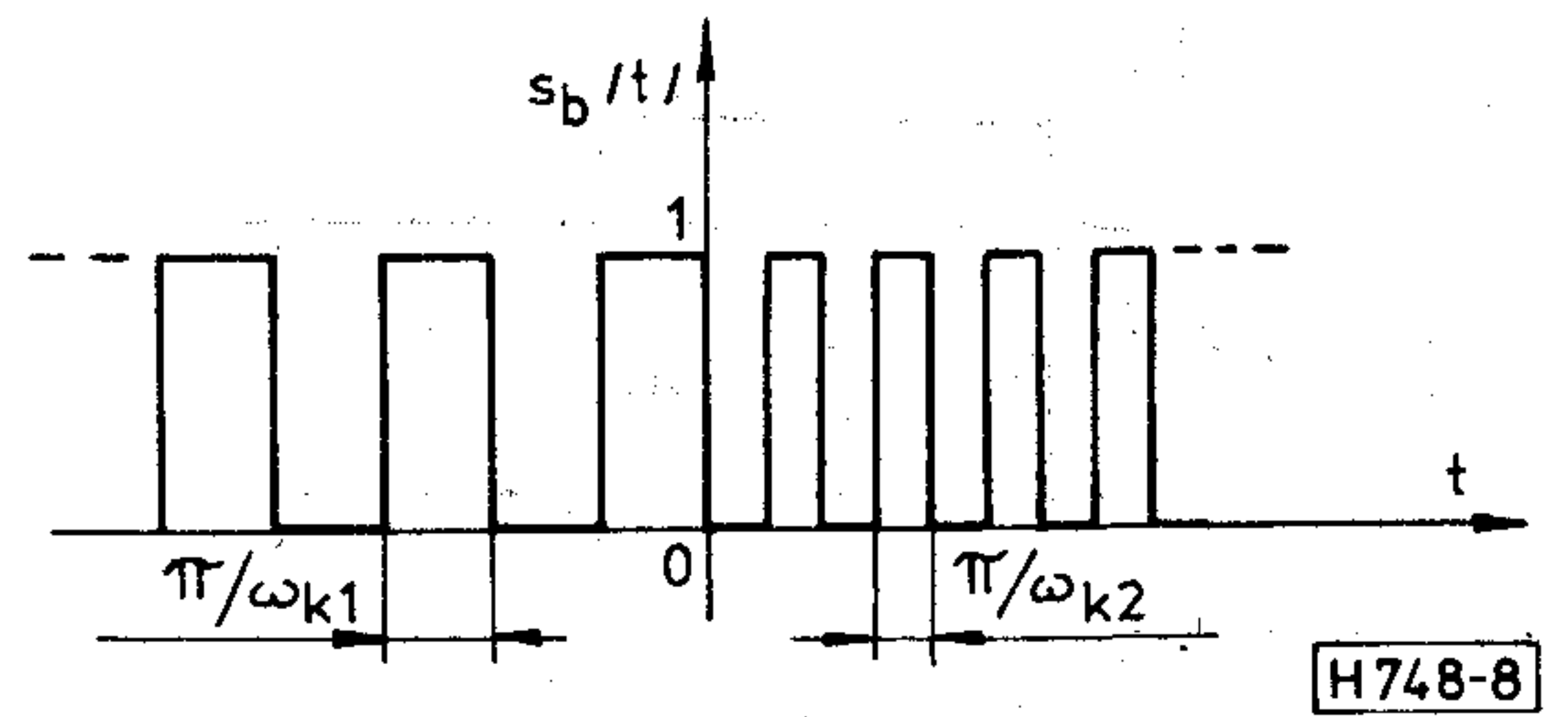
#### A kapcsoló keverőként történő megvalósítása

A továbbiakban megvizsgáljuk, hogy mennyiben tekinthető a rezonátort gerjesztő jel elhangolása egyenértékűnek a jel kikapcsolásával. Bebizonyítjuk, hogy a gerjesztő jel elhangolásával egy kedvező tulajdonságokkal rendelkező „kapcsolót” alakíthatunk ki, melynek káros tranziensei lényegesen kisebbek az eredeti kapcsolóéhoz képest.

A gerjesztő jel elhangolását keveréssel oldjuk meg. Az eredeti javaslat szerint a rezonátort gerjesztő  $\omega_0$  frekvenciájú jelet a mérési ciklus során egyszer ki-, ill. bekapcsoljuk. A módosított változatban a mérendő jel frekvenciája  $\omega_{be}$  eltér a rezonátor sajátfrekvenciájától, pl.  $\omega_{be} \gg \omega_0$ . A kapcsolót a „bekapcsolt” állapotban  $\omega_{kl} = \omega_{be} + \omega_0$ , a „kikapcsolt” állapotban pedig  $\omega_{k2} = 2\omega_{k1}$  frekvenciával ki-be kapcsolgatjuk. Ezt az eljárást a továbbiakban a kapcsoló billegtetésének nevezzük. Kimutatjuk, hogy ebben az esetben a rezonátor lecsengése nem lesz exponenciális, tehát ez az eljárás már elvi hibát is tartalmaz, ez a hiba azonban elegendően kicsi, így elhanyagolható.

A módosított kapcsoló jel a 8. ábrán látható, pontos időfüggése pedig az alábbi:

$$s_b(t) = [1(-t) - 1(-t + \pi/\omega_{k1}) + 1(-t + 2\pi/\omega_{k1}) \dots] + [1(t - \pi/\omega_{k2}) - 1(t - 2\pi/\omega_{k2}) + \dots] \quad (27)$$



8. ábra. A módosított billegtető kapcsoló jel

$s_b(t)$ -t állítsuk elő felharmonikus tagok összegeként.

$$s_b(t) = 1/2 + \sum_{n=1}^{\infty} 1(-t) C_n \sin(-n\omega_{k1}t) - \sum_{n=1}^{\infty} 1(t) C_n \sin(n\omega_{k2}t) \quad (28)$$

(28)-ban az első összegzés a kikapcsolás előtti, a második pedig a kikapcsolás utáni impulzusokat állítja elő. Mindkét összegzésből kiemeltük az 1/2 értékű nulladik felharmonikust, és a koszinuszos tagokat nem is jelöltük, mivel azok együtthatói mind zérusok. A (28) szerinti kapcsoló jel nem belépő függvény, így a Laplace-transzformációs megoldás során nehézségek léphetnek fel. A továbbiakban ezért feltételezzük, hogy  $s_b(t)$  még egy  $1(t+T_b)$  belépő függvénnyel is meg van szorozva, és  $T_b$  elég nagy ahhoz, hogy a  $t=0$  pont környezetében ennek a szorzásnak a hatása már elhanyagolható legyen.

A rezonátor kikapcsolás utáni kimenő jele,  $U_{kib}(t)$ , a hasznos lecsengés,  $U_{kit}(t)$  és egy hibatag,  $U_{kih}(t)$  összegeként adható meg.

$$U_{kib}(t) = U_{kit}(t) + U_{kih}(t) \quad (29)$$

A billegtetéses eljárás esetén az átkapcsolás pillanatában a kapcsoló jel frekvenciája megváltozik az  $\omega_{k1} = \omega_{be} + \omega_0$  értékről egy jóval nagyobb, pl. kétszeres frekvenciájú  $\omega_{k2}$  értékre. A rezonátort gerjesztő  $s_b(t)U_m \sin \omega_{be}t$  jel négy additív komponensre bontható. Egyrészt egy  $\omega_{be}$  frekvenciájú,  $U_m/2$ -es amplitúdójú harmonikus tagra, másrészt egy  $\omega_0$  frekvenciájú,  $U_m C_1$  amplitúdójú, a  $t=0$  pillanatban kikapcsolt jelre, harmadrészt  $n\omega_{k1} - \omega_{be}$  ( $n \neq 1$ ) és  $n\omega_{k1} + \omega_{be}$  frekvenciájú,  $U_m C_n$  amplitúdójú, a  $t=0$  pillanatban kikapcsolt harmonikus jelek összegére és negyedrészt pedig  $n\omega_{k2} \pm \omega_{be}$  frekvenciájú,  $U_m C_n$  amplitúdójú, a  $t=0$  pillanatban bekapcsolt harmonikus jelek összegére.  $U_{kit}(t)$  a rezonátor válasza a másodikként említett tagra,  $U_{kih}(t)$  pedig a gerjesztő jel összes többi komponensére.

Az  $U_{kih}(t)$ -t létrehozó gerjesztő jel komponensek frekvenciáját általánosságban jelöljük  $\omega_x$ -szel, és vezessük be az alábbi jelölést:

$$\eta = \frac{\omega_x}{\omega_0} \quad (30)$$

$\omega_x$  lehetséges értékei  $\omega_{be}$ ,  $n\omega_{k1} \pm \omega_{be}$  és  $n\omega_{k2} \pm \omega_{be}$ , kivéve az  $\omega_x = \omega_{k1} - \omega_{be} = \omega_0$  esetet. A részletes számítások [9] azt mutatják, hogy az  $U_{kih}(t)$ -t létrehozó komponensek csak a rezonátor szelektivitása által meghatározott  $K_{\eta, q_0}$  tényezővel csökkentett amplitúdójú káros lengéseket tudnak létrehozni a rezoná-

toron.  $K_{\eta, Q_0}$  a 9. ábrán látható. Becsüljük meg a fel-lépő káros lengések hatását a következő frekvenciák esetén:  $\omega_{be} = 30\omega_0$ ,  $\omega_{k1} = 31\omega_0$  és  $\omega_{k2} = 2\omega_{k1}$ . Így  $\eta$  minden komponensre nagyobb, mint 30, és a rezonátor szelektivitásából adódó elnyomás 0,1 dB-es felbontóképesség esetén legalább 80 dB lesz. Be-látható, hogy az  $U_{kih}(t)$  hibafüggvény képzésekor végzendő összegzés nem vezethet az eredmény lényeges növekedésére, hiszen a növekvő frekvenciájú komponensekre nemcsak a növekvő értékű elnyomás hat, de azok amplitúdója ( $C_n$ ) már a gerjesztő jelben is erősen csökkenő irányzatú.

$$C_n = 2/\pi n, \text{ ha } n \text{ páratlan, különben pedig } C_n = 0. \quad (31)$$

A későbbiekben kimutatjuk, hogy célszerű a kom-parátort is bizonyos fokig szelektívvé tenni, így az említett 80 dB-nél jóval nagyobb, legalább 120 dB-es elnyomás érhető el a billegtetés keltette káros nagyfrekvenciás lengésekre.

Végeredményben megállapíthatjuk, hogy a billeg-tetési eljárás esetén az exponenciális lecsengés né-mileg eltorzul, a hasznos jel mellett hasonló módon eltűnő és állandósult lengések is fellépnek. Ha azon-ban a billegtetés frekvenciája legalább 10–30-szoro-san felülmúlja a rezonátor sajátfrekvenciáját, ezek a káros lengések teljesen elhanyagolhatók lesznek. Következésképpen a gerjesztés egyszerű kikapcso-lása helyettesíthető a gerjesztő jel szaggatásával. A továbbiakban kimutatjuk, hogy egy ilyen helyet-tetés rendkívül előnyös lehet a kapcsoló tranziense keltette káros lengések elnyomása szempontjából.

#### A kapcsoló tranziensei billegtetés esetén

A kapcsoló ki- és bekapcsolása exponenciálisan el-tűnő lengéseket vált ki a rezonátoron,  $f_{11}(t)$ -t és  $f_{12}(t)$ -t.

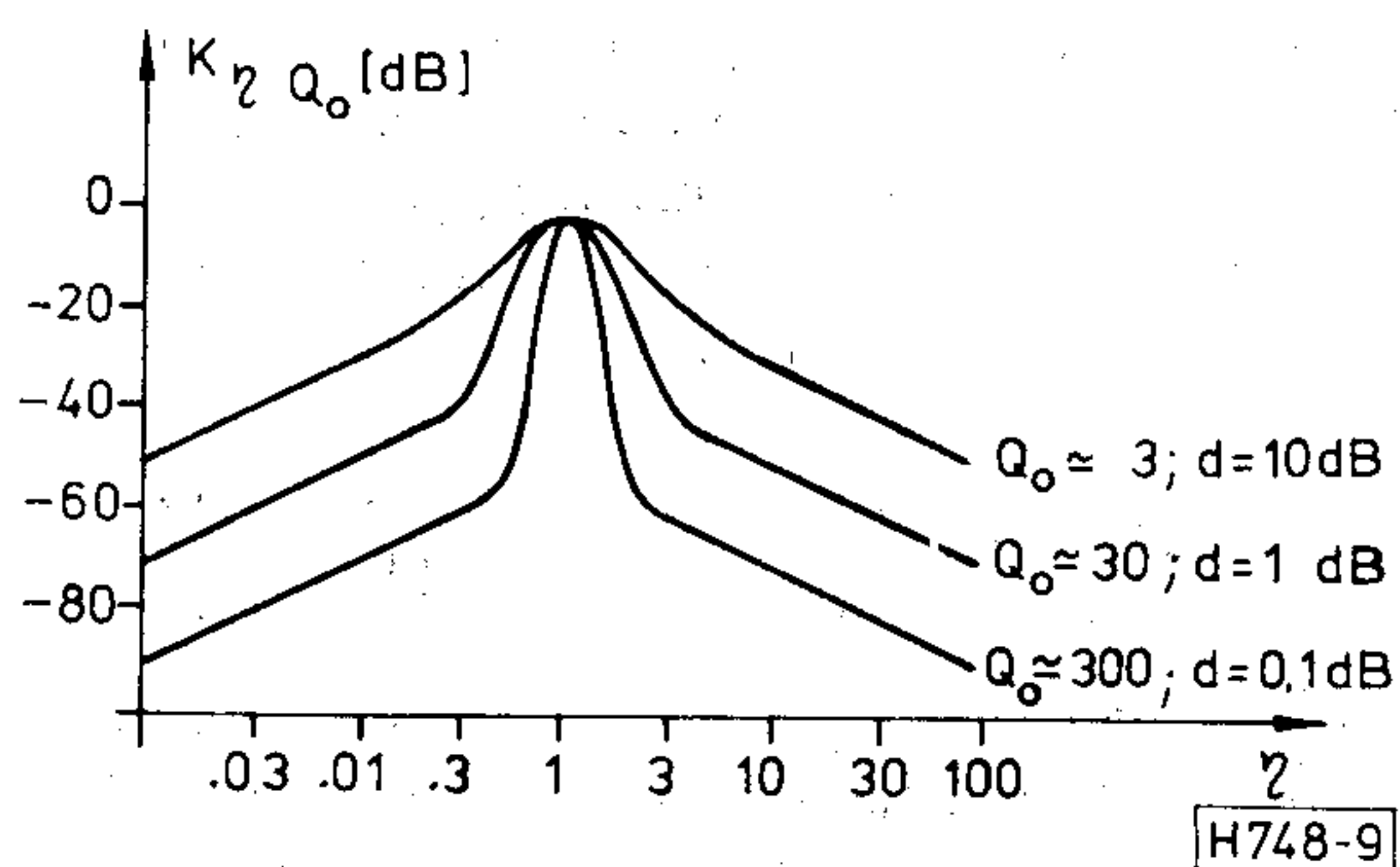
$$f_{11}(t) = U_{11} e^{-\omega_0 t / 2Q_0} \sin \omega_0' t \quad (32)$$

$$f_{12}(t) = U_{12} e^{-\omega_0 t / 2Q_0} \sin \omega_0' t \quad (33)$$

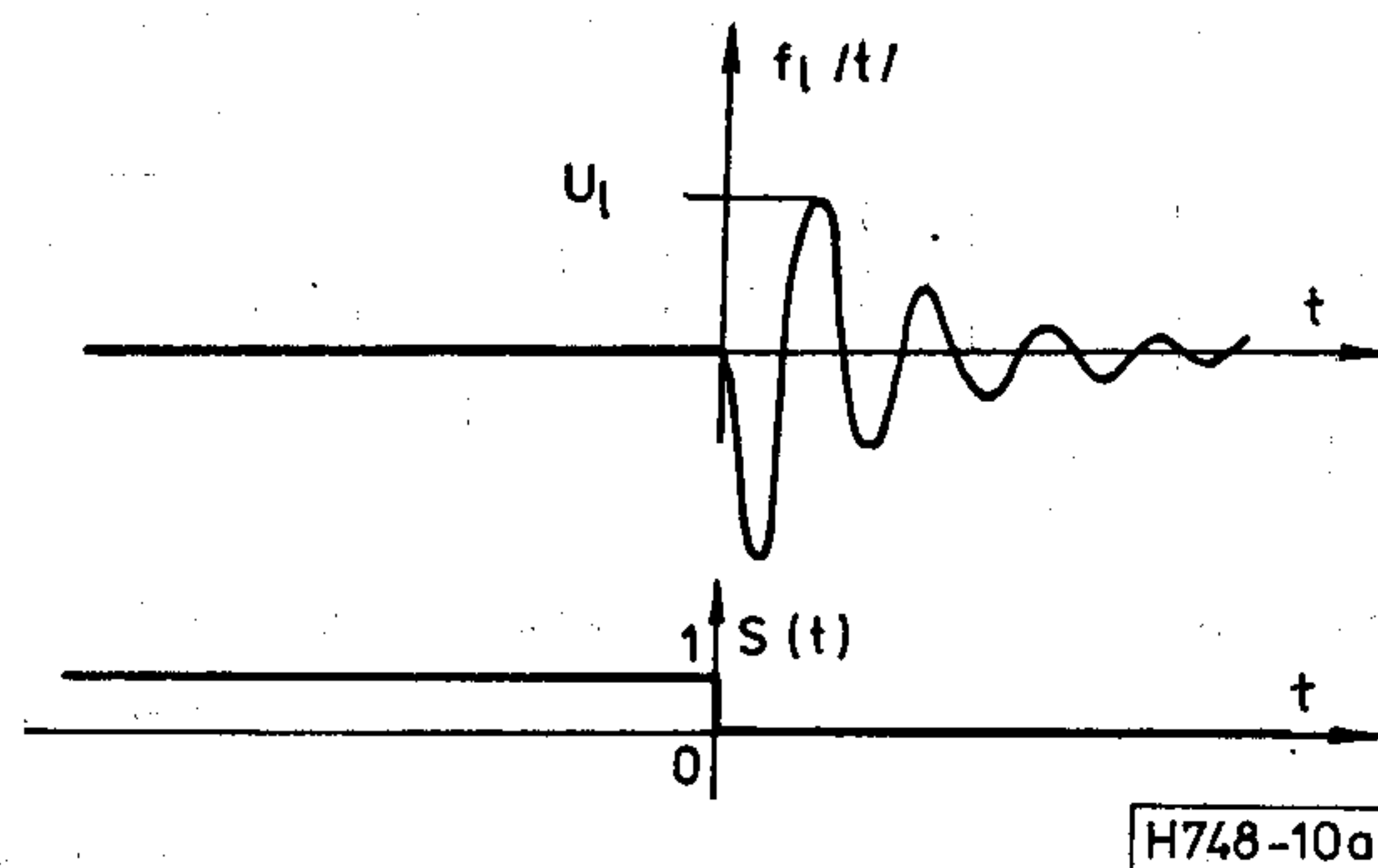
Mivel a jelcsatornába kerülő kapcsolási tranziensek a rezonátor periódusidejéhez képest gyorsan el-tűnnek,  $f_{11}(t)$  és  $f_{12}(t)$  jellege nem függ a tranziens tényleges alakjától, és  $U_{11}$ , ill.  $U_{12}Q_0$ -al fordítottan arányos. A kapcsoló ki-be kapcsolgatása az alábbi  $f_{1b}(t)$  káros lengést hozza létre a rezonátoron:

$$f_{1b}(t) = f_{11}(t) + f_{12}(t - \pi/\omega_k) + f_{11}(t - 2\pi/\omega_k) \dots, \quad (34)$$

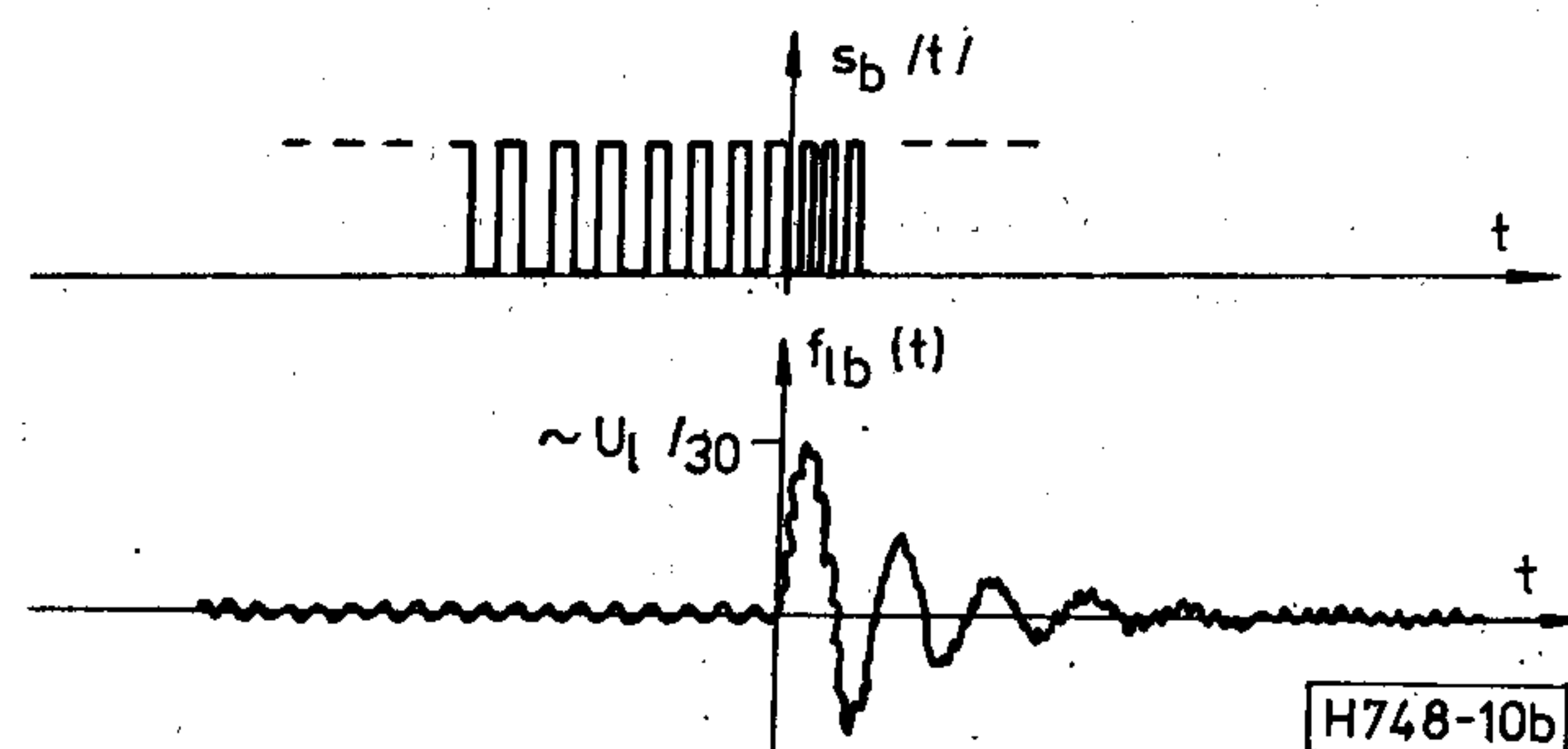
ahol  $\omega_k$  az éppen aktuális kapcsolgatási frekvencia.



9. ábra. A rezonátor átvitele a rezonanciafrekvenciá-ra normálva



10a ábra. A rezonátor káros lengése egyszerű kikapcsolás esetén



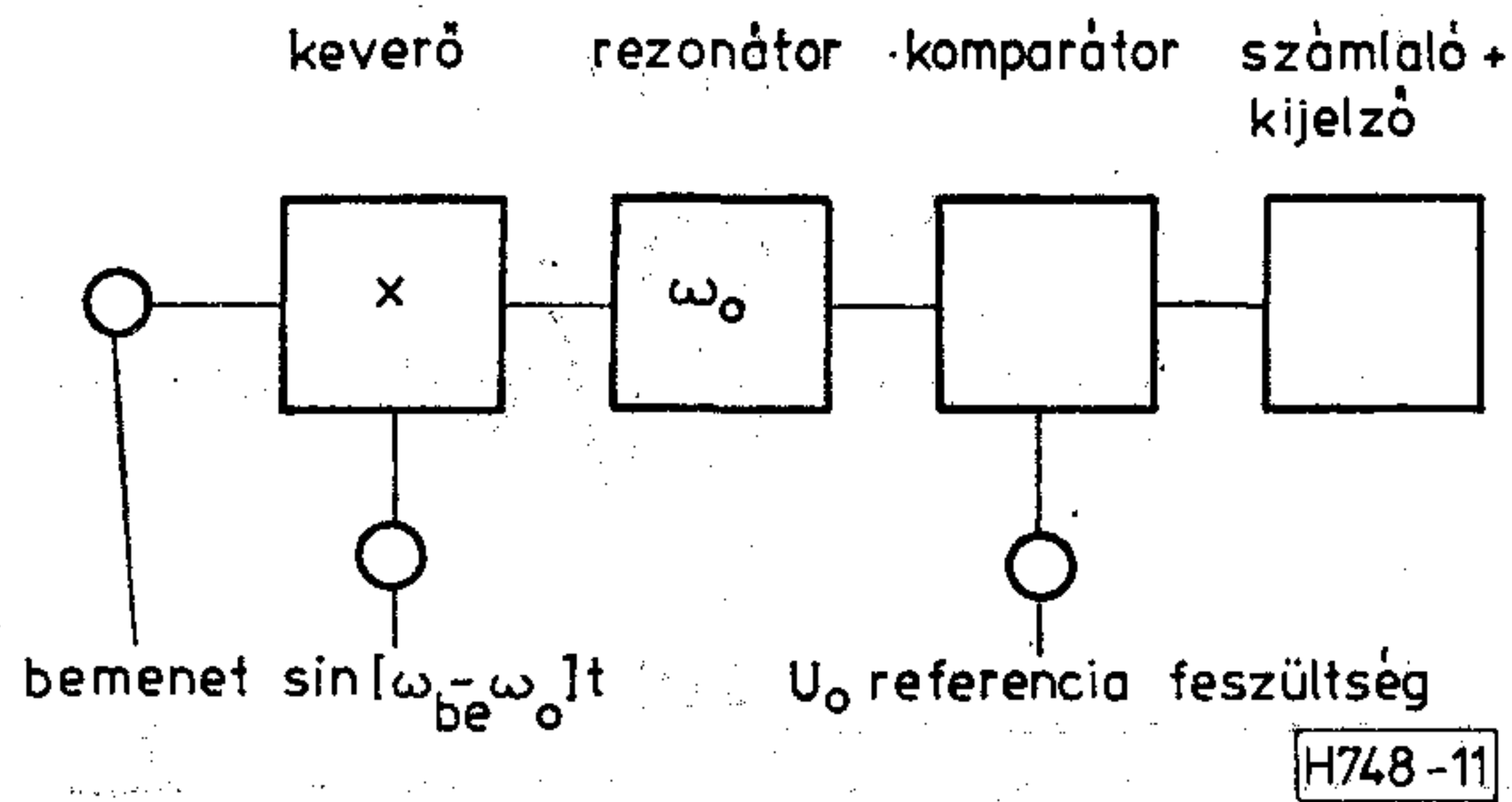
10b ábra. A rezonátor káros lengése billegtetési ki-kapcsolás esetén

Szorzó típusú kapcsolók esetén  $U_{11} \simeq -U_{12}$ . A kap-soló minden egyes állapotváltozásakor egy exponen-ciálisan eltűnő harmonikus lengés keletkezik, még-pedig az átváltás irányától függő, de mindig az elő-zővel ellenkező előjellel. Ha a kapcsolgatás elég gyors, akkor egy nagyon kicsi fáziseltéréstől eltekint-ve ellenkező előjelű, különben pedig közel azonos lengések adódnak össze, vagyis gyengítik egymást. A 10a ábrán látható az egyetlen állapotváltás kel-tette lengés lefolyása. A 10b ábra a billegtetés ese-tén fellépő lényegesen kisebb káros lengést mutatja  $\omega_{k1}/\omega_0 = 30$ -as viszony mellett.

A kapcsoló keltette káros lengésnek mindig egy bizonyos határ alatt kell maradnia (pl. 0,1 dB-es felbontóképesség esetén ez a határ a referenciaszint ezredrésze), így az, hogy  $f_{1b}(t)$  egy idővel el nem tűnő komponenst is tartalmaz, nem jelent semmiféle hát-rányt. A különböző eljárások között reális össze-hasonlítási alap a tranziensek keltette káros lengé-sek kezdeti amplitúdója lehet. Egy ilyen összeha-sonlítás a korábban használt frekvenciák esetén kb. 30-szoros javulást mutat a billegtetési eljárás ja-vára [9].

#### A keverési funkció kiterjesztése

A keverési funkció kiterjesztésén alapuló válto-zat tömbvázlata a 11. ábrán látható. A mért jel frekvenciája ebben az esetben változó lehet. „Be-kapcsoláskor” a kapcsolót  $\omega_{be} + \omega_0$  frekvenciával bil-legtetjük, „kikapcsoláskor” pedig a billegtetést meg-szüntetjük vagy elhangoljuk. A kapcsoló látszólagos zárási csillapítása rendkívül nagy lesz, hiszen „ki-kapcsolt” állapotban nem juthat  $\omega_0$  frekvenciájú



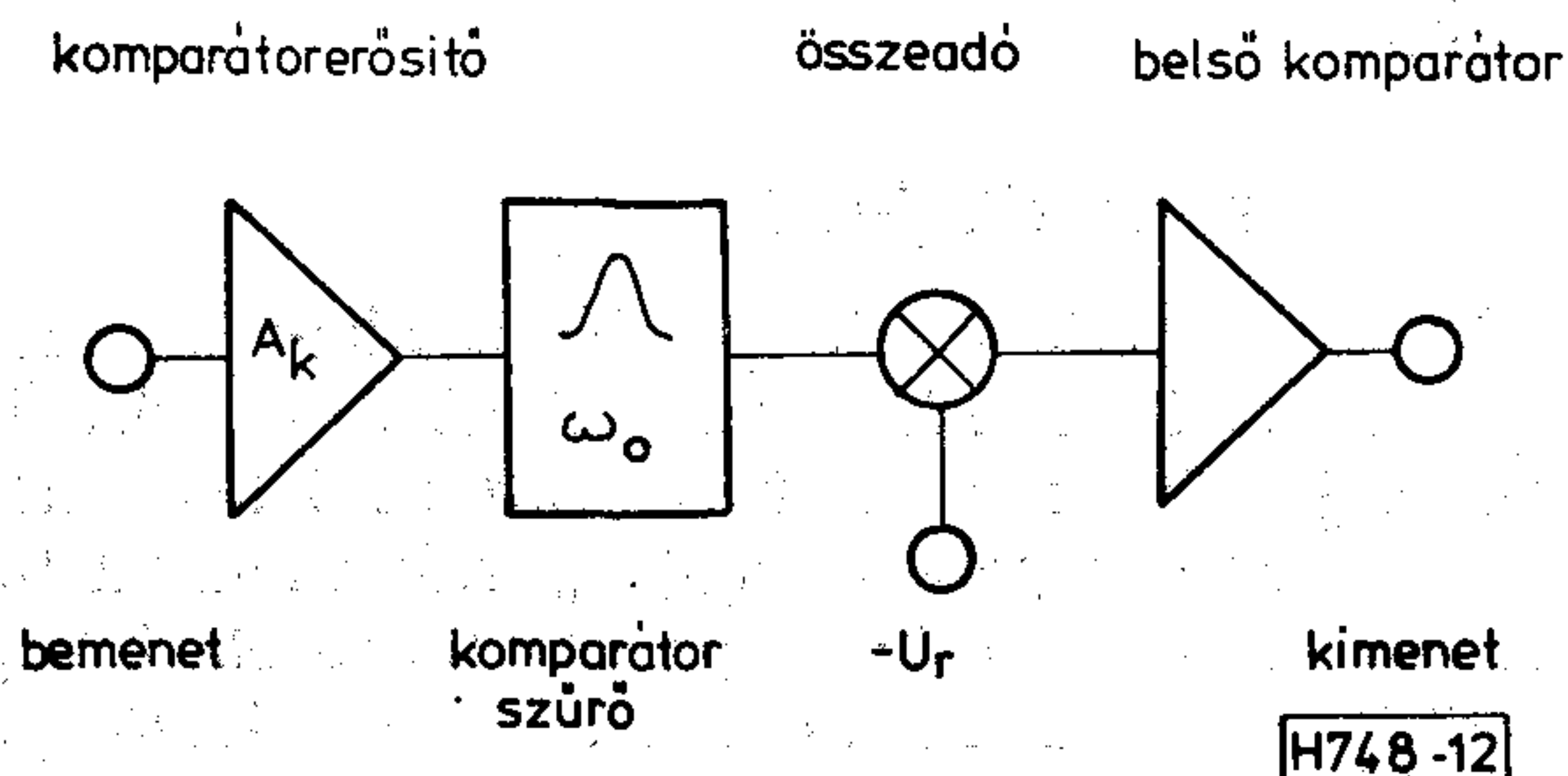
11. ábra. Módosított mérési eljárás a keverési funkció kiterjesztésével

gerjesztés a nagy jósági tényezőjű rezonátorra az esetleges szivárgások ellenére sem. Elegendő lehet tehát egy egyfokozatú kapcsoló alkalmazása is, nem beszélve arról, hogy nincs szükség külön keverőre. Bár a működés ilyenkor is szuperheterodin rendszerűnek tekinthető, a zajok és idegen jelek elnyomása csak korlátozott lehet. Nem alkalmazhatunk ugyanis külön KF szűrőt, és annak szerepét így kizárólag a rezonátor játssza, általában nem kielégítő szelektivitást biztosítva. Ennek ellenére, speciális feladatok megoldására ez a rendkívül „gazdaságos” mérési elv előnyösen alkalmazható lehet.

#### A komparátor ideálistól való eltéréseinek hatása

Mivel a kapcsoló maximálisan néhány volt amplitúdójú jeleket tud káros torzítás nélkül a rezonátorra csatolni, 60 dB-es dinamikataromány mellett a komparálási szintet néhány millivoltra kell választanunk. 0,1 dB-es felbontóképeség esetén ezt a szintet 1%-nál pontosabban kell detektálnunk, vagyis a megengedhető bizonytalanság nem lehet nagyobb néhány mikrovoltnál. Ilyen kis jelek pontos detektálása a 12. ábra szerinti komparátorral valósítható meg.

A komparátorerősítő 60 dB-lel erősíti a detektálható jelet, és a komparálási szintnél 10 dB-lel nagyobb jeleket határolja. A felerősített jelből a komparátorszűrő választja ki a hasznos komponenst, elnyomva részben az erősítés során fellépő zajokat, másrészt a komparátorerősítő határolása miatt jelentkező felharmonikusokat. A felerősített és megszűrt jel szintjét egy  $U_r$  referenciafeszültségű belső komparátor detektálja, így a komparátor eredő referenciaszintje  $U_0 = U_r/A_k$ , ahol  $A_k$  a komparátorerősítő erősítése. Könnyen belátható, hogy a java-



12. ábra. A komparátor részletes tömbvázlata

solt komparátorral kapcsolatban csupán a megfelelő zajvédetség biztosítása okozhat megvalósítási nehézséget.

#### A komparátor zajvédetségének biztosítása

A komparátor zajvédetségének biztosítása leg-egyszerűbben a komparátor szelektív tételével oldható meg. Bár elvileg a rezonátor ideális exponenciális lecsengése csak egy végtelen sáv szélességű komparátorral követhető torzulás nélkül, a gyakorlatban nem célszerű a komparátor sáv szélességének a fokozására törekednünk, sőt előnyösebb annak szándékos korlátozása a zajok okozta detektálási bizonytalanság csökkentése érdekében. Az alábbiakban meghatározzuk azt a határt, ameddig a komparátor sáv szélességét csökkentve még nem lépnek fel káros (kb. 0,1 digitnél nagyobb) torzulások.

A  $K_s(p)$  átviteli függvénnyel jellemezhető komparátorszűrő beiktatásának hatására a rezonátor exponenciális lecsengése,  $U_{kit}(t)$  torzulva jelenik meg a belső komparátor bemenetén,  $U_s(t)$ . A torzulás jellege és mértéke Laplace-transzformációval határozható meg [9].

$$U_s(t) = K_s U_{kit}(t - \tau_s) + U_h(t) \quad (35)$$

A (35) szerinti felbontás jogossága közvetlenül következik a kifejtési tétel alkalmazásából.

$$K_s = |K_s(p_r)| \quad (36)$$

$$\tau_s = \frac{\arccos K_s(p_r)}{\omega'_0}, \quad (37)$$

ahol  $p_r$  a rezonátor átviteli függvényének egyik pólusa.

$$p_r = -\frac{\omega_0}{2Q_0} + j\omega'_0 \quad (38)$$

A komparátorszűrő alkalmas megválasztásával biztosítható, hogy  $K_s = 1$  és  $\tau_s = 0$  legyen, így a torzulás egyszerűen az  $U_h(t)$  additív hibafüggvénnyel írható le.

Válasszunk komparátorszűrőnek egy  $K_s(p)$  átviteli függvénnyel leírható  $\omega_0$  frekvenciára hangolt,  $n$ -szeres, valós pólusú szűrőt.

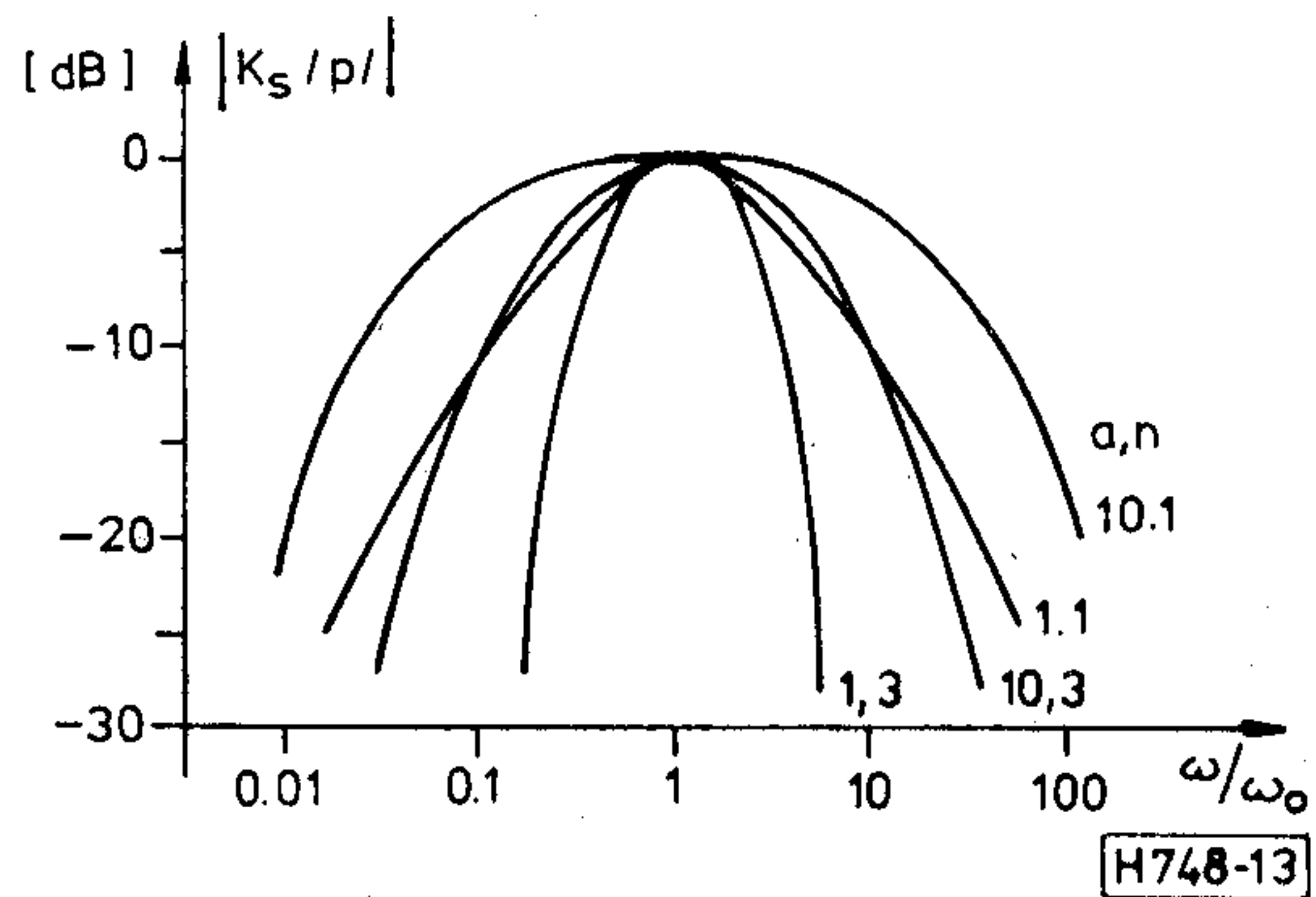
$$K_s(p) = [K_{sa}(p)]^n \quad (39)$$

$$K_{sa}(p) = \frac{1 + a^2}{a^2} \frac{pa/\omega_0}{(1 + pa/\omega_0)(1 + p/a\omega_0)} \quad (40)$$

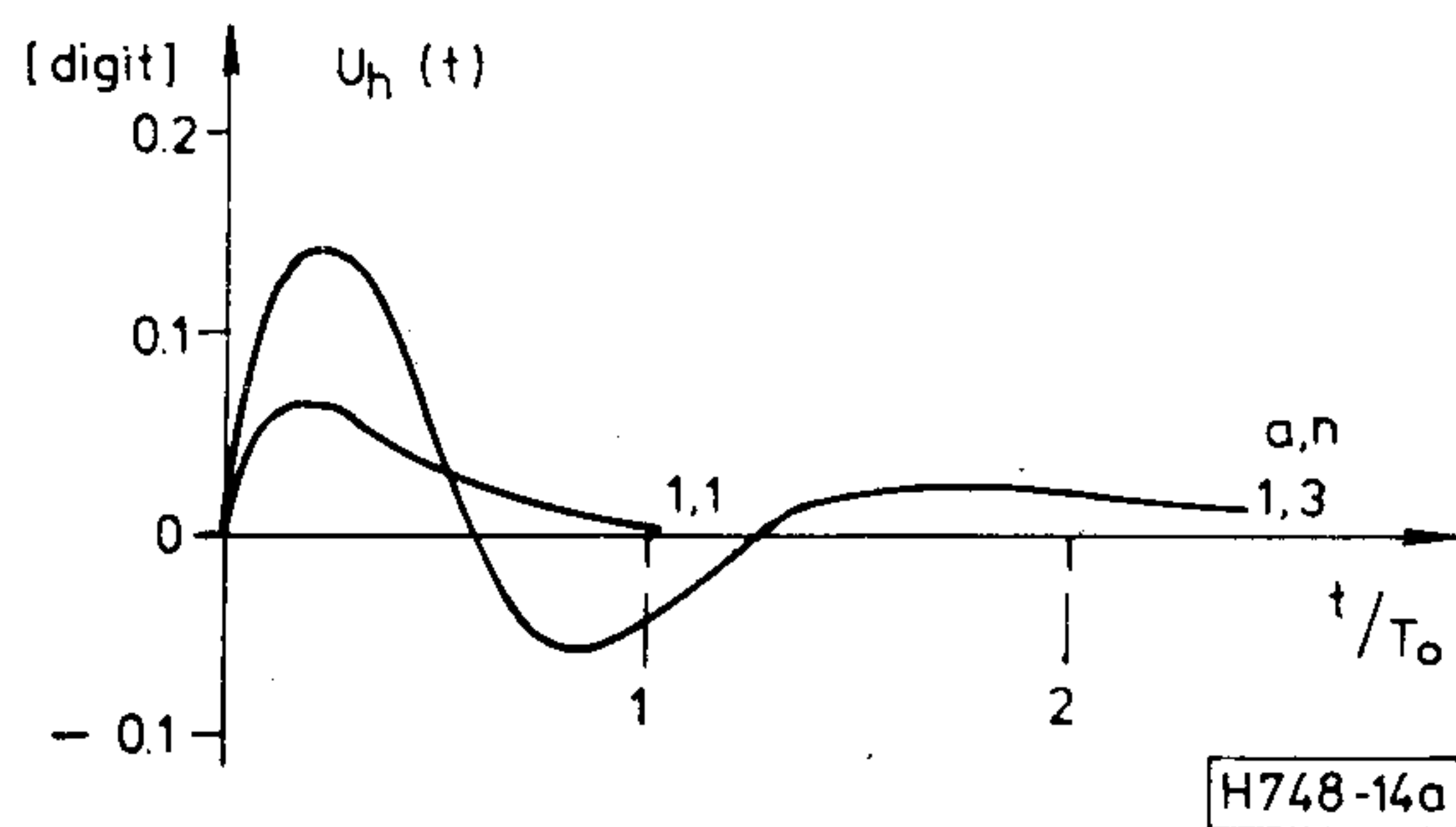
Az  $\omega_0$  frekvenciára normált  $K_s(p)$  szűrők átviteli függvénye  $a$ -val és  $n$ -nel paraméterezve a 13. ábrán látható. A 14a és 14b ábrákon a különböző paraméterekhez tartozó  $U_h(t)$  hibafüggvények láthatók. A 14. ábra alapján válasszuk az alábbi optimális közelítő komparátorszűrőt.

$$K_{sopt1}(p) = K_s(p) \Big|_{a=1 \text{ és } n=3} = 8 \frac{[p/\omega_0]^3}{[1 + p/\omega_0]^6} \quad (41)$$

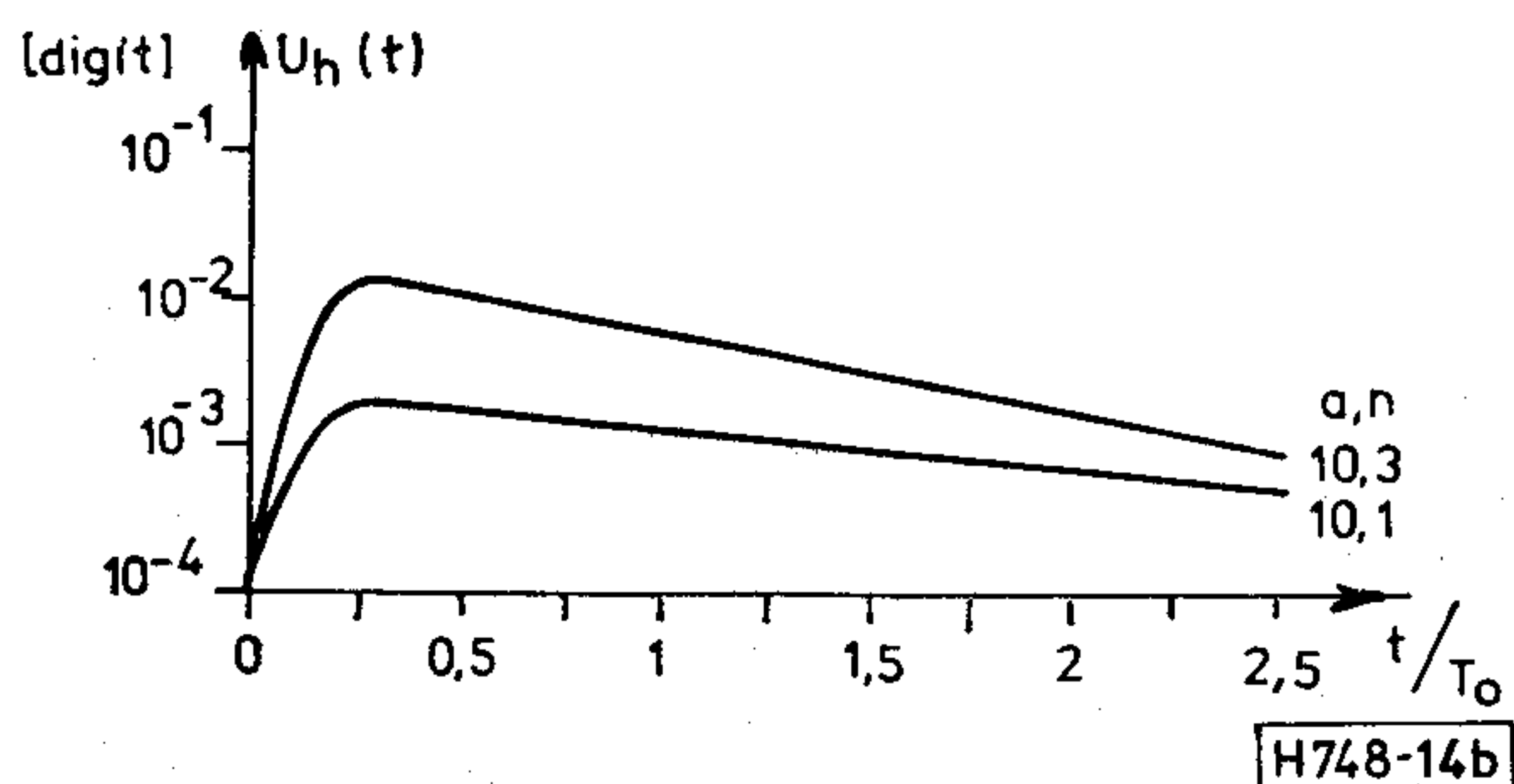
Az erősítés során fellépő zajok okozta bizonytalanság csökkenését legegyszerűbben a komparátorszűrő ekvivalens zajsáv szélességével jellemezhetjük. A  $K_{sopt1}(p)$  átviteli függvénnyel rendelkező optimális komparátorszűrő ekvivalens zajsáv szélessége egysze-



13. ábra. Valós póluspárral kialakított komparátorszűrők átviteli függvénye



14a ábra. Az  $U_h(t)$  hibafüggvény menete  $a = 1$  esetén



14b ábra. Az  $U_h(t)$  hibafüggvény menete  $a = 10$  esetén

rően meghatározható a [11]-ben leírt módszer alkalmazásával.

$$\beta_{\text{opt } 1} = \frac{3}{16} \omega_0 \quad (42)$$

A fentiekben meghatározott szűrő csak abból a szempontból tekinthető optimálisnak, hogy maximális zajvédettséget biztosít a komparátor számára a rezonátor ideális exponenciális lecsengésének káros mértékű torzítása nélkül. A továbbiakban kimutatjuk, hogy lényegesen jobb eredményt érhetünk el egy ennél általánosabban értelmezett optimalizálással [9]. A komparátorszűrő szelektivitását tovább fokozva a lecsengés kezdeti szakaszán már megengedhetetlenül nagy torzítások lépnek fel. Ezek a torzítások viszont eliminálhatók a lecsengés kezdeti szakaszának figyelmen kívül hagyásával (lásd a kapcsoló lelassítását is). Ha az  $U_h(t)$  hibafüggvény a kikapcsolást követően csak a  $k$ -adik periódus után

csökken a hasznos lecsengés 0,1%-a alá, a dinamikatartomány felső határa  $D_f = kd$  értékkel csökken.

A fokozott szelektivitást  $n$ -szeres komplex póluspárú szűrővel biztosíthatjuk. Ebben az esetben a komparátorszűrő átviteli függvénye az alábbi:

$$K_s(p) = \left[ \frac{\omega_0 p / g}{p^2 + \omega_0 p / g + \omega_0^2} \right]^n, \quad (43)$$

ahol  $n$  a szűrő fokszáma,  $g$  pedig az alaptag ekvivalens jósági tényezője. A  $K_s(p)$  átviteli függvény néhány, a gyakorlatban fontos paraméterpár esetére a 15. ábrán látható. Laplace-transzformációval egyszerűen meghatározható az  $U_h(t)$  hibafüggvény és  $D_f$  értéke [9].  $D_f$   $g$  függvényében és  $n$ -nel paraméterezve a 16. ábrán látható.

A detektálási bizonytalanság változását ismét a komparátorszűrő ekvivalens zajsáv szélességével ( $\beta_s$ ) írjuk le. Az ekvivalens zajsáv szélesség meghatározását a definícióban szereplő bonyolult integrálás elvégzése helyett a [11] és [12]-ben javasolt módszer szerint végezzük el.

$$\beta_s = \frac{\omega_0}{4g} \frac{[2(n-1)]!}{[(n-1)!]^2 2^{2(n-1)}} \quad (44)$$

$\beta_s$   $g$  függvényében és  $n$ -nel paraméterezve a 17. ábrán látható. Egyszeres szűrőt választva, határozzuk meg a maximális dinamikatartományt biztosító  $g_{\text{opt}}$  ekvivalens jósági tényezőt! (44) alapján a vizsgált komparátorszűrő ekvivalens jósági tényezője

$$\beta_s = \frac{\omega_0}{4g} = \frac{\pi f_0}{2g_i}, \quad (45)$$

ahol  $f_0$  a rezonanciafrekvencia Hz-ben.

Egy ilyen komparátorszűrő a korábban meghatározott egyszerű optimum esetéhez képest a dinamikatartomány alsó határának  $D_m$  értékű csökkentését teszi lehetővé.

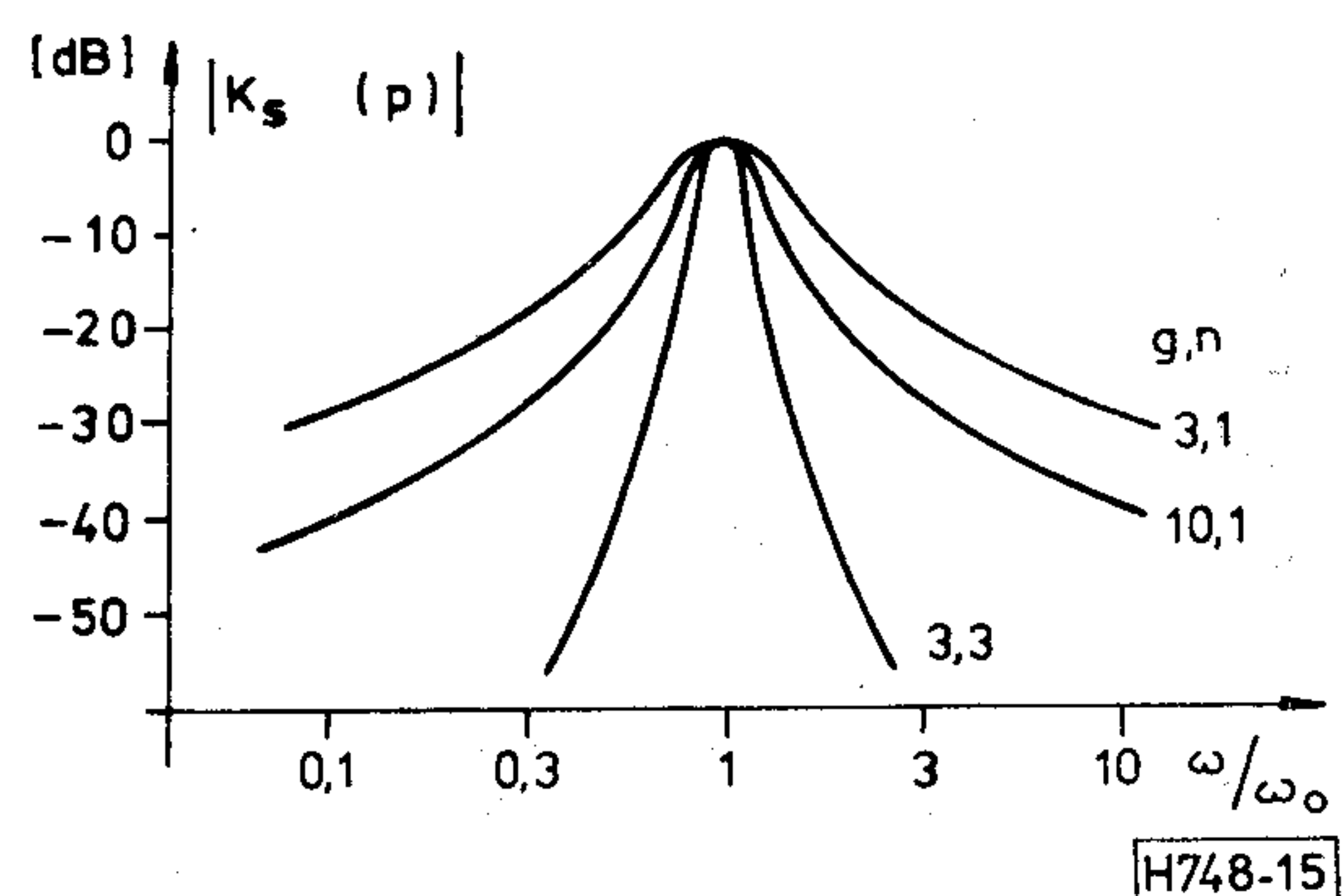
$$D_m [\text{dB}] = 10 \log \frac{\beta_{\text{opt } 1}}{\beta_s(g)} \quad (46)$$

(42) és (45) alapján

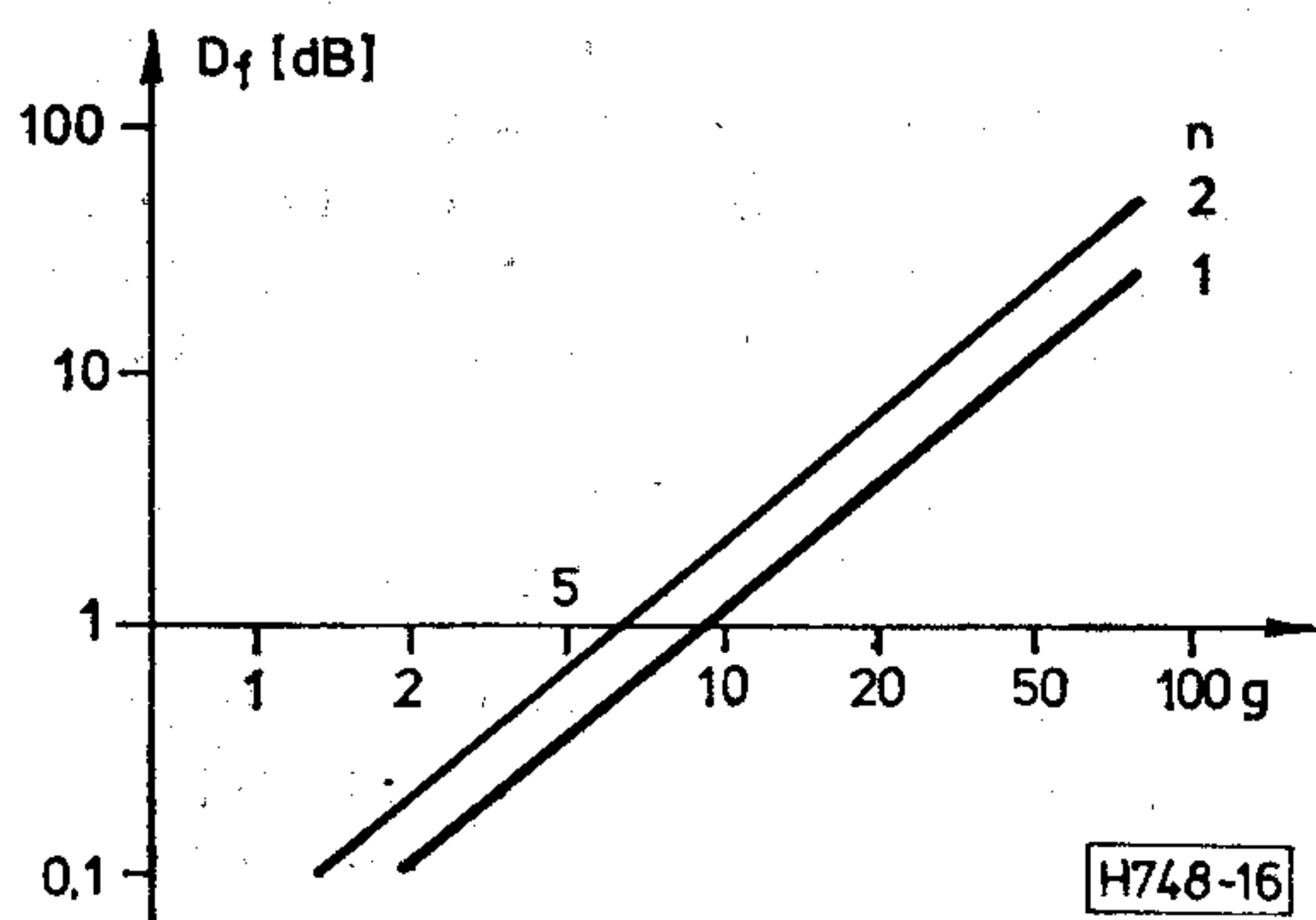
$$D_m [\text{dB}] = 10 \log g - 1,2. \quad (47)$$

A dinamikatartomány felső határának csökkentését az alábbi közelítéssel írhatjuk le a 16. ábra alapján:

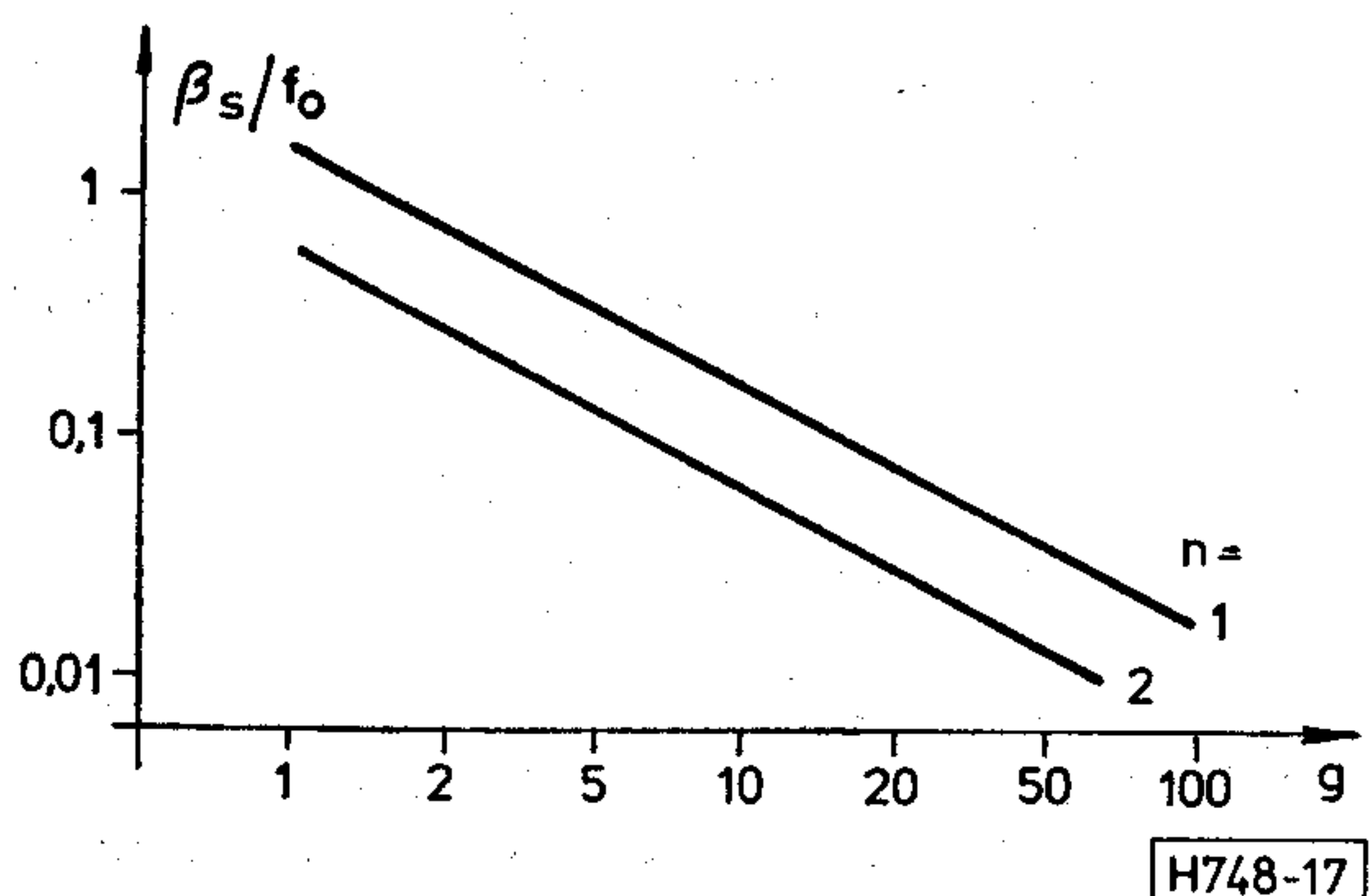
$$D_f [\text{dB}] \approx [g/10]^{1,5}. \quad (48)$$



15. ábra. A  $K_s(p)$  átviteli függvény komplex póluspárok esetén



16. ábra. A dinamikatartomány felső határának csökkenése komplex póluspárú szűrő esetén



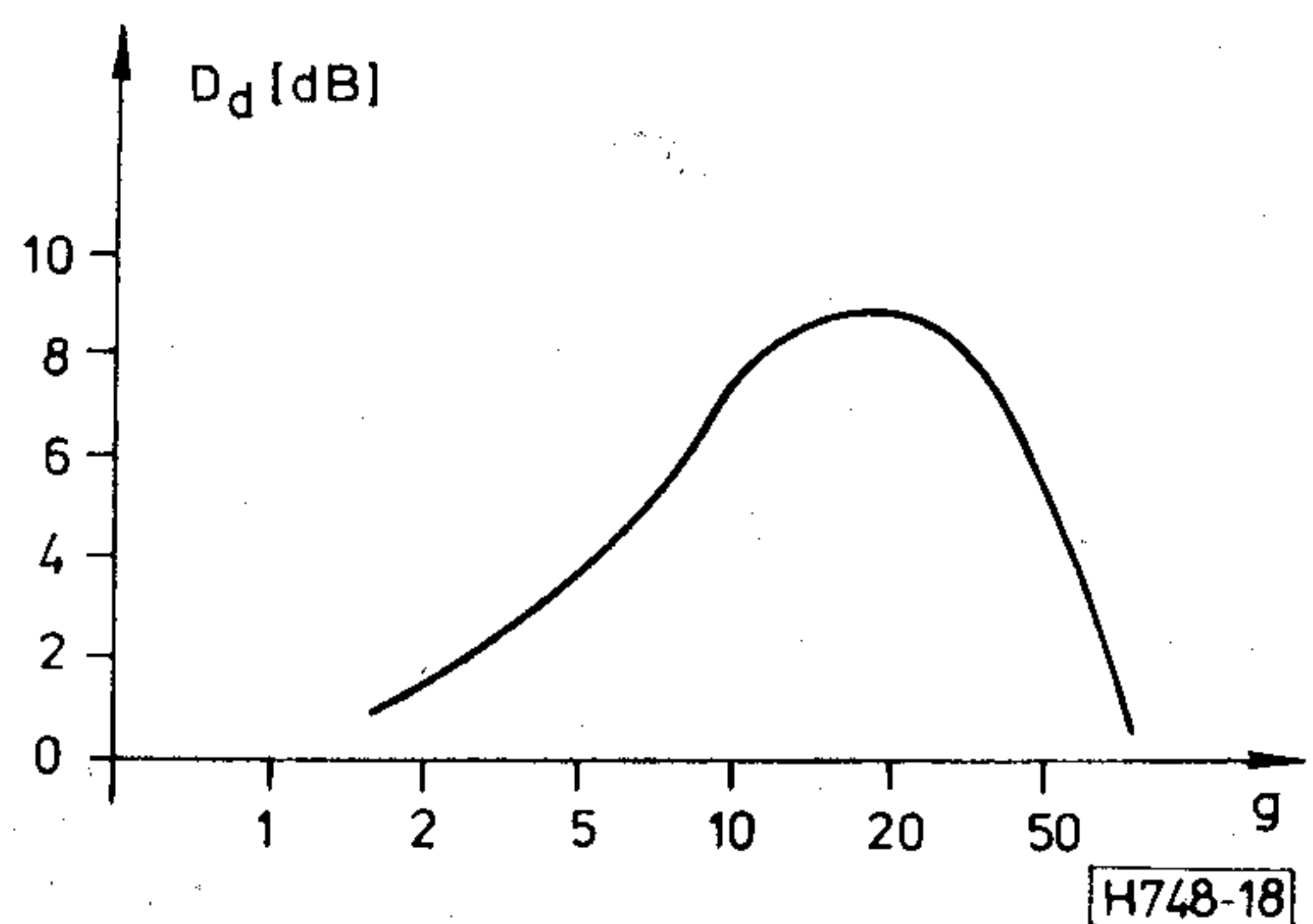
17. ábra. A komparátorszűrő ekvivalens zajszávszélessége komplex póluspárok esetén

(47) és (48) felhasználásával meghatározható a dinamikatartomány teljes növekedésének értéke,  $D_d$ .

$$D_d[\text{dB}] = 10 \log g - 1,2 - [g/10]^{1,5} \quad (49)$$

A (49) szerinti  $D_d(g)$  függvény a 18. ábrán látható. Maximális dinamikatartomány  $g_{\text{opt}} \approx 20$  esetén érhető el. Az előzőleg meghatározott egyszerű optimumhoz képest a számítások szerint további kb. 9, a valóságban pedig kb. 12 dB javulás érhető el.

A számított és tényleges dinamikatartomány-növekedés közti különbség annak tulajdonítható, hogy a szelektivitás fokozásával a zajfeszültség sűrűségfüggvénye is kedvező irányban módosul. A széles-sávú fehér bemeneti zaj a komparátorszűrő kimenetén keskenysávú, ún. Rayleigh-eloszlású zajt ered-



18. ábra. A dinamikatartomány eredő növekedése komplex póluspárok esetén

ményez [13], amely átmenetet képez az azonos effektív értékű monokromatikus és fehér zaj között (19. ábra).

Nevezzük a mérés kimenetelét bizonytalanak akkor, ha átlagosan legalább minden 200-adik mért érték helytelen kerekítés eredményeként adódik. Tegyük fel továbbá, hogy a mérendő feszültség egyenletes eloszlása esetén átlagosan legfeljebb minden 20-adik mérés lehet bizonytalan a fenti értelemben. Ha 1% annak a valószínűsége, hogy a zajfeszültség abszolút értéke egy adott  $U_{zm}$  értéknél nagyobb, akkor minden kvantálási határ egy  $2U_{zm}$  nagyságú környezetében 0,5%-nál nagyobb valószínűséggel hibás kerekítés fog előfordulni.

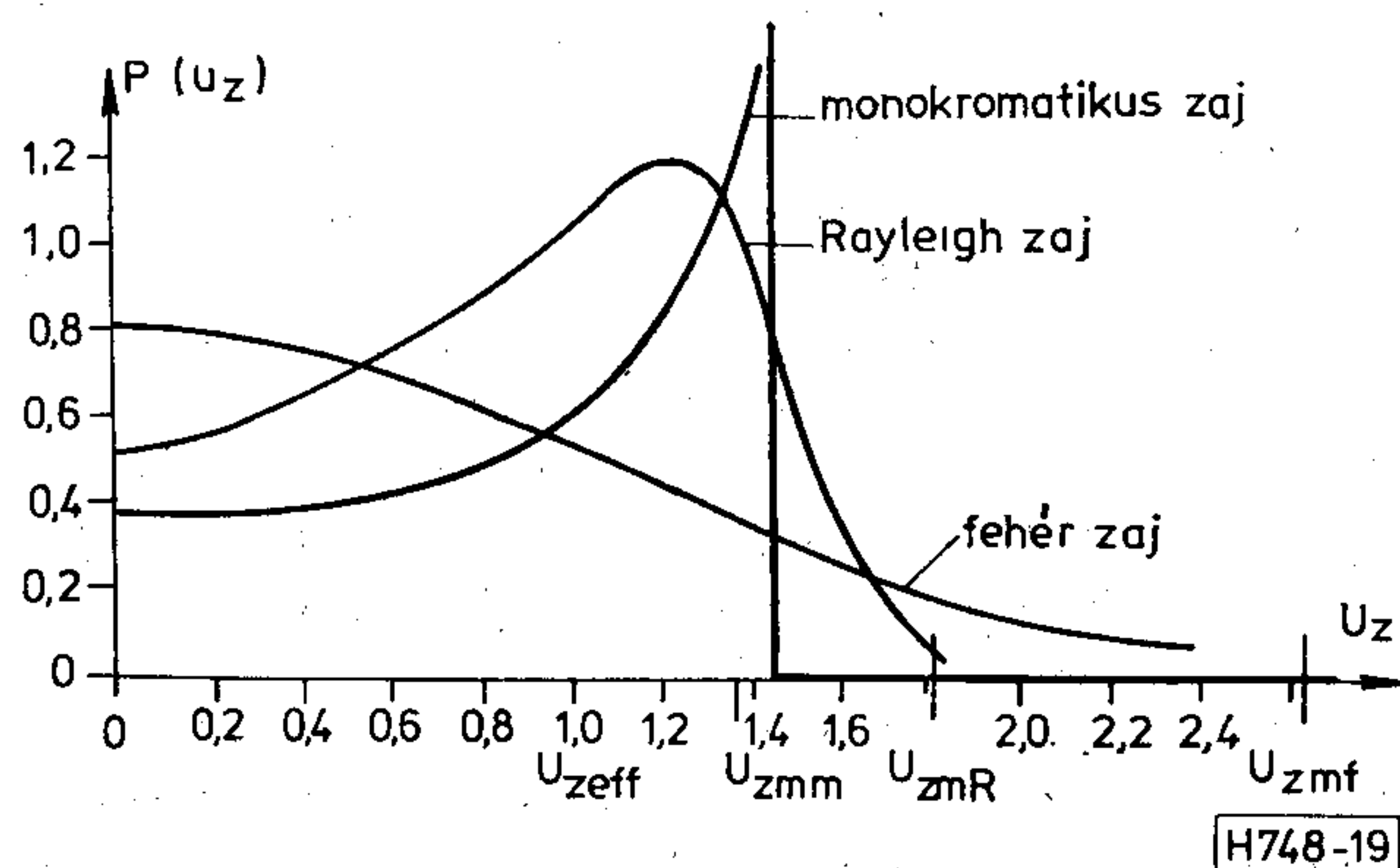
$$2U_{zeff}z \leq 0,05U_0\pi/Q_0, \quad (50)$$

ahol  $U_{zeff}$  a zajfeszültség effektív értéke, és  $z = U_{zm}/U_{zeff}$  a zaj sűrűségfüggvényétől függő állandó. A 19. ábrán  $U_{zmm}$ ,  $U_{zmR}$  és  $U_{zmf}$  jelöli  $U_{zm}$  aktuális értékét egy adott  $U_{zeff}$  effektív értékű monokromatikus, Rayleigh- és fehér zaj esetén. A dinamikatartomány növekedése az  $U_{zmf}/U_{zmR}$  viszonytól függően nagyobb a zajteljesítmény csökkenése alapján számított értéknél. Ez a többletnövekedés maximuma 4–5 dB lehet, de a gyakorlatban mindössze kb. 3 dB várható.

Ha a fenti rendkívül szigorú követelményeket úgy módosítjuk, hogy tetszőleges mérendő jelszint esetén 0,5%-nál kisebb valószínűséggel forduljon elő  $\pm 1$  digitnél (0,1 dB-nél) nagyobb kerekítési hiba, (50) jobb oldala a következőképpen írható:

$$2U_{zeff}z \leq U_0\pi/Q_0. \quad (51)$$

Végezzünk egy gyors becslést az elérhető dinamikatartományra vonatkozóan. A későbbiekben kimutatjuk, hogy a legegyszerűbb kvarc rezonátorok rezonanciaellenállása kb. 100 kΩ, így a komparátorerősítő bemeneti zajteljesítmény-sűrűsége kb. 40 nV/Hz<sup>1/2</sup> lehet. 100 kHz-es mérési frekvencia esetén a komparátorerősítő számára biztosítható legkisebb ekvivalens zajszávszélesség (45) szerint kb. 8 kHz, így a komparátor bemeneti zajfeszültsége kb. 4 μV lesz. A 19. ábra alapján  $U_{zmR}/U_{zeff}$  kb. 1,8, így (51) felhasználásával a referenciaszint minimális értékére 0,1 dB-es felbontóképesség esetén kb. 1,2 mV adódik. A kapcsolón és a rezonátoron megengedhető maximális jelszint ennél legalább 70 dB-lel



19. ábra. A zajfeszültség sűrűségfüggvényének változása a sávkorlátozás hatására

nagyobb, így a dinamikatartomány felső határának csökkenése ellenére is biztosítható az eredetileg kitűzött 60 dB-es dinamikatartomány. Ennek ellenére a későbbiekben megvizsgáljuk a rezonátor impedanciacsökkentésének lehetőségét is, mivel ez további (az eredetileg kitűzött specifikációkat meghaladó) zajcsökkentést ténne lehetővé.

#### A rezonátor ideálistól való eltérésének hatása

A rezonátor alapvető jellemzői a következők: a jósági tényező ( $Q_0$ ) és annak pontossága, linearitása, hőfokstabilitása, valamint a rezonanciafrekvencia ( $\omega_0$ ) és annak stabilitása. Meg kell jegyeznünk továbbá, hogy a rezonátor impedanciája meghatározó szerepet játszik a komparálási bizonytalanságot okozó zaj kialakulásában.

A rezonátor rezonanciafrekvenciája a mérési frekvenciával, tehát általában egy szuperheterodin szintvevő középfrekvenciájával (kb. 100 kHz) egyezik meg. A rezonátor elhangolódása a mérendő jel frekvenciájától ( $\Delta\omega_0$ ) csökkenti a mért jelet. 0,1 dB-es felbontóképesség esetén a  $-1$  digitre vonatkoztatott sáv szélesség kb. 50 Hz, vagyis a rezonanciafrekvencia stabilitására viszonylag enyhe követelmények adódnak.

A jósági tényező pontos értékét ( $Q_0$ ) már korábban meghatároztuk, ti. 0,1 dB-es felbontóképesség esetén  $Q_0 = 272,8748$ . Mekkora lehet a jósági tényező tényleges értékének eltérése  $Q_0$ -tól, ha a mérési karakterisztika torzulását a teljes dinamikatartományban pl. 0,6 digit alatt kívánjuk tartani? A jósági tényező szükséges pontossága a dinamikatartomány és a felbontóképesség viszonyától függ. (10) felhasználásával

$$\frac{\partial d}{\partial Q_0} \approx -\frac{d}{Q_0}, \quad (52)$$

így  $d = 0,1$  dB és  $D = 60$  dB mellett

$$\frac{|\Delta Q_0|}{Q_0} \leq 0,6 \frac{d}{D} = 10^{-3}. \quad (53)$$

$Q_0$  elsősorban a rezonátor hőfokstabilitásától és a működési hőfoktartománytól, másodsorban pedig a rezonátor linearitásától és a működési feszültségtartománytól függ. Az (53) szerinti rendkívül szigorú követelménynek csak a legjobb mechanikai rezonátorok tudnak megfelelni. Bár a továbbiakban kizárólag a kvarcrezonátorok vizsgálatára szorítkozunk, meg kell említenünk, hogy más piezoelektromos anyagok (pl. lithium-niobat) [14], nagy stabilitású elektrosztrikciós kerámiák (pl. ólom-titanát-cirkonát) [15] és a hagyományos mechanikai rezonátorok (pl. acél-nikkel ötvözetek) [16] is alkalmasak lehetnek a feladat megoldására.

#### Kvarcrezonátorok

A kvarc kiváló tulajdonságokkal rendelkező piezoelektromos anyag [17, 18]. Jósági tényezője általában nagyobb mint  $3 \cdot 10^4$ , frekvenciastabilitása pedig jobb mint 1 ppm/C°. Egyedül a kevésbé fontos rezonátorimpedancia szempontjából okoz nehézségeket

a kvarc viszonylag kis csatolási tényezője (kb. 0,1) és az ugyancsak meglehetősen kicsi dielektromos tényezője (kb. 4,6). Ebből a szempontból az előbb említett megoldások kedvezőbbek, de nem szabad megfeledkeznünk arról a fontos tényről sem, hogy frekvenciastabilizálás céljára a kvarckristályok széles körben elterjedtek, így velük kapcsolatban realizálási nehézségek általában nem merülnek fel, számátalan változatban és olcsón kaphatók.

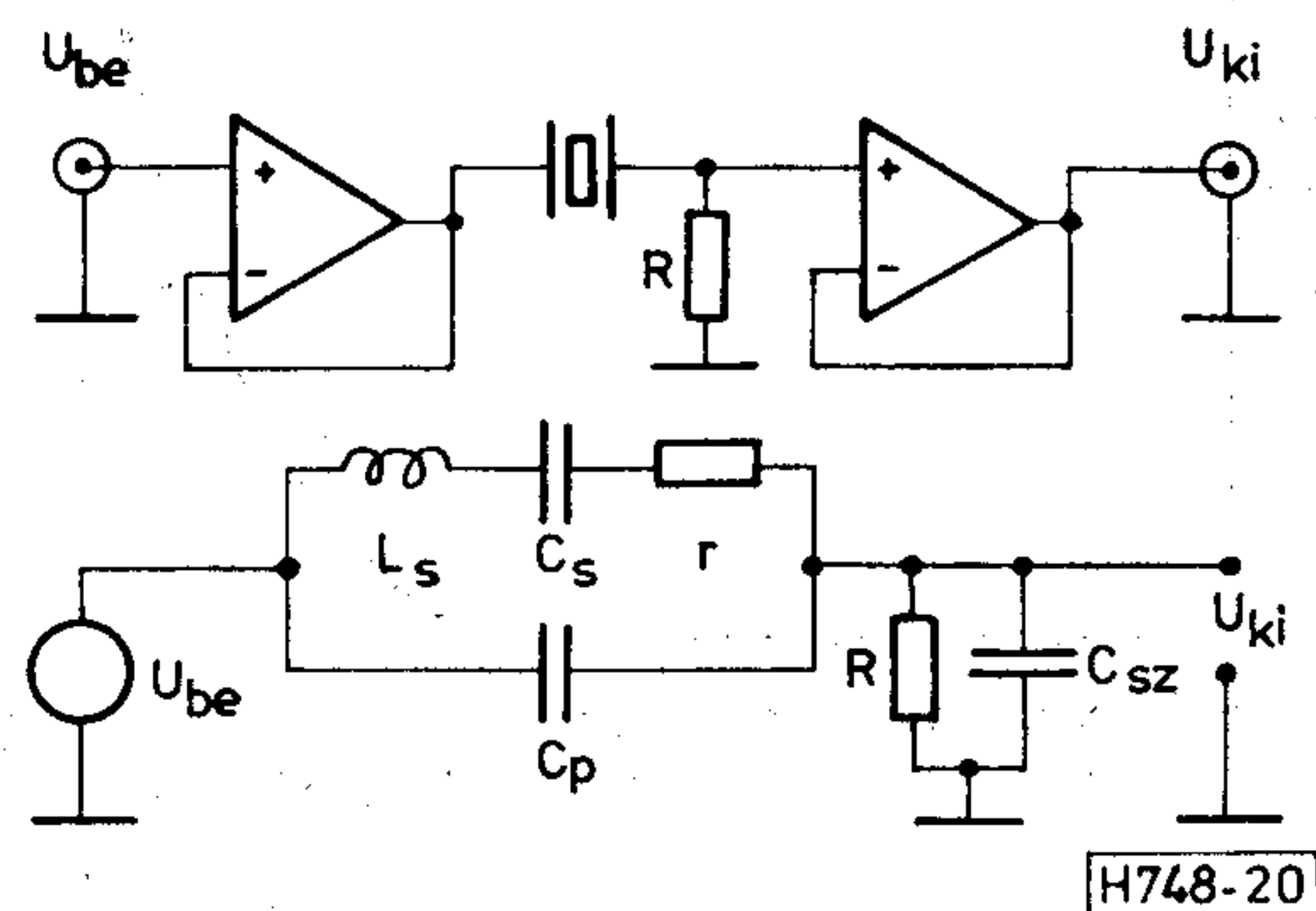
A rezonátor egy lehetséges kialakítása a 20. ábrán látható. A be- és kimeneti követő erősítők a kvarcrezonátort függetlenítik a lezáró impedanciáktól. A helyettesítő áramkörben  $r$  a mechanikai veszteségeket,  $C_s$  a kristály rugalmasságát,  $L_s$  pedig a tehetetlenségét modellezi.  $C_p$  egyrészt a kristály dielektromos eredetű (a rezgésmentesen befogott kristályon mérhető) kapacitásának, másrészt a befogásból származó szórt kapacitásnak az összege.  $R$  a rezonátor külső terhelése (beleértve a követő erősítő bemenő ellenállását is),  $C_{sz}$  pedig az erősítő bemeneti kapacitásának és az esetleges szórt kapacitásoknak az összege.

$C_p$  hatására a rezonanciafrekvencia felett, ahhoz nagyon közel egy átviteli zérus is megjelenik. A rezonátor tényleges átviteli függvénye  $\xi$ -vel paraméterezve a 21. ábrán látható.

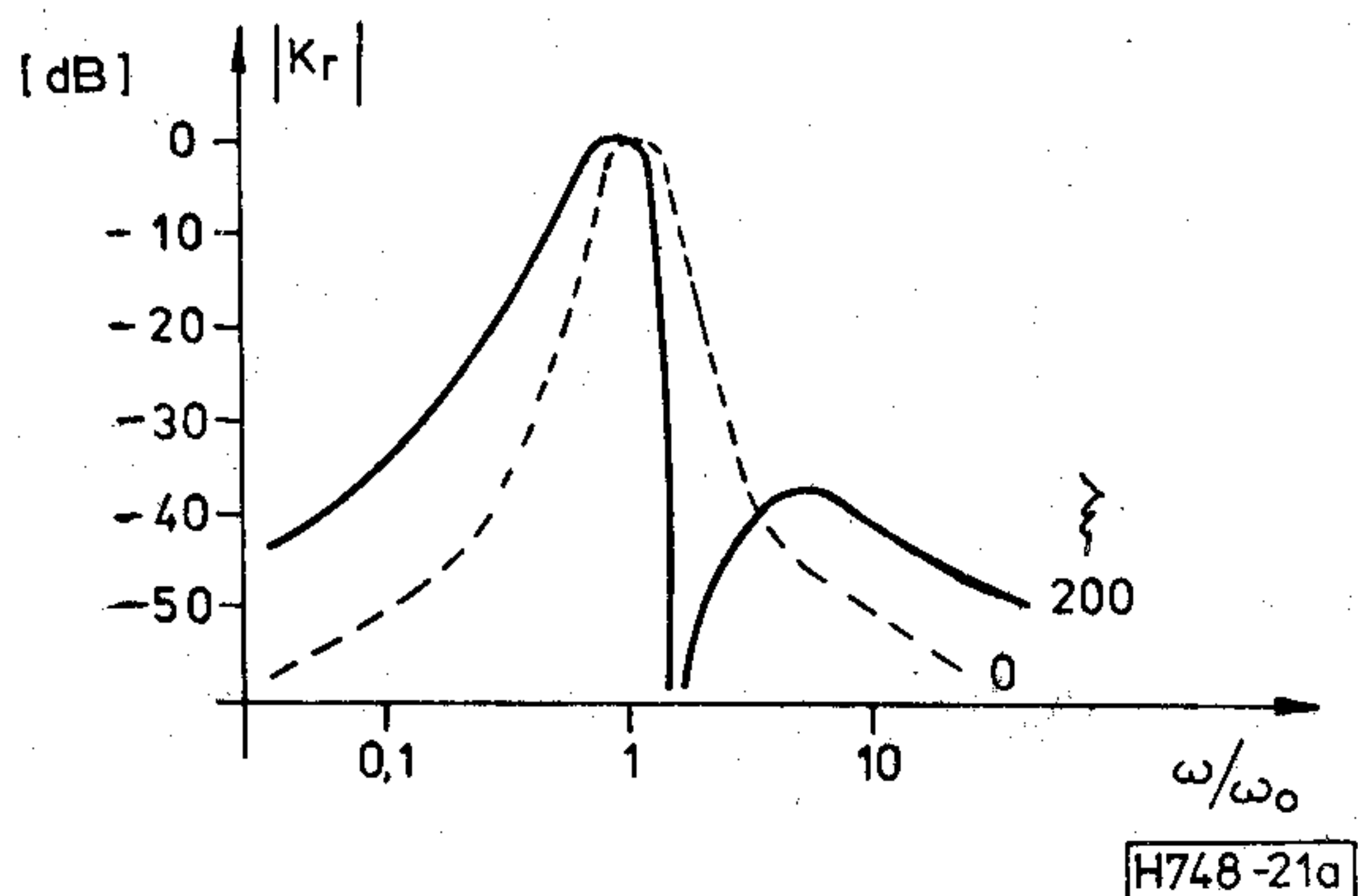
$$\xi = \frac{C_p + C_{sz}}{C_s} \quad (54)$$

A 21a ábra szerint az átviteli függvény változása a rezonanciafrekvenciától távol jelentős, de ez csak akkor zavaró, ha a rezonátort KF szűrőként is használjuk. A 21b ábra szerint viszont az átviteli függvény a rezonanciafrekvencia szűk környezetében gyakorlatilag nem változik. Végeredményben a pólushoz igen közel megjelenő zérus a lecsengés jellegét egyáltalán nem, nagyságát pedig csak elhanyagolható mértékben befolyásolja. A 20. ábrán látható rezonátor részletes analízise azt mutatja, hogy  $K_r(p)$ -nek még egy-egy további valós pólusa és zérusa is van, de ezek korábbi eredményeink szerint szintén nincsenek káros hatással a hasznos lecsengésre.

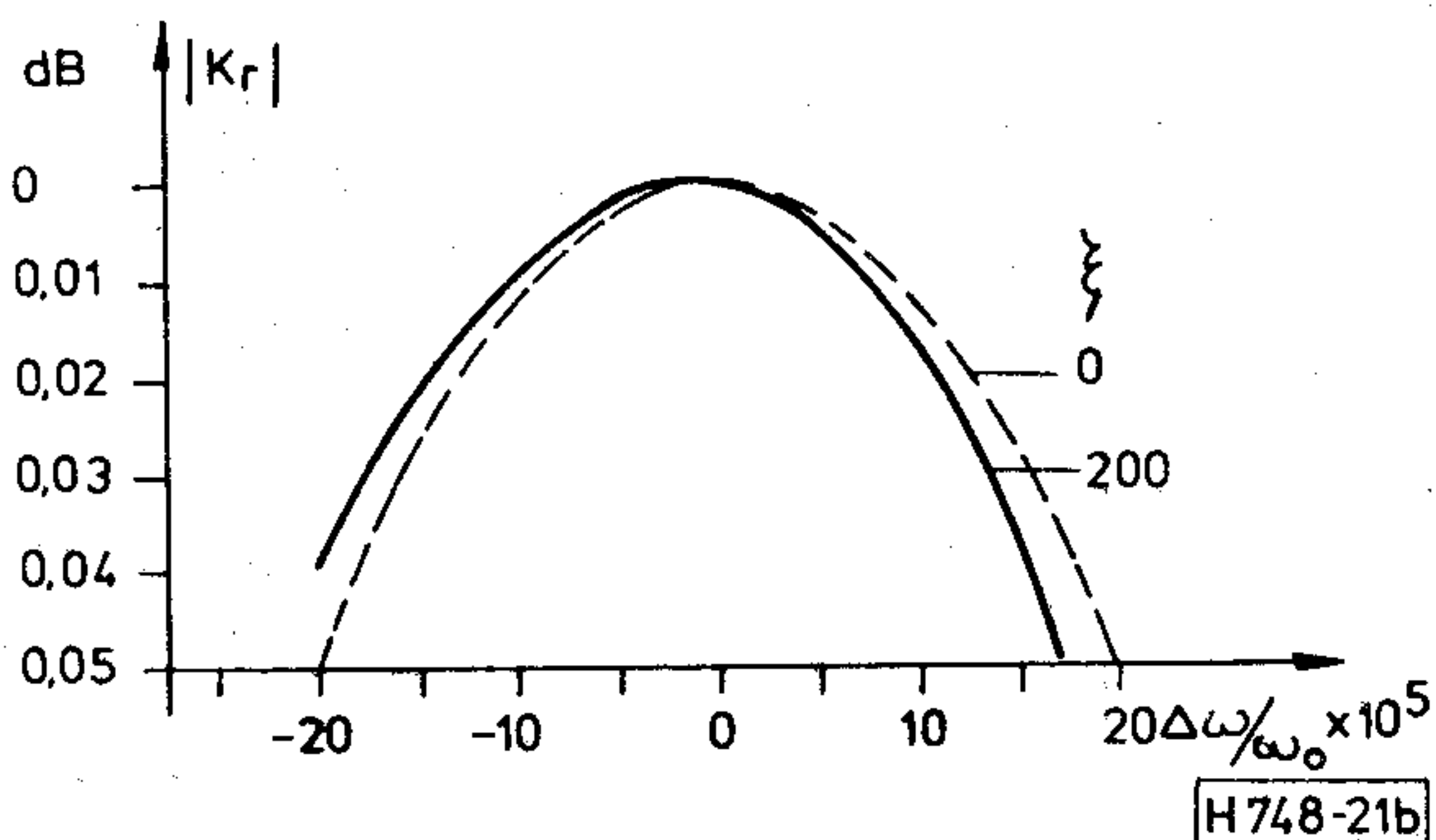
A  $C_p$  és  $C_{sz}$  kapacitások káros hatása nem az exponenciális lecsengés torzításában, hanem sokkal inkább a rezonátor jósági tényezőjének növelésében nyilvánul meg. Mivel  $C_p \gg C_s$ , a viszonylag nagy jósági tényező beállításához túl nagy  $R$  ellenállást kell választanunk, így azt  $C_p + C_{sz}$  jelentősen söntölmi



20. ábra. A rezonátor és helyettesítő képe



21a ábra.

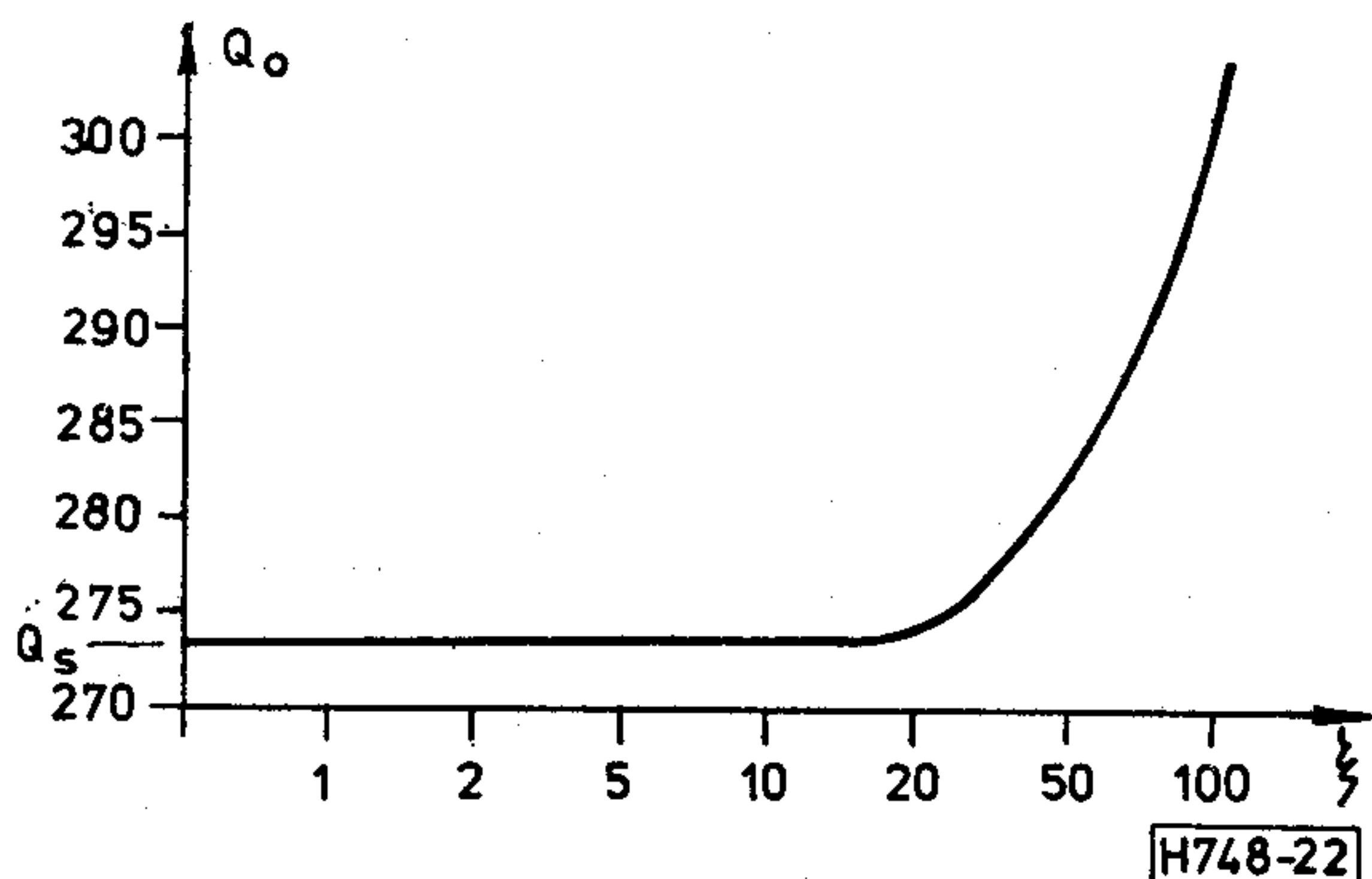


21b ábra. A rezonátor átviteli függvényének torzulása

fogja.  $C_p + C_{sz}$  csökkenti az  $R$  ellenálláson átfolyó, és így veszteségi teljesítményt keltő áramot, ezért a rezonátor tényleges jósági tényezője nagyobb lesz a beállított  $Q_s$  értéknél.

$$Q_s = \sqrt{\frac{L_s}{C_s}} \frac{1}{R+r} \quad (55)$$

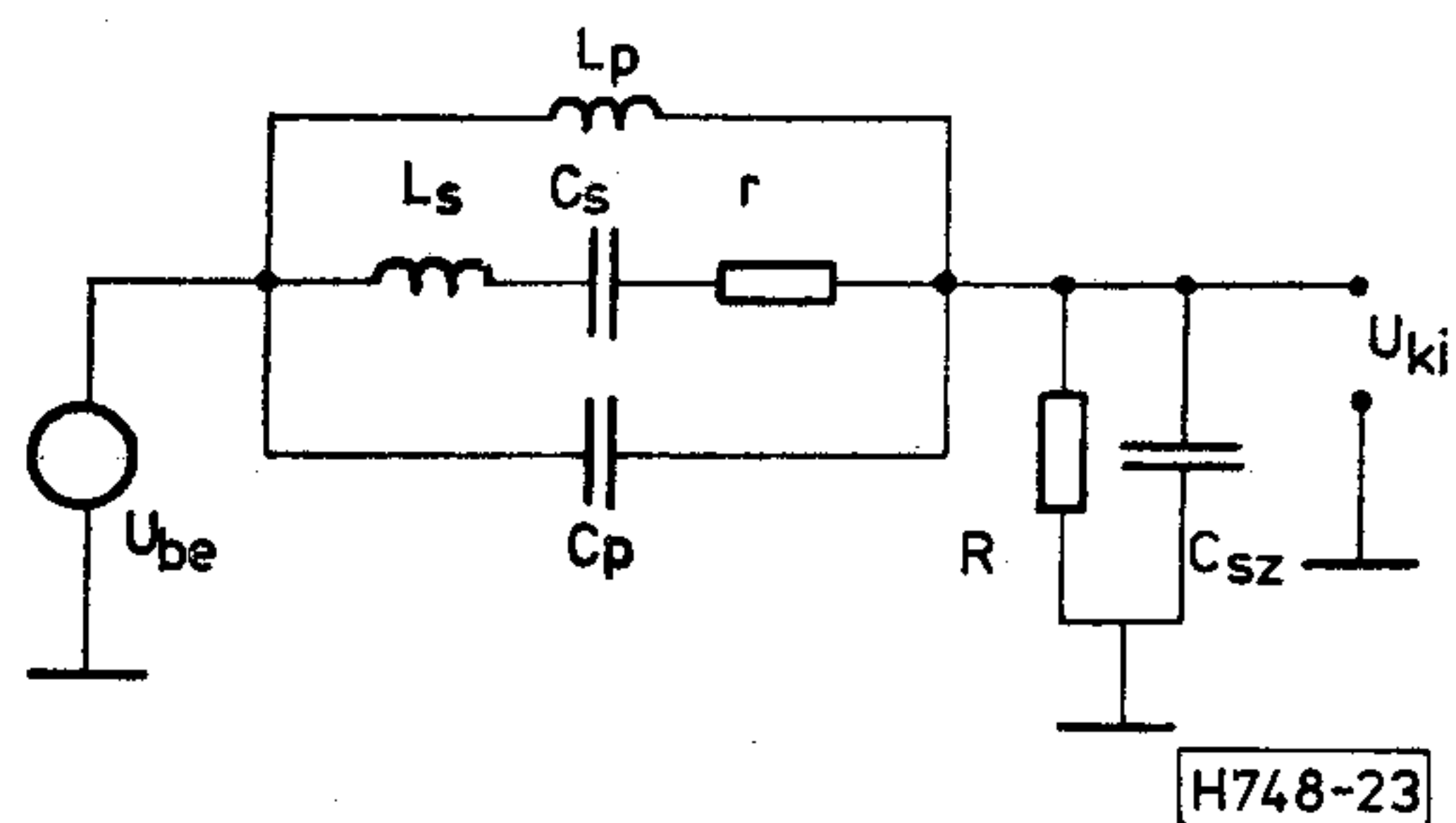
$Q_0$   $\xi$  függvényében a 22. ábrán látható. Kb.  $\xi = 20$  felett a rezonátor jósági tényezője rohamosan növekszik. Azzal a meglehetősen szokatlan helyzettel állunk szemben, hogy nem tudjuk egyszerűen elrontani a rezonátor jósági tényezőjét, de ez csak a kisebbik baj. A jósági tényező meredek függése  $\xi$ -től károsan befolyásolja a rezonátor stabilitását is.  $\xi < 20$  esetén  $Q_0$  és  $Q_s$  értéke és így stabilitása is közel azonos.  $Q_s$  stabilitását elsősorban  $r$  viselkedése ha-



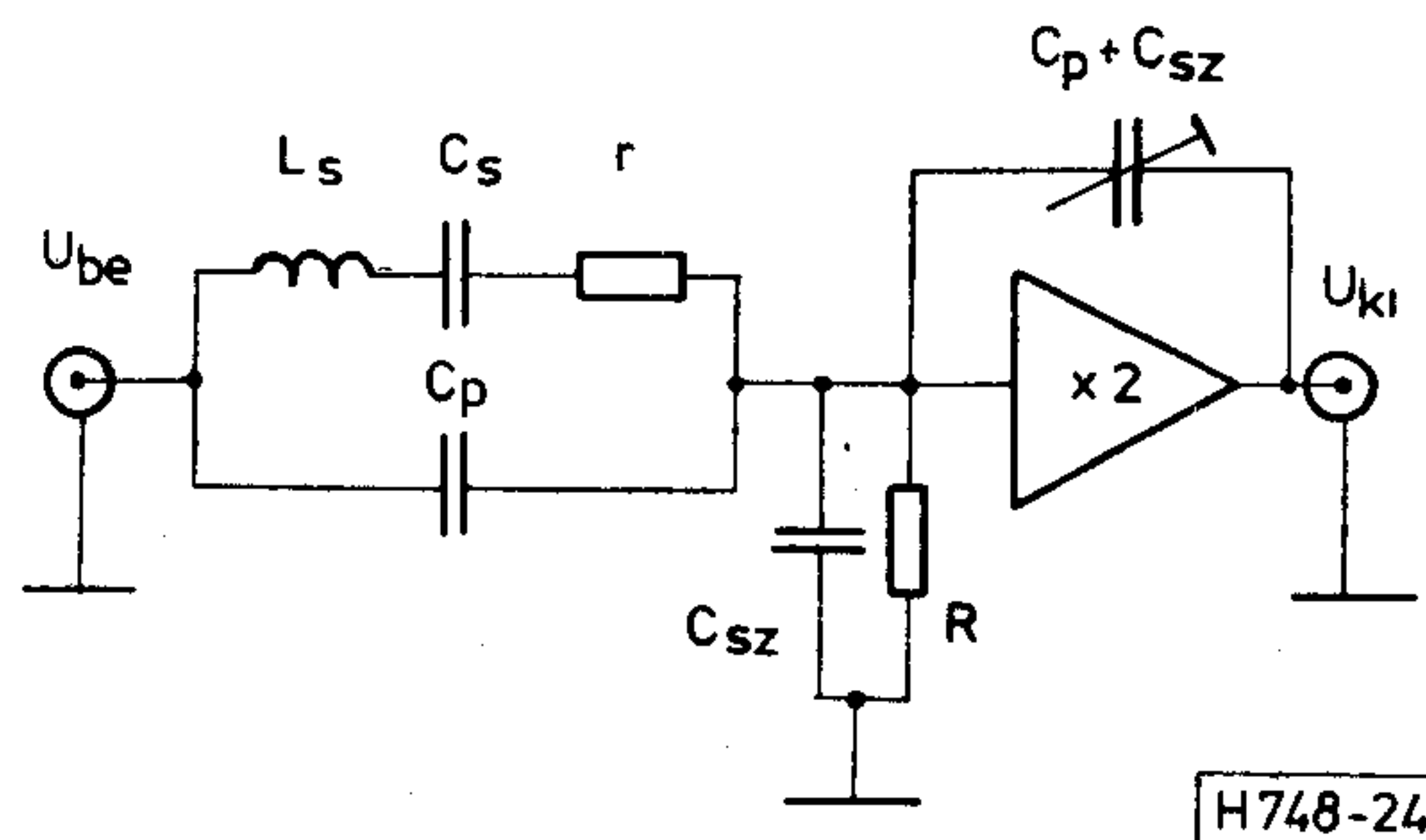
22. ábra. A rezonátor jósági tényezője függvényében

tározza meg,  $L_s$ ,  $C_s$  és  $R$  megfelelően hőfokfüggetlenek lehetnek. A kvarckristály saját vesztesége nagyon kicsi és viszonylag hőfokfüggetlen. A veszteségek nagyobbik része (és az esetleges nemlinearitás is) általában a metszés és a befogás tökéletlenségéből, a felület szennyezettségéből stb. származik. Megfelelő technológiával biztosítható, hogy a kvarckristály jósági tényezője néhány százalék pontosan állandó maradjon a teljes hőfok- és feszültségtartományban. A rezonátor szempontjából ez legalább két nagyságrenddel jobb stabilitást jelent, ugyanis a kristály saját jósági tényezője sokkal nagyobb a beállítandó értéknél. A jósági tényező állandóságára vonatkozó követelmények tehát viszonylag egyszerűen teljesíthetők, sőt túlteljesíthetők, ha a rezonátort egy miniatűr termosztátba szereljük.

A fentiek azonban csak akkor érvényesek, ha sikerül  $\xi$  értékét 20 alá csökkentenünk. Erre két egyszerű lehetőség is nyílik [9].  $C_p$ , ill.  $C_p + C_{sz}$  a rezonanciafrekvencia egy elegendően széles környezetében kihangolható egy  $L_p$  induktivitással (23. ábra). Az előbbi esetben  $L_p$ -vel a lecsengés maximális meredekségére, a második esetben pedig a rezonanciafrekvenciára szimmetrikus átvitelre kell hangolnunk.  $L_p$ -re sajnos meglehetősen nagy értékek adódnak, így annak szórt kapacitása jelentősen megnöveli  $C_p + C_{sz}$ -t. Az eredő hatás még így is pozitív lesz, bár jóval kisebb, mint az a számítások alapján várható volna.  $L_p$  véges jósági tényezője a rezonanciafrekvencia környezetében nem zavar különösebben, mivel a kristály soros veszteségi ellenállása legalább három nagyságrenddel kisebb az  $L_p C_p$  rezgőkör párhuzamos veszteségi ellenállásánál.  $C_p + C_{sz}$  kapacitív úton is kiegyenlíthető, mint az a 24. ábrán látható. A kétszeres erősítésű követő erősítő visszacsatoló kapacitása a bemenet felől nézve egy  $C_p + C_{sz}$  értékű negatív kapacitásnak látszik. A kiegyenlítés



23. ábra. A parazita kapacitások induktív kihangolása



24. ábra. A parazita kapacitások kapacitív kihangolása

ebben az esetben is csak egy viszonylag szűk frekvenciasávban lehet hatásos, mivel stabilitási okokból a kétszeres erősítésű követő erősítőt szelektíven kell kialakítanunk. Ez a megoldás a gyakorlatban is jól alkalmazható a  $C_p + C_{sz}$  kapacitás néhány százalékos kiegyenlítésére, így  $\xi$  az eredetileg szokásos kb. 200-as értékről a kívánatos határ alá csökkenthető.

Végeredményben megállapíthatjuk, hogy a rezonátorral szemben támasztott követelmények egyszerűen kielégíthetők a frekvenciastabilizálás céljára széles körben elterjedt kvarckristályok alkalmazásával. Bár a rezonátort terhelő  $R$  ellenállás általában kellemetlenül nagy (pl.  $C_p = 6$  pF,  $C_s = 40$  mF,  $L_s = 30$  H és  $r = 700 \Omega$  esetén  $R \cong 100$  k $\Omega$ ), és ez hátrányos a komparátor zajvédeltsége szempontjából, a korábban felvett specifikációk kényelmesen biztosíthatók.

#### Végkövetkeztetések

A fentiekben javaslatot tettünk egy jellegénél fogva digitális, logaritmikus mérési karakterisztikájú, széles dinamikatartományú és szelektív szintmérési eljárásra. Bár az alkalmazott fizikai jelenség közismert, szintmérési célra tudomásunk szerint még nem alkalmazták. A javasolt mérési eljárás részletes vizsgálata alapján megállapíthatjuk, hogy az megfelelően érzéketlen, vagy azzá tehető elemeinek az ideálistól való eltérésére, azaz kiválóan alkalmas gyakorlati megvalósításra is. Egyszerű elemekkel is egy igen szigorú követelményeknek eleget tevő mérőkör valószínűsíthető meg. Becsléseink szerint 0,1 dB-es felbontóképeség esetén 60–70 dB-es dinamikatartomány érhető el  $\pm 1$  digit  $\pm 0,1$  dB mérési hiba mellett. Bár egy ténylegesen megvalósított mérőkör pontos specifikációi még nem állnak rendelkezésünkre, az eddig végzett kísérletek mindenben igazolták a fenti analízis eredményeit, és már az első megvalósított modell 50 dB-nél nagyobb dinamikatartományban teljesítette a felbontóképeségre és a mérési hibára vonatkozó említett követelményeket [9].

#### I R O D A L O M

- [1] Duke, E. J.: RC logarithmic analog-to-digital (LAD) conversion. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement 20(1) (1971) 74–76
- [2] Cantarano, S.—Pallottino, G. V.: Logarithmic analog-to-digital converters: a survey. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement 22(3) (1973) 201–213
- [3] Kreeger, R.: AC-to-DC converters for low-level input signals. EDN 18(7) (1973) 60–62
- [4] Lloyd, A.: Ideal rectifier uses equal-value resistors. Electronic Design 15(13) (1967) 96–97
- [5] Harzetta, L.: Design features of a precision ac-dc converter. Journal of Research of the National Bureau of Standards C. Engineering and Instrumentation 73(3) (1969) 47–55
- [6] Analog-Digital Conversion Handbook, Analog Devices (szerkesztette Sheingold, D. H.) 1976 34–37
- [7] Nonlinear Circuits Handbook, Analog Devices (szerkesztette Sheingold, D. H.) 1976 97–104
- [8] Lásd pl. az USH 1 típusú szintmérőt, Measuring Instruments, Rohde and Schwarz, München 1975/76 114–115
- [9] B. Nagy P.: Tranziens elven történő ultrahangszintmérés. Egyetemi doktori értekezés 1979
- [10] Lásd pl. a PM–4 típusú szintmérőt, Elektronische Präzisionsmessgeräte Wandel und Goltermann (1977) 125–130
- [11] B. Nagy P.: Transzformált szűrők ekvivalens zajsávzsélessége. Híradástechnika 31(1) (1980) 25–27
- [12] B. Nagy P.: Koncentrált paraméterű szűrők ekvivalens zajsávzsélességének meghatározása kifejtési tétellel. Híradástechnika 31(3) (1980) 91–94
- [13] Ambrózy A.: Elektronikus zajok. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1972
- [14] Warner, A. W.: New piezoelectric materials. Proceedings of the Annual Frequency Control Symposia 19 (1965) 5–21
- [15] Schuessler, H. H.: Ceramic filters and resonators. IEEE Transaction on Sonics and Ultrasonics 21(4) (1974) 257–268
- [16] Johnson, R. A. és Guenther, A. E.: Mechanical filters and resonators. IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics 21(4) (1974) 244–256
- [17] Heising, R. A.: Quartz crystals for electrical circuits. Van Nostrand, New York 1946
- [18] Hafner, E.: Crystal resonators. IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics 21(4) (1974) 220–237

**Lapunk példányonként megvásárolható**

**V., Váci utca 10.**

**V., Bajcsy-Zsilinszky út 76. szám alatti  
hírlapboltokban**

# Műsorhang áramkörök zajkérdései\*

MÁNYOKY ZSOLT  
Magyar Posta — Helyközi  
Távbszélő Igazgatóság

Az átviteltechnika és természetesen ezen belül a műsorhang átvitel egyik legsarkalatosabb problémája a zaj kérdése.

Mint ismeretes ennek oka az, hogy a vételi végpon-  
ton nem korrigálható zavarok legjelentősebbike az  
átviteli úton keletkező zaj. Tekintettel arra, hogy  
mind a rádió, mind a TV műsorszórásban ma már az  
egyik legfontosabb követelmény a lehető legjobb  
jel/zaj viszony elérése, ezért e kérdésre fokozott fi-  
gyelmet kell fordítanunk.

## 1. Zajok felosztása és értékelése

A zajok eredetük alapján lehetnek akusztikai,  
mechanikai és elektromos zajok.

- az akusztikai zajok: teremzaj, mikrofon zaj stb.
- a mechanikai zajok: rossz forrasztás okozta zaj,  
jelfogó zajok stb.
- az elektromos zajok: a legnagyobb jelentősé-  
gűek, és hatásuk az alábbiak szerint csoporto-  
síthatók.

### 1.1 Elektromos zajok

Eredetük alapján megkülönböztethetünk:

- terheléstől független vagy termikus,
- terheléstől lineárisan függő vagy áthallási,
- terheléstől nem lineárisan függő vagy torzítási  
és
- külső eredetű elektromos  
zajokat.

#### 1.1.1 Terheléstől független zajok

Terheléstől független, ill. termikus zajoknak ne-  
vezzük azokat a zajokat, melyek egy áramkör alkat-  
részeiben a nukleonok mozgása következtében kelet-  
keznek. Ebbe a fogalomkörbe tartozik az ellenállás-,  
a sörét-, a villódzási és a megoszlási zaj. Közös vo-  
násuk, hogy az áramkörön akkor is jelen vannak, ha  
azon hasznos terhelés nincs, továbbá, hogy amplitúdó  
eloszlásuk független a hasznos jel szintjétől és frek-  
venciájától. Igen lényeges szempont, hogy a termikus  
zajok szabják meg a maximálisan áthidalható erősí-

tőmező hosszát is. A termikus zajok közül legjelen-  
tősebb az ellenállás zaj, melynek oka az elemi részecs-  
kék Brown-féle hőmozgása. Átlagteljesítménye:

$$\bar{P}_{z(R)} = 4kT \Delta f$$

ahol:  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ (J/K}^\circ\text{)}$  — Boltzmann állandó,  
 $T$  — a hőmérséklet Kelvin fokban,  
 $\Delta f$  — a vizsgált csatorna sávszélessége.

#### 1.1.2 Terheléstől lineárisan függő zajok

Ebbe az általános csoportba az áthallásból eredő  
zajok tartoznak. Mivel a zavart áramkörre jutó jel,  
ill. zajszint lineárisan arányos a zavaró áramkörön  
megjelenő hasznos jel szintjével, így az ily módon ke-  
letkező zajok a terhelés arányában természetesen  
lineárisan változnak. Az áthallási zaj jellege szerint  
igen sokféle lehet és összefoglalóan az 1. ábra szem-  
lélteti.

Figyelembe véve az áthallási zaj tulajdonságait,  
a zajteljesítmény áramkörszakaszonként összegez-  
hető, azaz

$$\bar{P}_{z1} + \bar{P}_{z2} + \dots + \bar{P}_{zn} = \sum \bar{P}_z.$$

Egyforma jellemzőkkel rendelkező szakaszok egyfor-  
ma áthallási teljesítményt (zajt) eredményeznek, mi-  
nek következtében az áthallott zajteljesítmény szint-  
je

$$\bar{P}_z(\Sigma) = \bar{P}_{zn} + \frac{1}{2} \cdot \ln n \text{ [dB]},$$

ahol:  $n$  — a szakaszok száma.

#### 1.1.3 A terheléstől nem lineárisan függő zajok

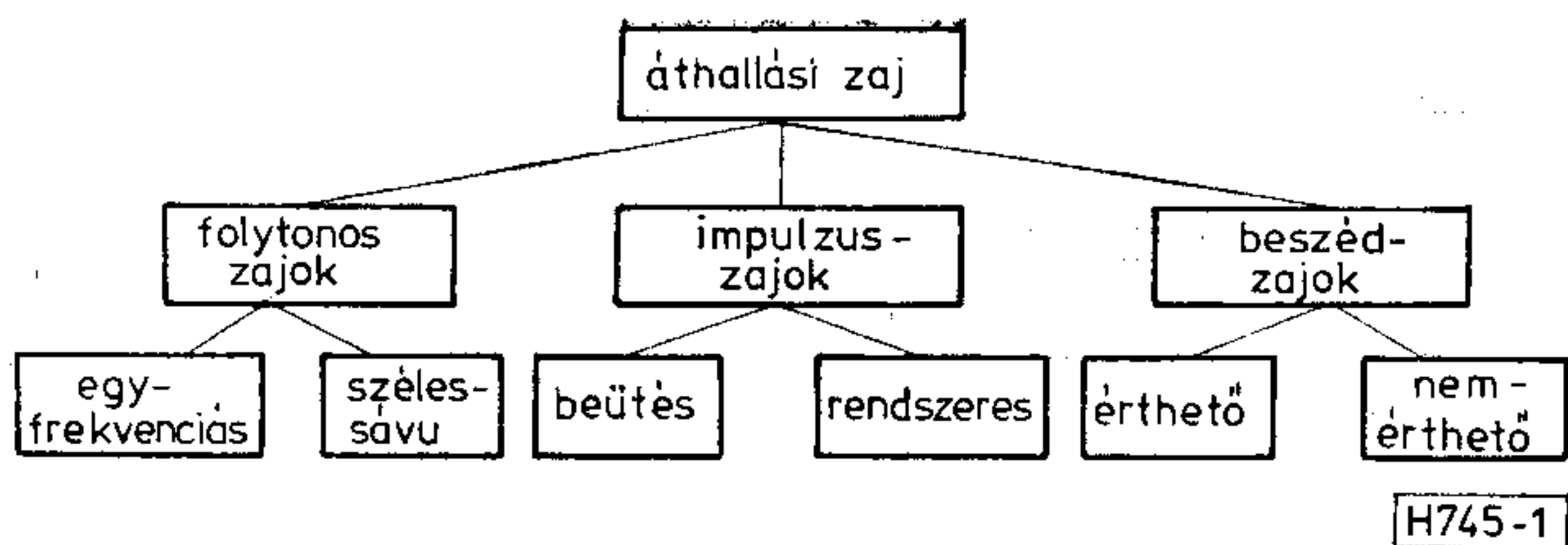
a) Minden áramkörben igen nagy számmal szere-  
pelnek nem lineáris karakterisztikájú elemek (elekt-  
roncsövek, tranzistorok, csévék stb.), melyek hatá-  
sára új frekvenciák keletkeznek, és ezek más csator-  
náknak, ill. áramkörökben zavart okozhatnak. E za-  
vartatáson kívül a torzítások a jelek hű átvitelét is  
megakadályozhatják, amennyiben azok a saját csa-  
tornába eső termékeket állítanak elő. Tekintettel  
arra, hogy a műsorhang átvitelnél, kiváltképp az  
utóbbi időben a HI-FI igényeket kielégítendő, egyre  
nagyobb jelentősége van a tiszta hangszínnek, így ez  
a kérdés kiváltképp kényes.

b) Klirr-faktor.

A nonlinearis torzításoknál alapvetően a karak-

\* Jelen cikk a szerző szakdolgozata alapján ké-  
szült, mely a Híradástechnikai Tudományos Egyesü-  
let 1979. évi pályázatán III. díjat nyert.

Beérkezett: 1980. VII. 4.



H745-1

### 1. ábra. Az áthallásból eredő zajok felosztása

terisztika görbületével ( $C$ ) számolunk. Ez azonban gyakorlati szempontból igen körülményes, éppen ezért egyszerűbb a torzítási tényező vagy a torzításcsillapítás figyelembevétele. A torzítási tényező, azaz a klirr-faktor:

$$k = \sqrt{\left(\frac{C_2}{C_1} U_{be}\right)^2 + \left(\frac{C_3}{C_1} U_{be}\right)^2 + \dots} \quad [\%]$$

ami felbontva harmonikusokra:

$$k_2 = \frac{C_2}{C_1} U_{be} \quad \text{és} \quad k_3 = \frac{C_3}{C_1} U_{be} \quad [\%].$$

Szokásos megadni még a torzításcsillapítás értékét is:

$$a_{k2} = -\log \frac{C_2}{C_1} U_{be} = \log \frac{1}{k_2}$$

és

$$a_{k3} = -\log \frac{C_3}{C_1} U_{be} = \log \frac{1}{k_3}.$$

#### 1.1.4 Külső eredetű zajok

Forrásuk igen sokféle lehet és túlnyomó részt minimális értéken tarthatók, de teljes mértékben nem küszöbölhetők ki. Lényegében a terheléstől független zajok csoportjába tartoznak. Előidézői lehetnek

- a tápáram szűretlensége,
- vivőkiszivárgás,
- elektromágneses zavarok stb.

#### 1.2 A zajok mértéke

A zajok megadására világszerte két módszer terjedt el.

##### 1.2.1 A zaj mérőszáma

Megadja az áramkör végén mért valódi értéket. Külön egységei a pW, mV, dB és az N.

##### 1.2.2 Jel/zaj viszony

Az átviteli rendszereken elterjedt jellemző, mely sokkal helyesebb képet ad az áramkör állapotáról, mint a mérőszám. Egyértelműen azt mutatja meg, hogy az adott ponton mért hasznos jel szintje mennyivel tér el az ott jelenlevő zajszinttől. Mivel a zajfeszültség is függ a meghatározás módjától (pszofometrikus, szélessávú, alkalmazott szűrő stb.), ezért minen jel/zaj viszony értékhez meg kell adni a meghatározás módszerét.

##### a) Logaritmikus jel-zaj viszony

Megadja az áramkör valamely pontján a hasznos és a zavaró jel rövid idejű, átlagteljesítmény szint-

jeinek különbségét dB-ben, vagy N-ben, vagyis az áramkör minőségére jellemző számadatot szolgáltat.

$$\frac{S}{N} = 10 \lg \frac{U_j^2}{U_z^2} \quad [\text{dB}] \quad \text{vagy} \quad \frac{S}{N} = \frac{1}{2} \ln \frac{U_j^2}{U_z^2} \quad [\text{N}].$$

A műsorhangáramköröknél ez kiváltképp fontos jellemző, tekintettel a dinamika szélességére.

##### b) Zajtényező

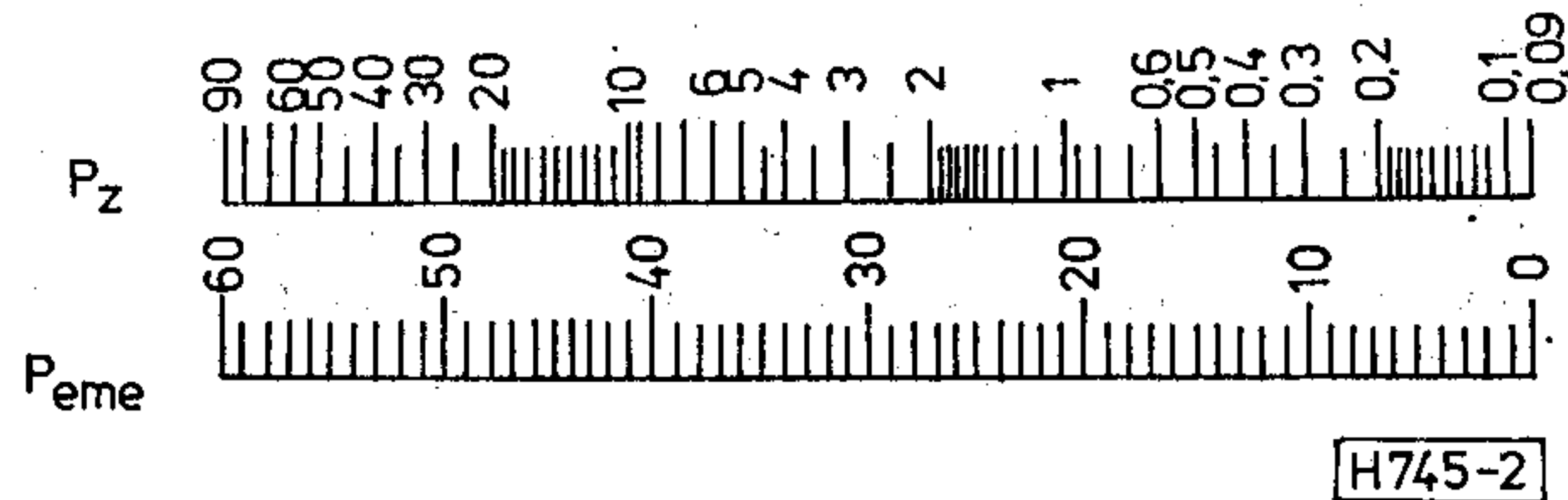
A hálózat zajtermelésére jellemző szám, mely a generátorból kivehető maximális teljesítmény és a négy-pólus kimenetén levő teljesítmény jel/zaj értékét mutatja. A zajmentes hálózat zajtényezője 1. A zajtényező logaritmus megadja a jel-zaj viszony növekedését.

##### c) Eredő zajtényező

Több, láncba kapcsolt négy-pólus esetén megadja a zajos hálózat együttes zajnövelő hatását.

#### 1.3 A zajok elektromos és akusztikai mértékének kapcsolata

Mind az akusztikai, mind pedig a mechanikai zajok megadhatók az elektromos zajokkal analóg módon. Méréssel minden esetben meghatározható a kimeneti zajmérték. A különös jelentőségű akusztikai zajoknál, mint amilyenek a műsorhang átvitel során is fellelnek, a kimeneti zaj mértékét phon-ban adják meg. A zajok akusztikai jellemzői közül a fültől független az a dB érték, amely megadja a hallásküszöbtől való távolságot. Ennek kapcsolatát az elektromos jellemzővel vagyis a pszofometrikus zajfeszültséggel a 2. ábra mutatja.



H745-2

2. ábra. A zajnak a hallásküszöbtől való távolsága dB-ben

#### 1.4 Súlyozott és súlyozatlan zajok

A műsorhang átvitelénél éppúgy, mint a távbeszélő rendszereken gyakran előfordul, hogy a zajok csak a frekvenciasáv bizonyos részében okoznak zavart. Ezek meghatározásához a mérőműszer elé megfelelő szűrőt kell beiktatni, mely csak a zavaró hatásnak kitett sávot engedi át, illetve a frekvencia függvényében súlyozza a zajt.

##### 1.4.1 Súlyozatlan zajfeszültség

Az átviteli rendszerben megjelenő valamennyi nem kívánatos zavar effektív feszültsége. Nagysága a vizsgált sáv szélességtől függ. A mért zajt a kívánt frekvencia sávra az alábbi összefüggés segítségével számíthatjuk át

$$p'_z = p_z - \frac{1}{2} \ln \frac{\Delta f}{\Delta f'} \quad [\text{N}]$$

vagy

$$p'_z = p_z - 10 \lg \frac{\Delta f}{\Delta f'} \quad [\text{dB}]$$

ahol:  $p_z$  — az eredeti  $\Delta f$  sávszélességű,  
 $p'_z$  — az átszámítandó  $\Delta f'$  sávszélességű csatorna zajszintje.

#### 1.4.2 Súlyozott zajfeszültség

Mint azt korábban említettük, a műsorhang áramkörökön fellépő zajok nagymértékben befolyásolják a kisugárzott műsor élvezhetőségét. Éppen ezért fokozott figyelmet kell fordítani erre a kérdésre, kiváltképp az emberi fül érzékenységének frekvenciafüggő súlyozásra. A pszofometrikusan súlyozott zajfeszültség alkalmas a nem kívánatos zavaró feszültségnek az átlagos emberi fül érzékenysége szerinti vizsgálatára. A műsorhang áramkör bármely két pontja közötti  $U_{ps}$  pszofometrikus zajfeszültséget az alábbi kifejezés határozza meg:

$$U_{ps} = \frac{1}{p_r} \sqrt{\sum (p_f U_f)^2}$$

ahol:  $U_f$  — a zavaró feszültség „f” frekvenciájú összetevőjének effektív értéke,  
 $p_f$  — az „f” frekvenciához,  
 $p_s$  — a hivatkozási frekvenciához (1000 Hz) tartozó súlytényező.

Megjegyzendő, hogy a pszofometrikus forrásfeszültség (elektromotoros erő), melyet a 2. ábra is szemléltet, kétszerese a 600 ohm-on mért zajfeszültségnek.

#### 1.4.3. Ajánlott pszofometrikus súlyozó görbe (CCITT J 16)

A műsorhang áramkörökön fellépő zajokat kiváltképp célszerű súlyozott zaj formájában vizsgálni, mert így a vizsgálat eredményei közvetlen viszonyba hozhatók az emberi fülre gyakorolt akusztikai hatással.

Annak érdekében, hogy összehasonlítható eredmények adódjanak, a műsorhang áramkörök zajméréséhez olyan mérőkészüléket kell alkalmazni, amely megfelel a CCIR 468—1 ajánlásban lefektetett karakterisztikának (korábban a CCITT P 53. ajánlásának).

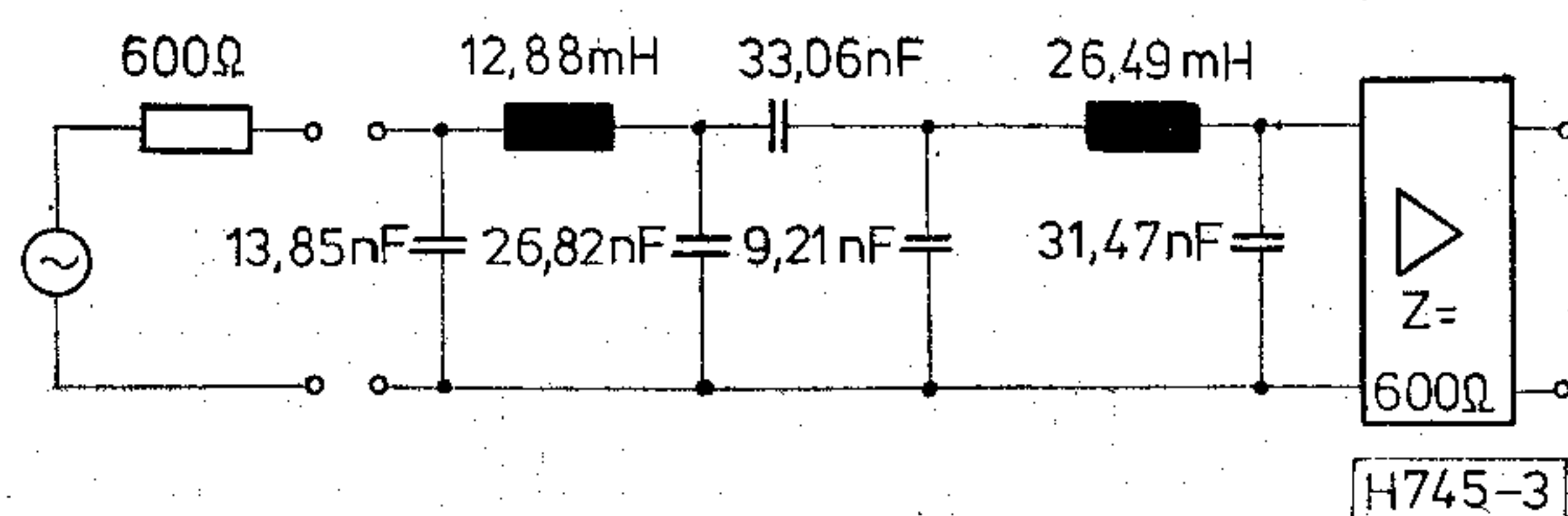
##### a) Súlyozott zaj mérése (CCIR 468—1)

A súlyozó hálózat névleges válaszfüggvényét a 3. ábrán megadott elektromos analóg négypólus válaszfüggvényével definiáljuk. A függvény különböző frekvenciáihoz tartozó értékeit a 4. ábra tünteti fel.

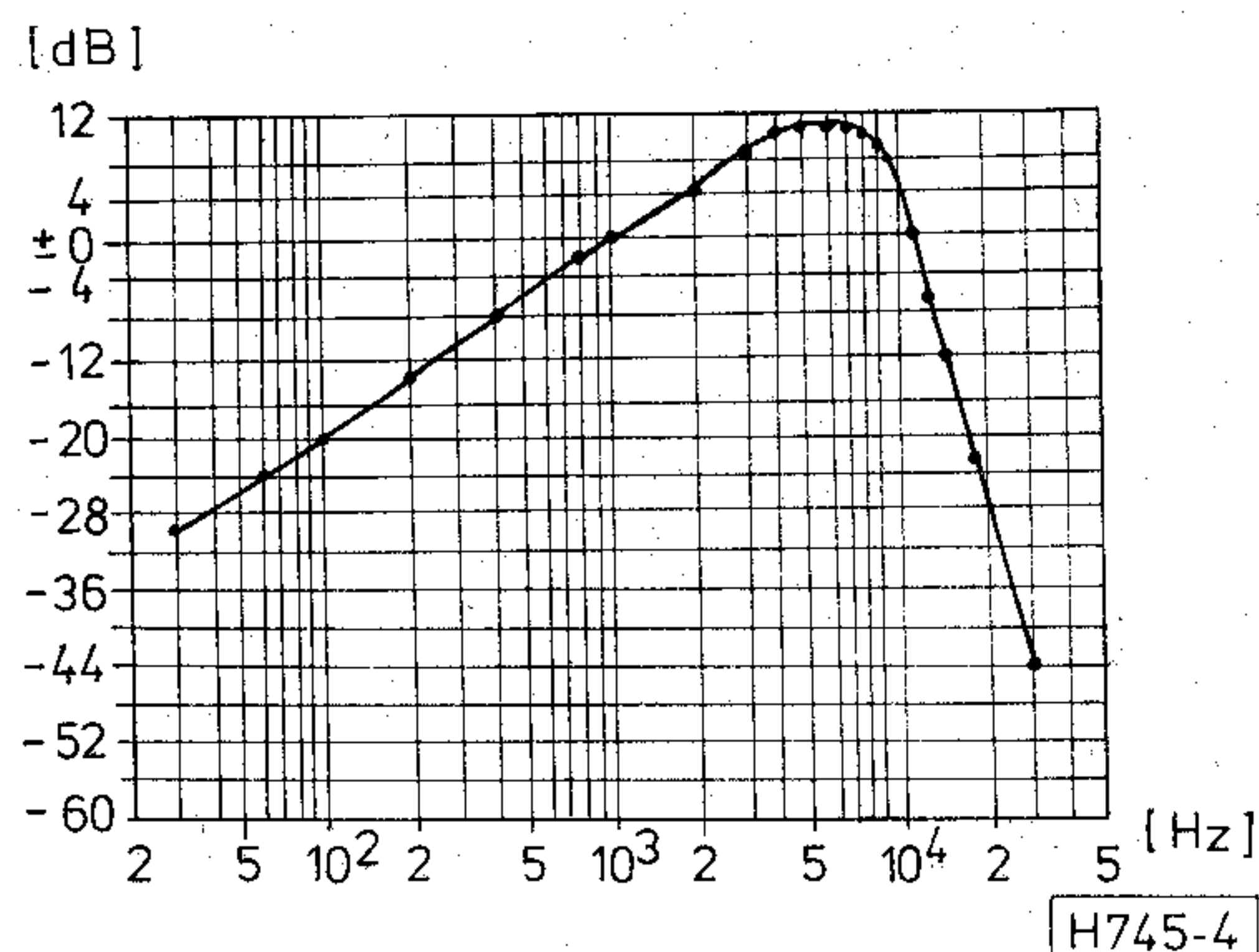
Megjegyzendő, hogy felesleges a 10 vagy 6,4 kHz-es műsorhang áramkörökhöz más súlyozó görbét alkalmazni, sőt feltehető, hogy a tárgyalt görbe keskenyebb sávú áramkörök esetén is használható.

##### b) Súlyozatlan zaj mérése

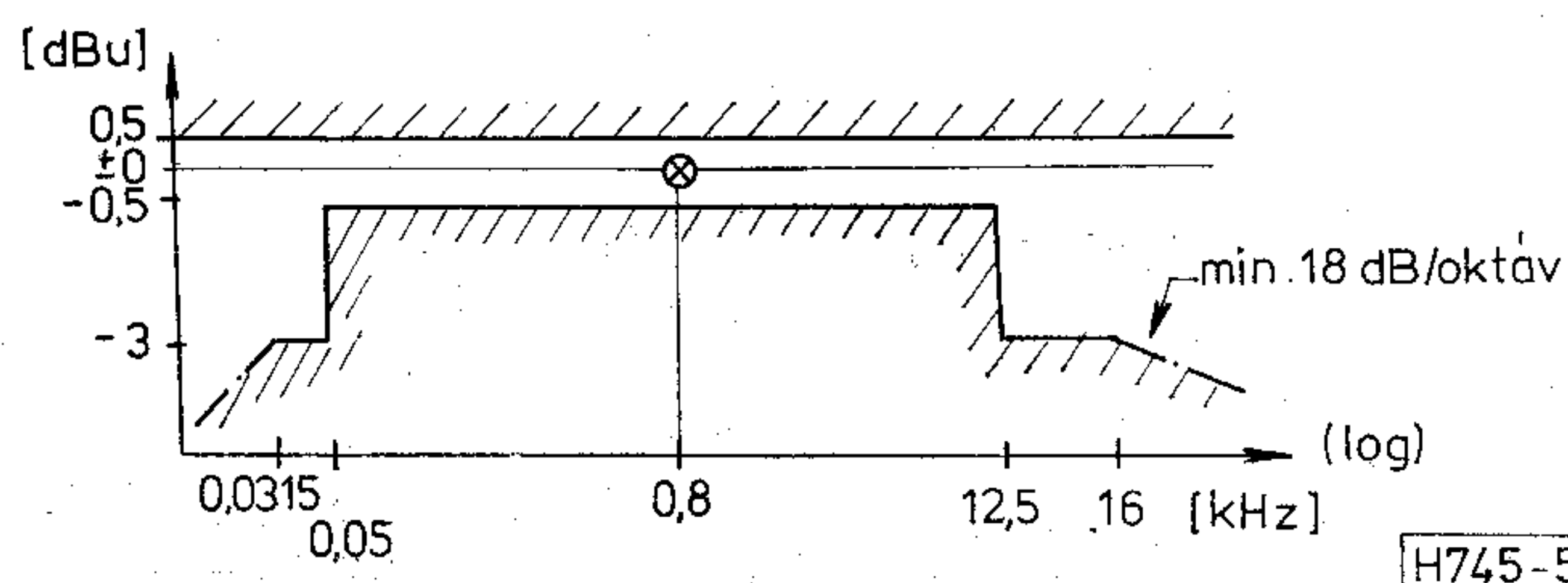
Szemben a korábbi gyakorlattal, amikor is a széles-sávú zaj mérést és értékelést gyakorlatilag frekvenciafüggetlennek tekintettük, a CCITT ajánlása szerint, az alkalmazott szűrőtől függetlenül, a súlyozatlan zaj mérést is a frekvencia függvényében kell vizsgálni, azaz a határértékek az 5. ábra szerinti diagram alapján értékelendők.



3. ábra. Elektromos négypólus a súlyozógörbe meghatározásához



4. ábra. A CCIR 468—1 ajánlás súlyozógörbéje



5. ábra. Szélessávú megengedett zajszint-változás a frekvencia függvényében

#### 1.5 Zajok kérdése műsorhang áramkörökön

Amint az a fent elmondottakból is következik, a zajok egyértelműen megszabják mind az áthidalható távolságot, mind pedig az átvitel minőségét. Ez utóbbi műsorszórásban és annak átvitelében kiemelkedő fontosságú.

A műsorhang áramkörök zajproblémáit a nulla relatív szintű pontra vonatkoztatott, pszofometrikusan súlyozott zaj formájában vizsgáljuk [dBmOps].

Példaképpen vizsgáljuk meg a „Q” típusú áramkörön fellépő zajok összességét.

A CCITT a 2500 km hosszúságú referencia áramkörre — 51 dBmOps zajszintet enged meg (mivel Magyarországon túlnyomó többségében még a régi súlyozógörbét tartalmazó mérőműszereket használunk, így példánkat is ennek figyelembevételével állítottuk össze).

Tekintsünk egy vivőfrekvenciás rendszeren üzemelő műsorhang átviteli vagy ún. „zenevivő” berendezés felhasználásával létesített műsorhang áramkört. Ez esetben a zajteljesítményt lényegében maga a vivőfrekvenciás rendszer fogja megszabni. Vizsgáljuk meg, hogy a nevezett áramkörön (2500 km hosszra vonatkoztatva!) mekkora zaj keletkezik.

|                                                                                 |              |
|---------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| A megengedett zajteljesítmény egy távbeszélő csatornában:                       | 10 000 pWOp  |
| A csatornamodem berendezések átlagos zaja ( $3 \cdot 300$ pW):                  | -900 pWOp    |
| Így a három, sorbakapcsolt csoportszakaszon megengedhető zajteljesítmény:       | 9100 pWOp    |
| vagy                                                                            | -50,4 dBmOp  |
| A távbeszélő pszofométer összegezett csillapítása:                              | + 2,5 dB     |
| Csoport áramkör súlyozatlan zaja egy távbeszélő csatornán:                      | -47,9 dBmO   |
| A műsorhang csatorna nagyobb sávszélessége miatt többletjai ( $3,1-14,97$ kHz): | + 6,8 dB     |
| A csoport áramkör súlyozatlan zaja 15 kHz sávszélességre:                       | -41,1 dBmO   |
| A pszofométer összegezett erősítése:                                            | + 3,7 dB     |
| A 15 kHz-es műsorhang áramkörben fellépő zajsztint:                             | -37,4 dBmOps |

Megállapítható tehát, hogy egy vivőfrekvenciás rendszeren telepített műsorhang áramkör zajsztintje 13,6 dB-lel magasabb, mint a CCITT által ajánlott érték. A jel/zaj viszony javítására tehát szükség van, amit pre-, deemfázis és kompander alkalmazásával érhetünk csak el.

## 2. Preemfázis

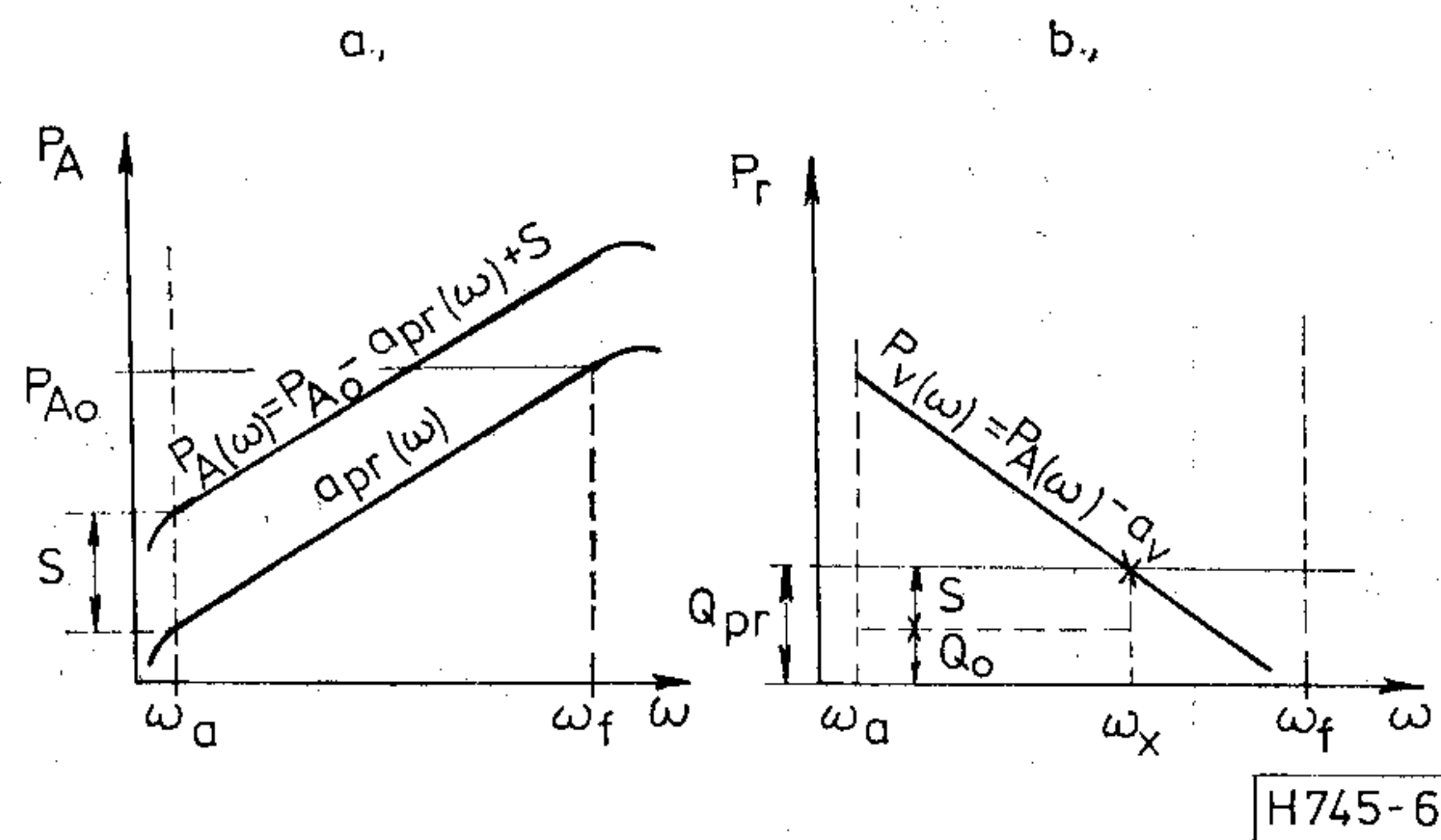
### 2.1 Preemfázis alkalmazásának előnye

A vivőfrekvenciás csoportösszeköttetések vonalszakaszainak zajspektruma általában egyenletes eloszlású, ami azt jelenti, hogy a zaj a frekvenciasáv minden részét egyformán zavarja. Ezzel szemben a műsorjelek eloszlása nem egyenletes, mert az átlagteljesítmény-sűrűség és ennek megfelelően a szint is, a nagyobb frekvenciák felé egyre csökken. Számításba kell venni továbbá azt is, hogy a vevőrész, mely lényegében a rádióvevő készülékből és az emberi fülből áll, a zaj szempontjából is erősen frekvenciafüggő viselkedést mutat.

E három tényezőt, valamint az 1.5.1 pontban közölt példát tekintve a vivőfrekvenciás rendszereken a preemfázis alkalmazása célszerű, sőt szükséges.

Lényege abban áll, hogy a műsorhang spektrumát (sávját) a frekvencia függvényében növekvő szinttel juttatja ki a vonalra. Ezt a ferdeséget a preemfázis áramkörrel hozzuk létre úgy, hogy az alacsony frekvenciák szintjét egy  $p_{A0}$  referenciaszinthez képest, beiktatott többlet csillapítással lenyomjuk ( $a_{pr(\omega)}$ ), majd az eközben leromlott jel/zaj távolság feljavítása érdekében  $S$  erősítést alkalmazunk. Az ily módon kialakított adásirányú kimenőszint a frekvencia függvényében:

$$p_{A(\omega)} = p_{A0} - a_{pr(\omega)} + S.$$



6. ábra. A preemfázis hatása az adó (a) és a vétel (b) oldalra

A preemfázis hatása az adóoldalra a 6a ábrán látható. Az áramkör vételoldalán a jelsztint preemfázis nélkül:

$$p_{v0(\omega)} = p_{A0} - a_v,$$

ahol:  $p_{v0(\omega)}$  — a frekvenciafüggő vételsztint,  
 $a_v$  — a vonalszakasz csillapítása.

Ha egy bizonyos ponton  $p_z$  zajsztintet tételezünk fel, akkor ezen a ponton a jel/zaj távolság ( $Q_0$ ):

$$Q_0 = p_{A0} - a_v - p_z.$$

Preemfázis alkalmazása esetén a vételoldali szztint

$$p_{v(\omega)} = p_{A0} - a_{pr(\omega)} + S - a_v = p_{A(\omega)} - a_v,$$

és így a jel/zaj távolság:

$$Q_{pr} = p_{A0} - a_v - p_z - a_{pr(\omega)} + S = Q_0 - a_{pr(\omega)} + S.$$

Mivel a frekvenciasáv felső tartományában nem alkalmaztunk többletcsillapítást, így  $a_{pr} = 0$ , minek következtében a jel/zaj távolság a preemfázis alkalmazása előtti esethez képest éppen  $S$  értékkel (kb. 6–7 dB-lel) fog növekedni, vagyis

$$Q_{pr} = Q_0 + S.$$

Ez a nyereség csak egy bizonyos  $\omega_x$  frekvenciáig következhet be, ahol is  $a_{pr(\omega)} = S$ . A preemfázis vételoldalra gyakorolt hatását szemlélteti a 6b ábra.

### 2.2 A kívánatos preemfázis diagram (CCITT J. 17.)

Azt a többlet beiktatási csillapítást, melyet még célszerű alkalmazni az alacsony frekvenciák elnyomására, a CCITT J. 14 ajánlása szerinti preemfázis csillapítás-karakterisztika adja meg, és az alábbi összefüggésnek kell, hogy megfeleljen:

$$a_{pr} = 10 \log \frac{75 + \left(\frac{\omega}{300}\right)^2}{1 + \left(\frac{\omega}{300}\right)^2} \text{ [dB]}.$$

A vételoldalon értelemszerűen olyan áramkört kell alkalmaznunk, melynek karakterisztikája komplementens a preemfázis karakterisztikájával és ezáltal visszanyerhetjük az eredeti sávot. Ez az egység a deemfázis áramkör.

1. táblázat

| f (kHz) | a (dB) |
|---------|--------|
| 0       | 18,75  |
| 0,05    | 18,70  |
| 0,2     | 18,06  |
| 0,4     | 16,48  |
| 0,8     | 13,1   |
| 2       | 6,98   |
| 4       | 3,1    |
| 6,4     | 1,49   |
| 8       | 1,01   |
| 10      | 0,68   |
|         | 0      |

2. táblázat

| A kompresszor jelszintje (dBmO) |           |
|---------------------------------|-----------|
| bemeneten                       | kimeneten |
| —                               | + 17,0x   |
| - 40                            | + 16,9    |
| - 35                            | + 16,5    |
| - 30                            | + 15,6    |
| - 25                            | + 13,2    |
| - 20                            | + 9,7     |
| - 15                            | + 6,0x    |
| - 10                            | + 2,7     |
| - 5                             | + 0,2     |
| - 4,5                           | ± 0,0     |
| ± 0,0                           | - 1,3     |
| + 3                             | - 2,0x    |
| + 5                             | - 2,3     |
| + 10                            | - 2,9     |
| + 15                            | - 3,2     |
| + 20                            | - 3,5     |

A fenti összefüggésből számított görbének az 1. táblázatban megadott pontokon kell áthaladnia.

Előírás továbbá, hogy ha a 800 Hz-en mért szint megegyezik az elméletileg előírt értékkel, akkor a mért pre-, és deemfázis görbe  $\pm 0,25$  dB-nél jobban nem térhet el az elméleti görbétől.

Megjegyzendő, hogy ez a formula csak a preemfázis beiktatási csillapítására ad felvilágosítást, de az erősítő utáni szint a berendezések típusától függően más és más lehet.

Hogy valami támpontot mégis kaphassunk, a CCITT J. 31. ajánlása a Siemens típusú 15 kHz-es műsorhang közvetítő berendezés preemfázis áramkörét ajánlja és az alábbi előírásokat fogalmazza meg:

- pre-, ill. deemfázis áramkört a kompresszor előtt, ill. az expander után,
- a J. 17. ajánlásnak megfelelően kell alkalmazni, úgy, hogy
- a preemfázis 800 Hz-en mért csillapítása a névleges bemeneti szinthez viszonyítva 6,5 dB legyen.

### 2.3 Az áthidalható távolság

Vivőfrekvenciás rendszeren zajcsökkentő megoldások nélkül, amint azt az 1.5.1 pontban ismertetett példa is mutatja, nem lehetne üzemeltetni műsorhang áramkört, mert egy csoportszakasz végberendezés zaja, ami egyszeri hangfrekvenciás lebontásnak felel meg, már eleve nagyobb, mint magára a műsorhang áramkörre megengedett zajteljesítmény. (Hangfrekvenciás áramkörök esetében a preemfázis alkalmazása természetesen nem szükséges.) A pre- és deemfázis egységek beiktatásával kb. 6 dB nyereséget érünk el, mellyel már mintegy 340 km távolság hi-

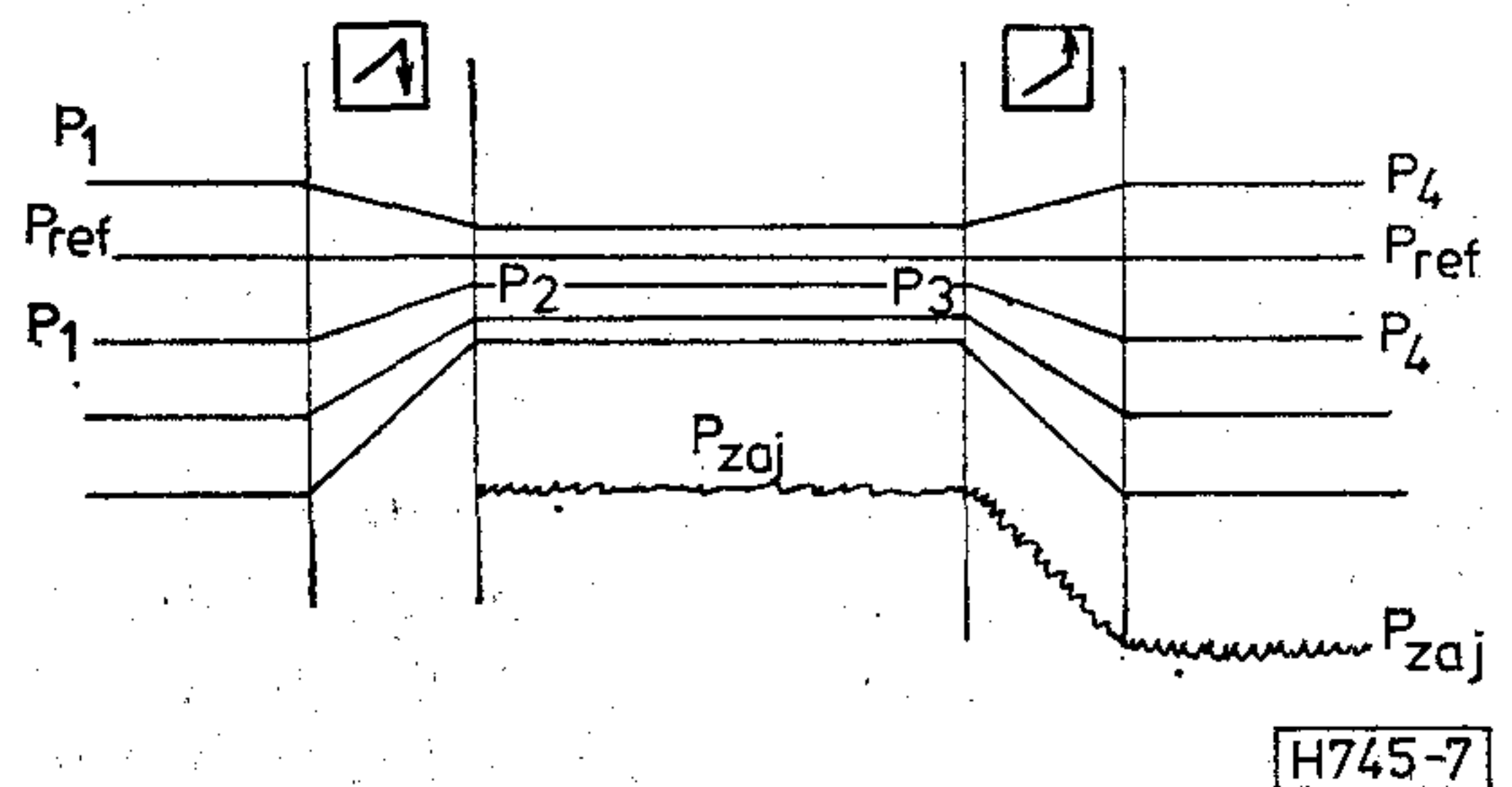
dalható át. Nagyobb távolságra történő felhasználáskor már kompander alkalmazása is szükségessé válik.

## 3. A kompander

A zajcsökkentő eljárások másik fontos eszköze az adó oldalon elhelyezett kompresszor és a vétel oldalon vele szemben beiktatott expander. Mivel a műsorhang dinamikája akár 80 dB-es tartományt is átfoghat, így igen lényeges szempont, hogy a kisszintű jeleket, ill. a műsorban előforduló szüneteket épp olyan zajszinttel juttassuk el a vételoldalra, mint a magasabb szintűeket. Ezen megfontolások alapján alkalmazzuk a szintfüggő erősítőket.

### 3.1 A kompresszor

Működési elve az, hogy a hasznos jel szintjét a zajhoz képest felemeli, de nem állandó erősítés bevitele útján — az erősítőket túlvezérelnénk —, hanem olyan, a dinamika függvényében változó erősítést alkalmaz, mely a jel szintjével fordítva arányos. Az erősítendő jel meghatározásához olyan referencia szintet választunk, melyet a kompander változatlanul enged át. Ha az átvivendő jel szintje ezen érték alatt van, akkor a kompresszor a bemeneti jel szintjével arányos erősítést, ha e fölött, akkor csillapítást iktat be, lényegében tehát a dinamikát változtatja (7. ábra).



7. ábra. A kompander működési elve

### 3.2 Az expander

A kompresszorral szemben a vételoldali végpont az eredeti dinamikát vissza kell állítanunk. Az expander feladata, hogy helyreállítsa az eredeti jelsorozat dinamikáját és ezáltal megnövelje a jel-zaj távolságot is.

Az egység a feladatot úgy oldja meg, hogy a bemenetre érkező jeleket a referencia szinthez képest csillapítja. A beiktatott csillapítás annál nagyobb, minél kisebb a beérkező jel nívója. Tekintettel arra, hogy a beérkező jelsorozatban általában a zajszint a legalacsonyabb, így természetesen legjobban a zaj csillapodik.

Abban az esetben viszont, ha a bejövő szint magasabb a referencia szintnél, az expander erősítést alkalmaz, méghozzá olyan mértékben, ahogy a bejövő jel szintje nő.

### 3.3 Komponderrel elérhető zajnyereség

A kompresszor, ill. az expander legfontosabb jellemzője az ún. kompressziós, ill. expanziós tényező, ami kompresszor esetén:

$$R_k = \frac{p_r - p_2}{p_r - p_1} = \frac{1}{\alpha},$$

expander esetén:

$$R_e = \frac{p_r - p_3}{p_r - p_2} = \beta.$$

A képletekből és a 8. ábrából is kitűnik, hogy a jelek torzításmentes, alakhű átvitelének feltétele:

$$p_1 = p_3, \text{ ill. } \alpha = \beta, \text{ minek következményeként}$$

$$R_k R_e = 1.$$

Kompresszor nélkül a vonalon mért szint azonos a bemenő szinttel ( $R_k = 1$ ), kompresszor alkalmazása esetén viszont annak  $R_k$ -szorososa.

Ebből a megfontolásból eredően a kompresszor jel/zaj viszony javító hatása:

$$f_k = 8,686(1 - R_k) \frac{P_{1\min}}{2} \text{ [dB]}, \text{ ha } p_{1\max} = 0 \text{ dB}.$$

Az expander hatására létrejövő zajnyereség:

$$f_e = 8,686(1 - R_e) \left( R_k \frac{P_{1\min}}{2} - p_{\text{zaj}} \right) \text{ [dB]},$$

$$\text{ha } p_{1\max} = 0 \text{ [dB]}.$$

A kompondor beiktatása tehát eredőben

$$f_{ke} = 8,686(R_e - 1)p_{\text{zaj}} \text{ [dB]}, \text{ ha } p_{1\max} = 0 \text{ [dB]}$$

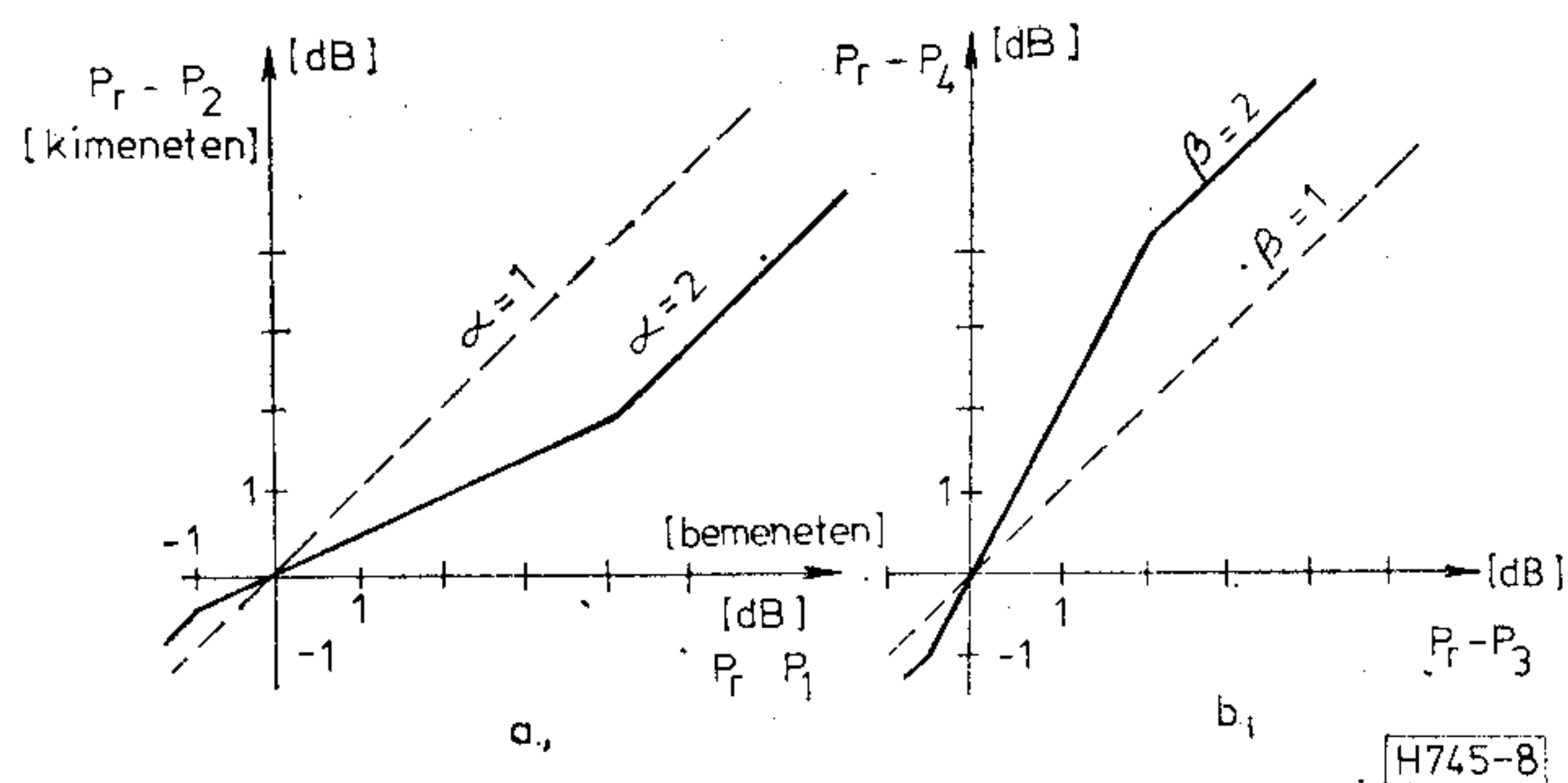
és általában

$$f_{ke} = 8,686(R_e - 1)(p_{\text{zaj}} - p_1) \text{ [dB]}$$

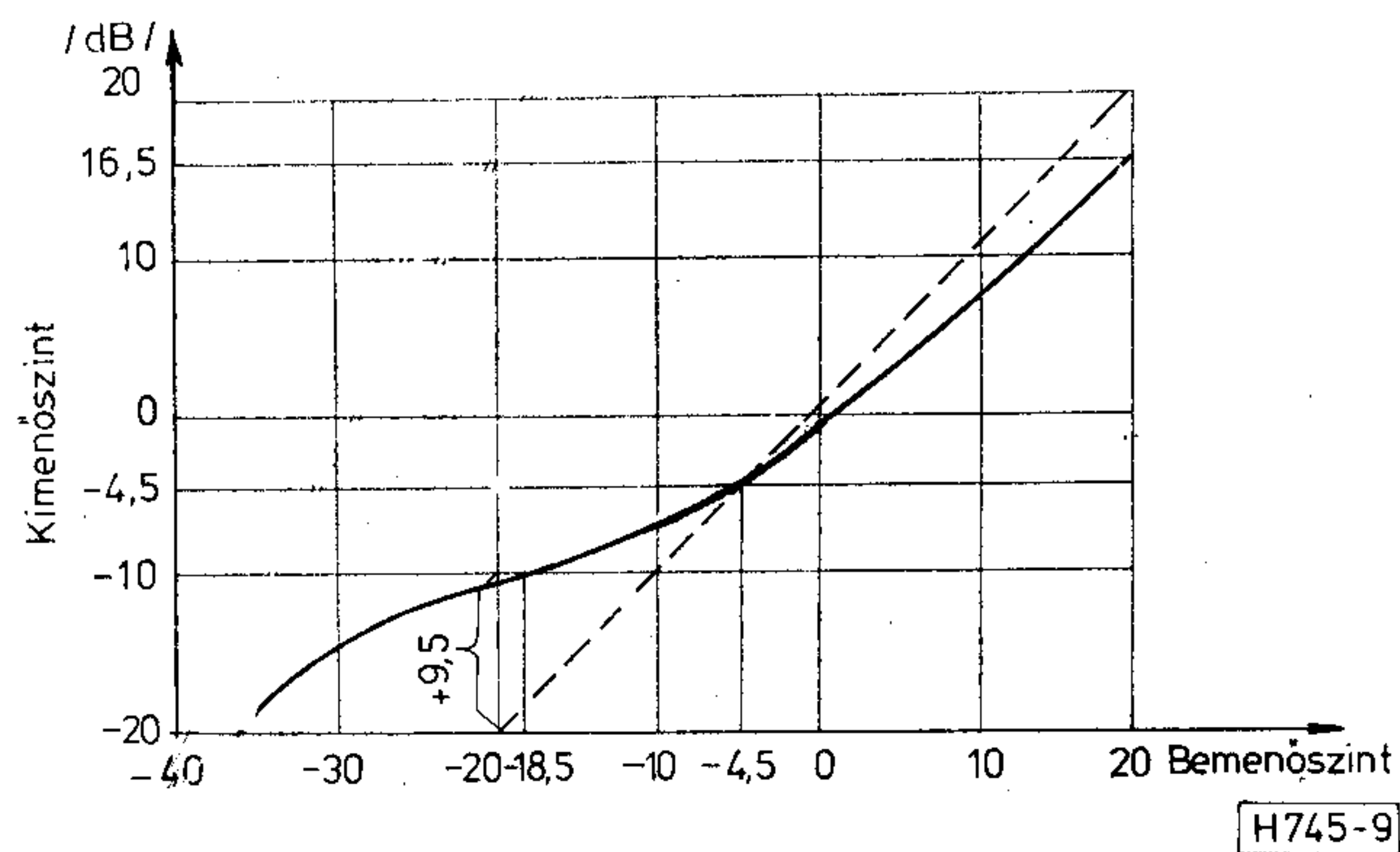
zajnyereséget okoz, ami a gyakorlatban 15–17 dB-nek felel meg.

### 3.4 A kompressziós jelleggörbe

Ha a fenti összefüggéseket grafikusán is ábrázoljuk (8a és 8b ábrák), akkor megkapjuk az ún. kompressziós jelleggörbét.



8. ábra. A kompresszor (a) és az expander (b) kimenőszintjének változása a bemenőszint függvényében



9. ábra. A CCITT által ajánlott kompresszor-karakterisztika

A CCITT J. 31. ajánlása értelmében a kompresszor erősítésének a bemenő szinttől való függését, mely a 22 dB-t is elérheti, a 9. ábra és a 2. táblázat szemlélteti.

Az expander erősítése (csillapítása) a kompresszorral komplementes. A megengedett tűrés  $\pm 0,5$  dB, kivéve a \*-gal jelzett pontokat, ahol maximum  $\pm 0,1$  dB lehet.

### 3.5 A komponder alkalmazása

A kompondereket két zajforrás ellen használjuk:

- a vonalról érkező zajok ellen, melyek esetében a modulációs rendszer nem nyújt elegendő védelmet (elsősorban AM-rendszereken)
- a modulációs rendszer saját zajai ellen, amikor a komponder a modem egység egybeépített része.

(Ezt a megoldást általában kvantált átviteli rendszereken, pl. PCM-nél használják)

A kompondereket ajánlatos a vivőfrekvenciás sávban dolgoztatni (ellentétben az AV 2/3 típusú műsorhang közvetítő berendezéssel, ahol a nevezett egység hangfrekvenciás), mivel a HF sávban a komponder működési ideje (megtámadási és visszanyerési idő) összemérhető az alacsony frekvenciás műsorjelekkel (50 Hz) és így a komponder nem a burkológörbe szerinti szintváltozásokra működik, ami a műsorjel torzulását okozhatja.

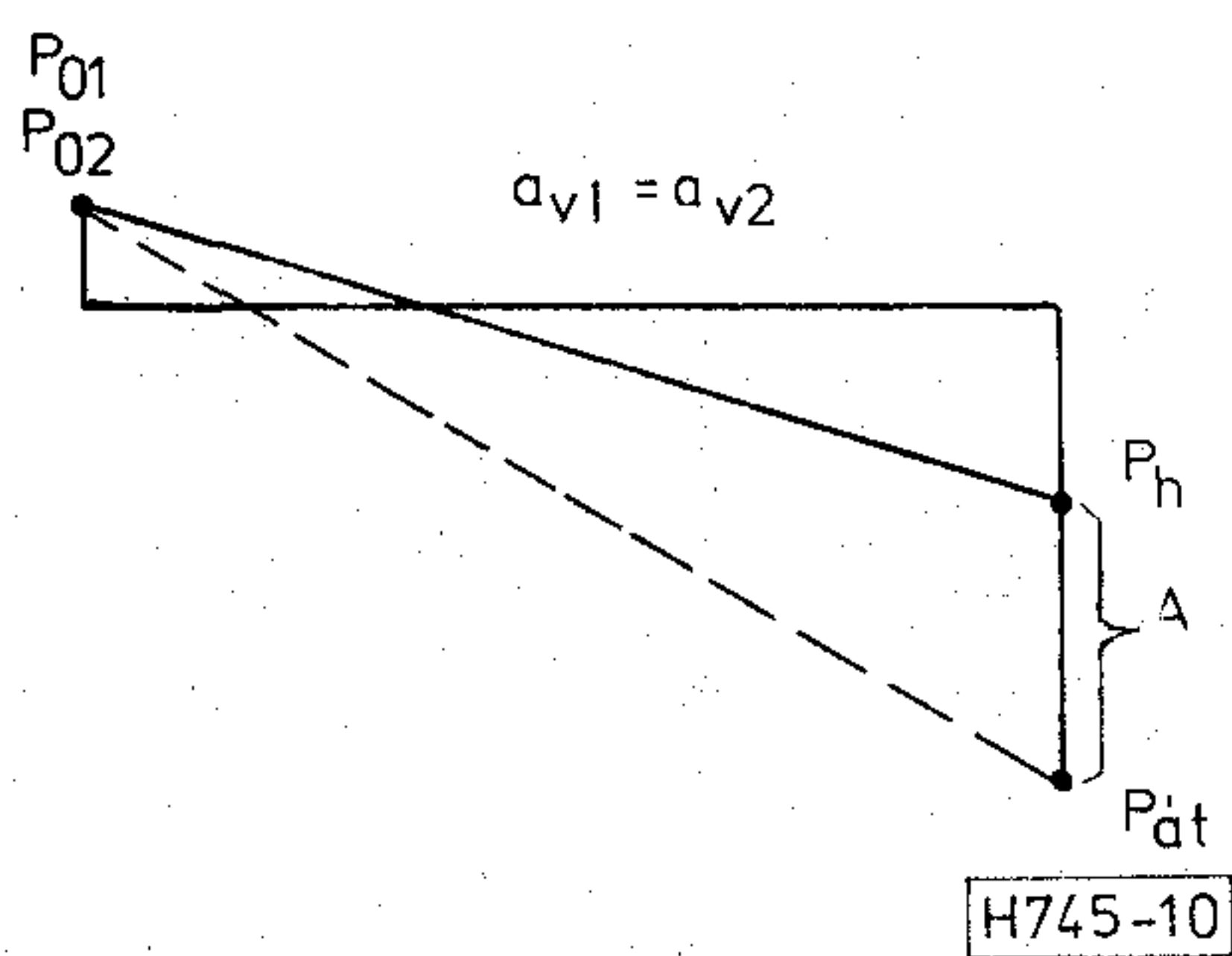
## 4. Az érhető áthallás kérdése műsorhang áramkörökön (CCITT J. 18)

### 4.1 Az áthallás elvi oka, áthallási védettség

Az egymáshoz elég közel levő vezetékeken, vagy vivőfrekvenciás összeköttetések csatornáiban az áramkör saját jelei mellett megjelennek más áramkörök, ill. csatornák jelei is. Ezek a vizsgált áramkör szempontjából zavaró jeleknek számítanak és szintjük a zavaró áramkörökön átvitt hasznos jel szintjével lineárisan változnak.

Az áthallás mértékeként két fogalmat definiálhatunk. Vizsgálhatjuk egyenként a két áramkör közötti áthallás erősségének mértékét, azaz a zavaró és az áthallott szintek különbségét, ami az áthallási csillapítás

$$a = p_{\text{zavaró}} - p_{\text{áthallott}} \text{ [dB, N]}$$



10. ábra. Az áthallási védettség fogalma

vagy pedig a zavart áramkörben az áthallásból eredő és az ott megengedett hasznos jel szintjének különbségét (ha mindkét áramkör beadó szintje azonos), ami az áthallási védettséget jelenti

$$A = p_{\text{hasznos}} - p_{\text{áthallott}} \quad [\text{dB}, \text{N}]$$

és a 10. ábra szemlélteti,

ahol:  $p_{01} = p_{02}$  — a zavart, ill. a zavaró áramkör bemenetére adott hasznos jel szintje  
 $p_h$  — a zavart áramkör végén mérhető hasznos szint  
 $A$  — áthallási védettség a két áramkör között  
 $a_{v1} = a_{v2}$  — az áramkörök csillapítása  
 $p_{\text{át}}$  — az áthallott zavaró jel szintje a zavart áramkör végén.

Az áthallási védettség figyelembe veszi a tényleges üzemi viszonyokat és mintegy jel-zaj távolságként fogható fel, ezért alkalmasabb a vizsgálat céljára, mint az áthallási csillapítás. Éppen ez okból a CCITT is az áthallási védettséget ajánlja, mint vizsgálandó jellemzőt.

Maga az áthallás az átviteli úton keletkezik éspe dig:

- a frekvencia áttevő berendezések minden szintjén (a HF berendezésekben éppúgy, mint a magasabb csatornaszámú rendszerekben)
- csoport, főcsoport stb. átkapcsoló berendezésekben (szűrőkarakterisztikák)
- az átviteli rendszer minden pontján, mind a vonalon, mind az állomás egyéb berendezéseiben.

Ezekben a berendezésekben különböző áthallási források, azaz kapacitív induktív és egyéb csatolások, továbbá az intermoduláció, beleértve a fix frekvenciájú jelekből, pl. pilotból származó zavartatást is, fejtik ki hatásukat.

E rövid áttekintésből is következik, hogy az áthallások igen sok szempont szerint csoportosíthatók,

de az átviteli út végén végeredményben mindig zajként jelentkeznek. A zajok hatását az egyes műsorhang áramkörökre az 1. pontban röviden áttekintettük ugyan, de nem szabad figyelmen kívül hagyni az áthallás legzavaróbb fajtáját, az érthető áthallásokat. Ez azért fontos, mert a műsorhang áramkörök egyrészt sokkal érzékenyebbek az ilyen típusú zavartatásokra, másrészt azért, mert egyes esetekben a zajteljesítmény ugyan a megengedett érték alatt van, de a jelenlevő érthető áthallás ennek ellenére komoly zavart okozhat.

Érthető áthallás létrejöttét az alábbi tényezők idézhetik elő:

- hangfrekvenciás áramkörök esetében a kellőképpen ki nem egyenlített kábelek és légvezetékek, illetve árnyékolatlan érpárok felhasználása;
- vivőfrekvenciás szempontból a zavart áramkör modulációs rendszere;
- kétoldalsávú rendszer alkalmazása, mely 3 dB-es romlást eredményezhet;
- az azonos frekvenciafekvés.

#### 4.2 Visszafordulásból eredő (oda-vissza irányú) áthallás

Ez a fajta áthallás, mely az egyirányban üzemelő, de két átviteli iránnyal rendelkező műsorhang áramkörök esetében léphet fel, elsősorban távolvégi áthallást okozhat. A CCITT szerint két, egyazon csoport ellentétes irányait felhasználó műsorhang áramkör maximális hossza ebben az esetben 560 km. Az ilyen jellegű áthallást feltételezhetően a különböző frekvencia áttevő berendezések okozzák.

#### 4.3 Az érthető áthallás csökkentésének módszerei

- Hangfrekvenciás áramkör esetében kiváló eredményt érhetünk el árnyékolt érpárok felhasználásával és a kábelek, légvezetékek gondos ki egyenlítésével.
- Vivőfrekvenciás rendszereken az áthallás csökkentésének módszerei a frekvenciasáv gondos megválasztása (pl. SG/2 pozíció), pre-/deemfázis és kompander alkalmazása, valamint a műsorhang és távbeszélő áramkörök sávjainak megfordítása egymáshoz képest.

Az elmondottakból kitűnik, hogy megannyi eredményes műszaki megoldás mellett is a zaj még mindig komoly feladatok elé állítja a híradástechnika szakembereit, ezen belül is elsősorban azokat, akik az átvitel technikával foglalkoznak, bár az ismertetett védekezési módszerek felhasználásával ma már viszonylag közel jutottunk a probléma gyakorlati megoldásához.

## A diszkrét és a gyors Fourier transzformáció

CEBE LÁSZLÓ  
TERTA—KKVMF

### 1. Bevezetés

A PCM technika megjelenése, vagyis a jelek mintavételezés és kódolás útján továbbítása új korszakot nyitott meg a híradástechnikában. A megindult rohamos fejlődésben új és döntő lépést jelentett a mintavételezett-és kódolt jelek számítógépes feldolgozása és az analóg vagy digitális átviteli utak numerikus leutánczása.

A technikai megvalósítást a gyors működésű számítógépek teszik lehetővé. Az LSI technológia bevezetésével a 70-es évek közepétől rendelkezésre állnak az egyre kisebb méretű, egyre gyorsabb működésű és egyre olcsóbbá váló számítógépek és ezzel megindulhatott az új elveken felépülő berendezések kifejlesztése.

Jelenleg a fő cél az FDM rendszereknél a csoportképzés numerikus úton való megvalósítása, hogy a költséges és nagyméretű analóg szűrőket el lehessen kerülni, valamint a PCM és FDM rendszerek közvetlen összekapcsolása.

Sajnos, ez az új technika magasabb matematikát és a hagyományos analóg és digitális technikában megszokott elvektől eltérő ismereteket kíván. Ezen új technika elsajátításához elsősorban

- a diszkrét és a gyors Fourier transzformáció,
- a Z Transzformáció és
- a digitális szűrők

ismerete szükséges. Jelen cikkünkben az első témakörrel foglalkozunk. Célunk az, hogy olyan egyszerű és világos tárgyalásmódot adjunk, amelyet az átlagos matematikai képzettséggel rendelkezők is nagyobb nehézség nélkül követni tudnak. A hangsúlyt a fizikai kép megvilágítására helyezzük, ezért a matematikai formulákat lehetőleg részletes ábrákkal és számpéldákkal egészítjük ki.

### 2. A Fourier-sor

Ismeretes, hogy az 1. ábra szerinti bármilyen  $f(t)$  periodikus jel felbontható szinusz és koszinusz jelek összegére:

$$\left\{ \begin{aligned} f(t) = & a_0 + a_1 \cos \omega_0 t + a_2 \cos 2\omega_0 t + \dots + \\ & + b_1 \sin \omega_0 t + b_2 \sin 2\omega_0 t + \dots \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ahol:

$$\left\{ \begin{aligned} \omega_0 &= \frac{2\pi}{T_0} & a_0 &= \frac{1}{T_0} \\ a_k &= \frac{2}{T_0} \int_{t_1}^{t_1+T_0} f(t) \cos k\omega_0 t \, dt \\ b_k &= \frac{2}{T_0} \int_{t_1}^{t_1+T_0} f(t) \sin k\omega_0 t \, dt \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Célszerű  $t_1$ -et úgy megválasztani, hogy az integrálok kiszámítása lehetőleg egyszerű legyen. Általában  $t_1=0$  vagy  $t_1=\frac{T_0}{2}$  értéket választunk.

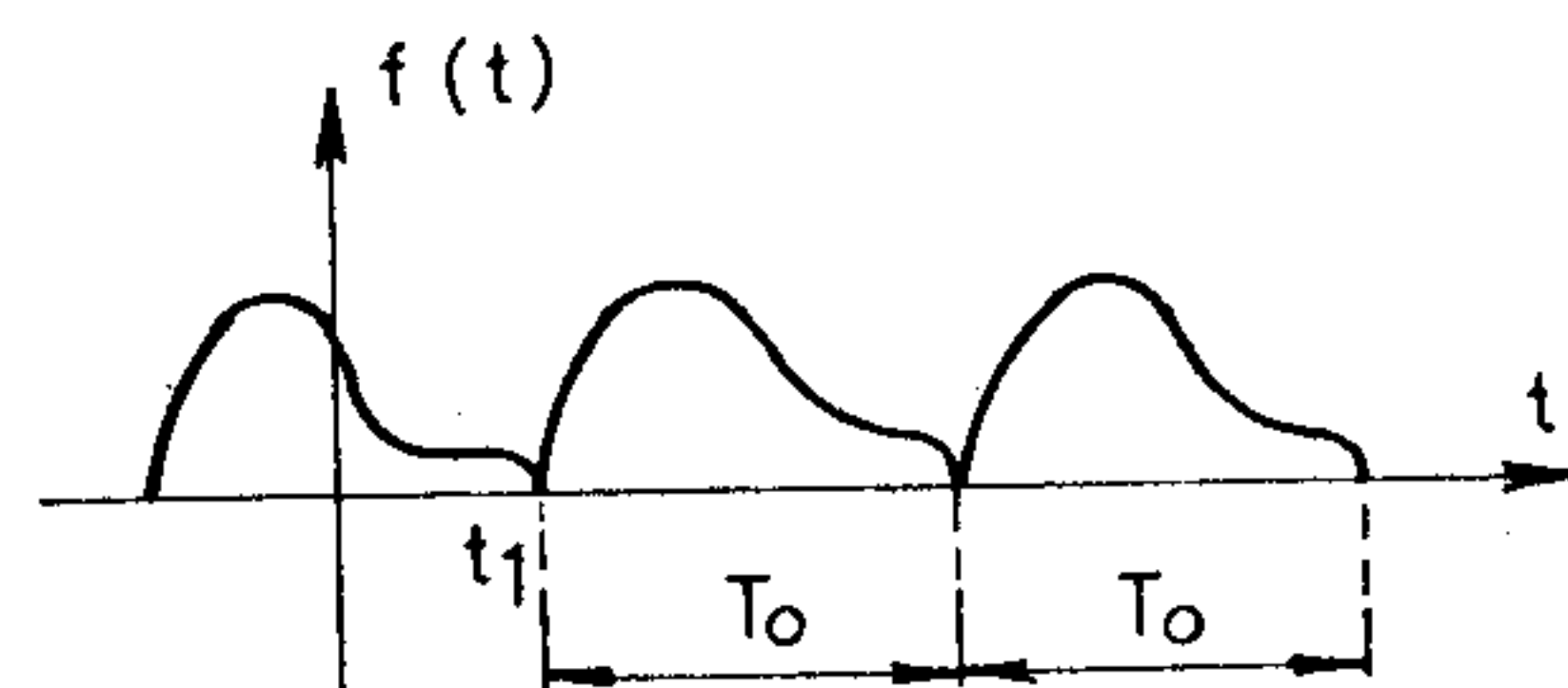
Formuláink tömörebbé és áttekinthetőbbé válnak a komplex számolási móddal. A

$$\cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2} \quad \text{és} \quad \sin x = j \frac{e^{-jx} - e^{jx}}{2}$$

összefüggések felhasználásával az 1. formulát átalakíthatjuk.

A  $k\omega_0$  frekvenciájú tagok összevonásából:

$$\begin{aligned} a_k \cos k\omega_0 t + b_k \sin k\omega_0 t &= \frac{a_k - jb_k}{2} e^{jk\omega_0 t} + \\ &+ \frac{a_k + jb_k}{2} e^{-jk\omega_0 t} = C_k e^{jk\omega_0 t} + C_{-k} e^{-jk\omega_0 t}. \end{aligned}$$



B 130-1

1. ábra. Periodikus folytonos függvény

Az 1. és 2. formulákba behelyettesítve:

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k e^{jk\omega_0 t} \quad (3a)$$

$$C_k = \frac{a_k}{2} - j \frac{b_k}{2} = \frac{2}{T_0} \int_{t_1}^{t_1+T_0} f(t) \left[ \frac{e^{jk\omega_0 t} + e^{-jk\omega_0 t}}{2} - j \frac{e^{jk\omega_0 t} - e^{-jk\omega_0 t}}{2j} \right] dt = \frac{1}{T_0} \int_{t_1}^{t_1+T_0} f(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \quad (3b)$$

$f(t)$  és  $C_k$  kölcsönösen meghatározzák egymást, ezért Fourier-pároknak nevezzük őket.

## 2.1 Periodikus függvény felbontása páros és páratlan összetevőre

Az 1. és 2. formulákból látszik, hogy a Fourier-sor-képzés lineáris művelet. Ha az  $f(t)$  függvényt tetszőlegesen felbontjuk

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t) + \dots \quad (4)$$

összetevőkre, akkor érvényes a lineáris szuperpozíció elve. Vagyis, ha külön-külön a részfunkciókra meghatározzuk az  $a_i$ ,  $b_i$  vagy  $C_i$  komponenseket, akkor az egyes  $a_i$ ,  $b_i$ , ill.  $C_i$ -k összeadásából nyerjük az eredeti  $f(t)$  függvény megfelelő komponenseit.

Különösen két felbontásnak van jelentősége:

### a) Felbontás páros és páratlan függvényekre

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t), \quad \text{ahol: } \left. \begin{aligned} f_1(t) &= \frac{f(t) - f(-t)}{2} \\ f_2(t) &= \frac{f(t) + f(-t)}{2} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

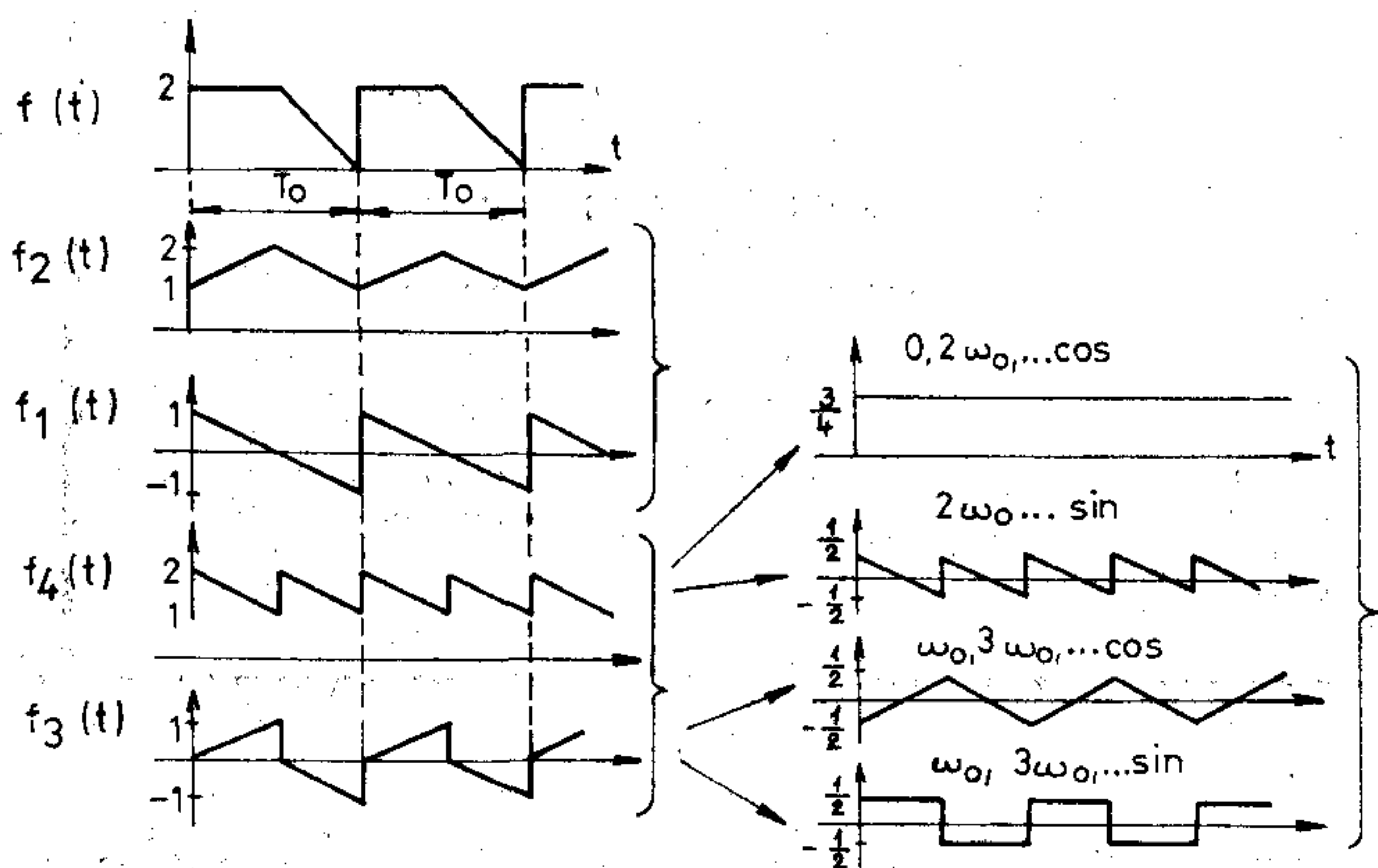
$f_1(t)$  páratlan, csak szinusz összetevőket tartalmaz.  $f_2(t)$  páros, csak koszinusz összetevőket tartalmaz.

### b) Felbontás csak páros, ill. páratlan harmonikusokat tartalmazó részre

Egyszerűen levezethető, hogy a következő felbontás esetén:

$$f(t) = f_3(t) + f_4(t), \quad \text{ahol: } \left. \begin{aligned} f_3(t) &= \frac{f(t) - f\left(t + \frac{T_0}{2}\right)}{2} \\ f_4(t) &= \frac{f(t) + f\left(t + \frac{T_0}{2}\right)}{2} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$f_3(t)$  csak páratlan harmonikusokat,  $f_4(t)$  pedig csak páros harmonikusokat tartalmaz. Példaképpen a 2. ábrában megadjuk egy periodikus függvény felbontását az 5. és 6. formuláknak megfelelően. Semmi akadálya sincs annak, hogy a két eljárást egymás után alkalmazzuk és így az eredeti  $f(t)$  függvény négy részre bontható, amelyek közül kettő páros és kettő páratlan függvény és mindegyik csak páros, ill. csak páratlan harmonikusokat tartalmaz.



B 130-2

2. ábra. Periodikus függvény felbontása

## 2.2 Periodikus impulzusfüggvények Fourier-sora

Periodikus impulzusfüggvénynek nevezzük azokat a függvényeket, amelyek minden egymást követő  $T_0$  időszakban azonos elrendezésben impulzusokat tartalmaznak. Általános esetben a  $T_0$  időközön belül az impulzusok szabálytalan módon helyezkedhetnek el, de mi csak azt a speciális esetet fogjuk tárgyalni, amikor az impulzusok szabályos  $T$  időközönként követik egymást (3. ábra).

Így:

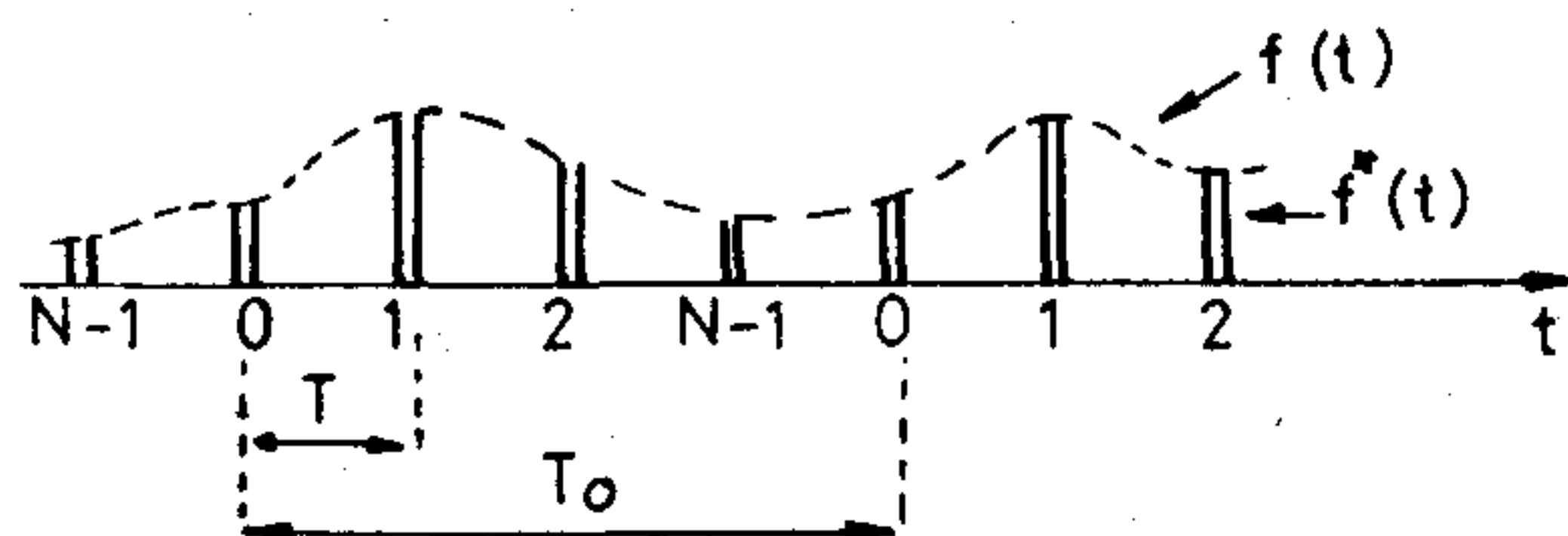
$$N = \frac{T_0}{T} = \frac{\omega_m}{\omega_0} \quad (7)$$

impulzus van minden  $T_0$  periódusidőben. Az impulzusfrekvencia vagy mintavételezési frekvencia:

$$\omega_m = \frac{2\pi}{T}.$$

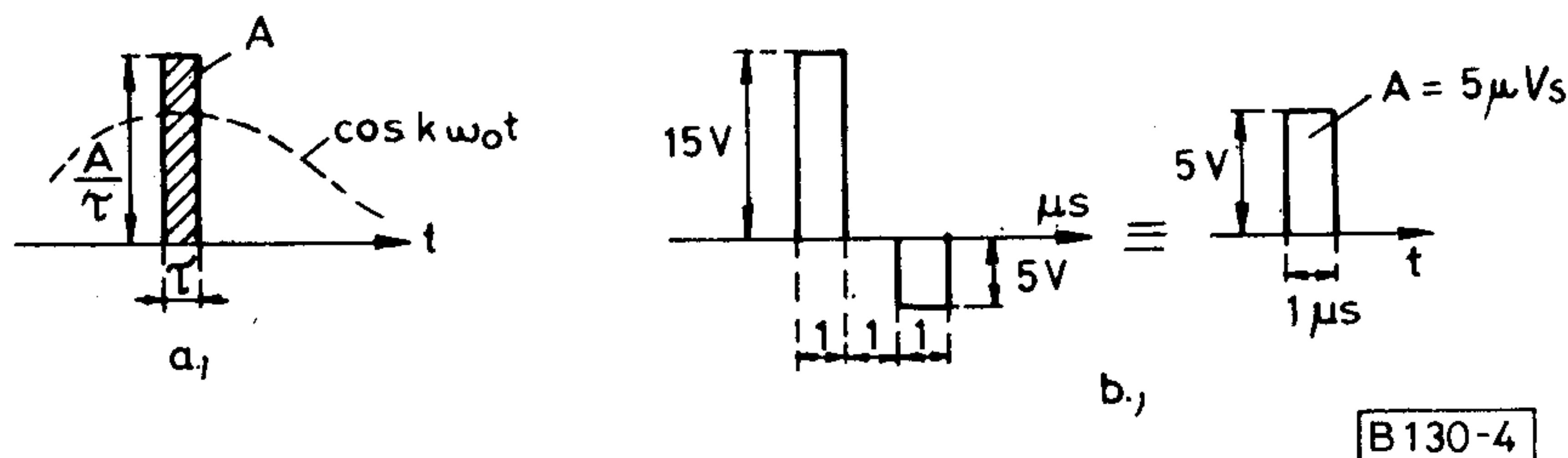
Az impulzusfüggvényt jelöljük  $f^*(t)$ -vel.  $f^*(t)$  rendszerint a burkoló folytonos  $f(t)$  függvény mintavételezéséből származik, de a következőkben mint önálló függvényt tárgyaljuk.

Néhány szót kell szólnunk az impulzusok alakjáról is. A Fourier-komponensek meghatározásánál csupán azt kell megvizsgálnunk, hogy a 2. formula szerinti integrálokat mennyiben érinti az impulzusok alakja. A viszonyokat a 4a ábrán világítjuk meg. Könnyen belátható, hogy mivel a  $k$ -ik komponens meghatározásánál az impulzus és  $\cos k\omega_0 t$ , ill.  $\sin k\omega_0 t$  szorzata szerepel, az integrálok értéke változatlan marad mindaddig, amíg az impulzusidő tartama alatt a  $\cos$  vagy  $\sin$  függvény közel állandó. Vagyis amíg  $\tau \ll \frac{1}{k\omega_0}$ , a felharmonikus periódus idejéhez képest.



B 130-3

3. ábra. Periodikus impulzusfüggvény



4. ábra. Az impulzus alakjának a hatása a Fourier. komponensre

Ekkor viszont az impulzust egyértelműen meghatározza az „A” területe. Ha  $\tau$  összemérhető  $\frac{1}{k\omega_0}$  - lal, akkor az illető felharmonikuson már figyelembe kell venni az impulzus alakját. Más szóval, a Fourier-sor felbontóképességét a legmagasabb figyelembe vett felharmonikus határozza meg. Így például a 4b ábra szerinti kettős impulzus kb. 50 kHz-ig (periódus idő 20  $\mu$ s) egyetlen  $5\mu$ Vs területű impulzusnak tekinthető.

Mi a következőkben az impulzusokat  $\tau$  szélességű és  $\frac{A}{\tau}$  magasságú négyszögimpulzusnak tekintjük, ahol  $\tau \ll T$ , határesetben  $\tau \rightarrow 0$ , Dirac impulzusra való átmenettel.

Határozzuk meg ezekután az 5. ábra szerinti periodikus impulzusfüggvény Fourier-sorát. Tekintsük az impulzusfüggvényt az  $f(t)$  függvény mintavételezésének.  $f(nT) = X_n$  legyen  $f(t)$  metszete és minden metszethez rendeljünk hozzá egy  $A_n = X_n T$  területű impulzust. (A  $T$  szorzót azért érdemes felvenni, mert így az impulzusfüggvény területe közel azonos lesz az  $f(t)$  görbe alatti területtel.)

A Fourier-komponensek számítása nagyon egyszerű lesz, ha felismerjük, hogy a 2., ill. 3b formulákban az integrálszámításnál csak az impulzusok időpontját kell figyelembe venni. Így az integrál összegezéssé fajul. A 3b formulából kapjuk:

$$C_k = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} f^x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt = \frac{1}{T_0} [X_0 T e^{-jk\omega_0 \cdot 0T} + X_1 T e^{-jk\omega_0 T} + X_2 T e^{-jk\omega_0 2T} + \dots + X_{N-1} T e^{jk\omega_0 (N-1)T}] = \frac{T}{T_0} \sum_{m=0}^{N-1} X_m e^{-jk\omega_0 mT}.$$

Behelyettesítve:

$$\frac{T_0}{T} = N, \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \quad \text{és} \quad W = e^{-\frac{j2\pi}{N}} = \cos \frac{2\pi}{N} - j \sin \frac{2\pi}{N}.$$

Kapjuk:

$$C_k = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} X_m e^{-\frac{j2\pi km}{N}} = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} X_m W^{km} \quad (8a)$$

és fordítva, a 3a formula alapján:

$$f^x(nT) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k e^{j2\pi knT} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k W^{-kn}. \quad (8b)$$

A fenti formulákban, ha végtelen sok harmonikust veszünk figyelembe, Dirac impulzusokkal számolunk,  $f^x(nT)$  az  $n$ -ik impulzus területét adja meg.

Vizsgáljuk meg, hogy milyen időfüggvényt kapunk, ha csak a  $k=0, 1, \dots, N-1$  komponenset vesszük figyelembe.  $C_k$  értékét 8a-ból 8b-be helyettesítve:

$$\sum_{k=0}^{N-1} C_k W^{-kn} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} X_m W^{km} \cdot W^{-kn}. \quad (9a)$$

A két összegzés sorrendjét felcserélve:

$$\frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} X_m \sum_{k=0}^{N-1} W^{k(m-n)} = X_m, \quad (9b)$$

ugyanis:

$$\sum_{k=0}^{N-1} W^{k(m-n)} = \begin{cases} N, & \text{ha } n=m \\ 0, & \text{ha } n \neq m. \end{cases}$$

Végeredményben a 8a és 9b formulák alapján:

$$C_k = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} X_m W^{km}, \quad (10a)$$

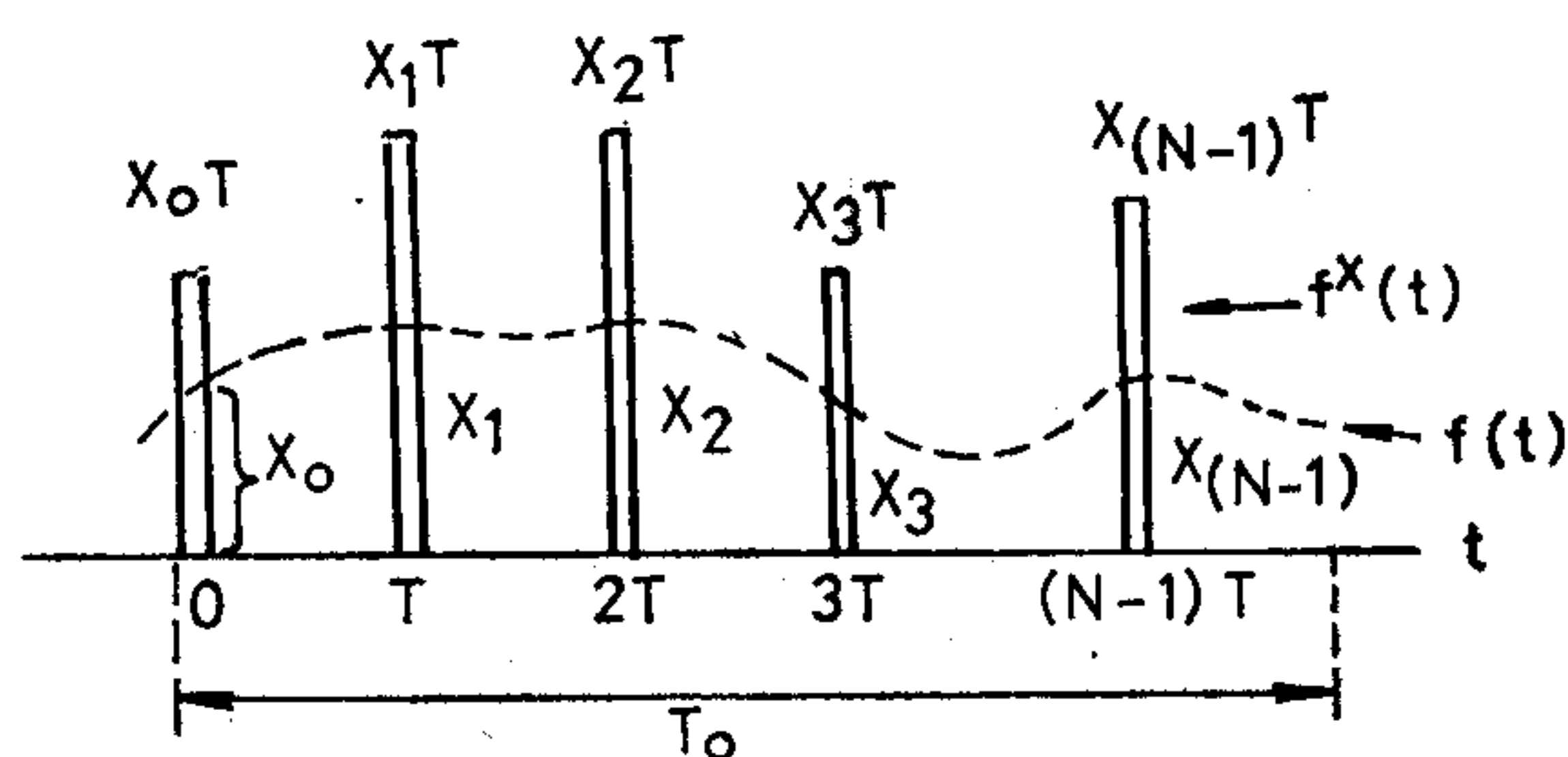
$$X_n = \sum_{k=0}^{N-1} C_k W^{-kn} \quad (10b)$$

$C_k$  és  $X_n$  kölcsönösen egyértelműen meghatározzák egymást, Fourier-párt képeznek. A 8 és 10 formulák fő jellemzője a periodicitás. Mivel

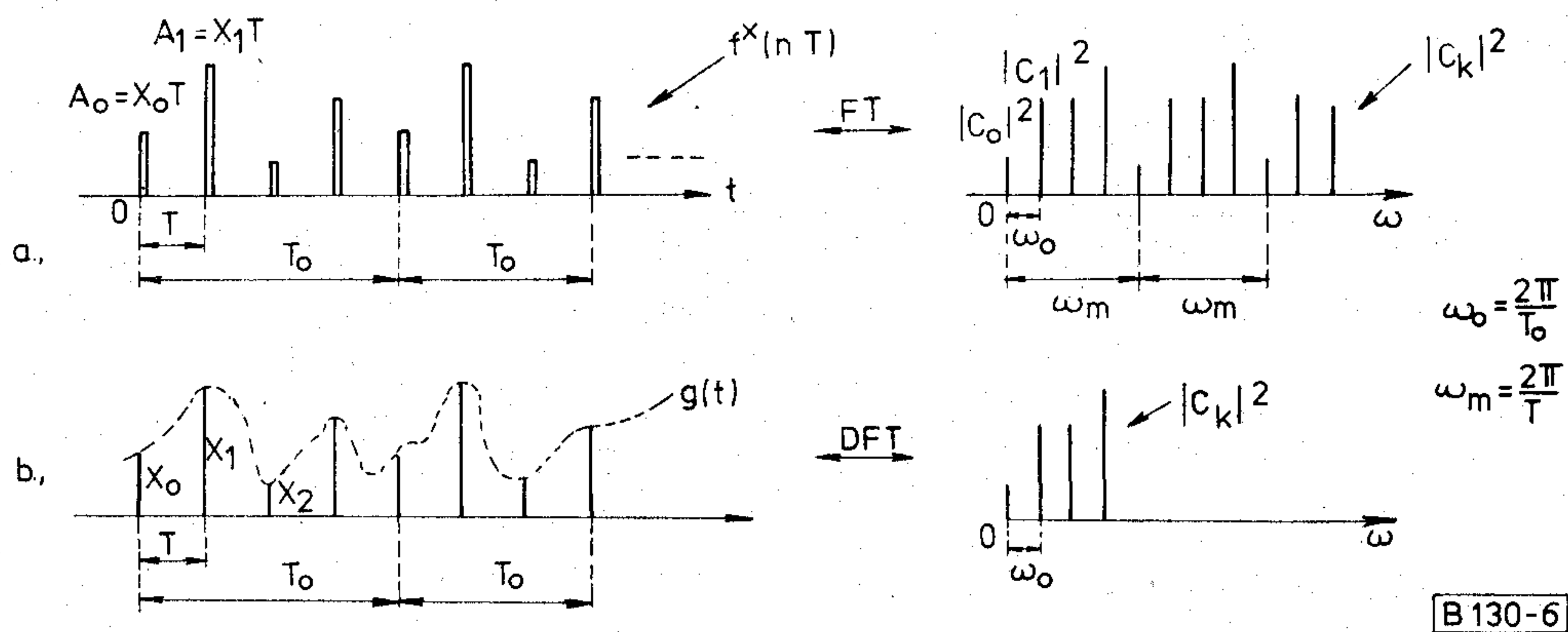
$$W^{sk+rN} = W^{sk}$$

minden  $r, s, k$  egész szám esetén, szükségszerűen fennáll:

$$\left. \begin{aligned} C_{k+rN} &= C_k \\ X_{n+rN} &= X_n \\ f^x[(n+rN)T] &= f^x(nT). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$



5. ábra. Az impulzusfüggvény értelmezése



6. ábra. Az FT és DFT spektruma

Figyelemreméltó és alapvető fontosságú a következő megállapítás: a 8. formulában végtelen sok  $C_k$  amplitúdójú komponens előállítja a mintavételezett  $f^x(nT)$  függvényt, amely csak a  $t=nT$  időpontokban tartalmaz  $X_n T$  területű impulzusokat, a  $t \neq nT$  esetben zérust ad. A 10. formula ezzel szemben, mivel csak véges  $N$  számú komponenst tartalmaz, egy periodikus függvényt állít elő, amely a  $t \neq nT$  pontokban is véges. Lényeges viszont, hogy a  $t=nT$  pontokban ez a függvény pontosan az  $X_n$  értéket veszi fel. A viszonyokat a 6. ábrán tüntetjük fel.  $f^x(nT)$  spektruma  $\omega_m$  periódusonként ismétlődik. A  $C_k$  értékek és  $f^x(nT)$  között a kapcsolatot a Fourier-sorképzés, más szóval a Fourier-transzformáció (FT) adja meg. A nem ismétlődő spektrumhoz a 6b ábra szerint  $g(t)$  függvény tartozik, amely az  $nT$  időpontokban az  $X_n$  értékeket veszi fel, közben pedig véges értékű, általában komplex.  $X_n$  és  $C_k$  között a kapcsolatot a 10. formulák adják meg, ezt diszkrét Fourier transzformációnak nevezzük (DFT). Teljesen általánosítva, bármilyen függvényre való vonatkoztatás nélkül mondhatjuk, hogy a DFT az  $X_0, X_1, \dots, X_{N-1}$  értékekhez a  $C_0, C_1, \dots, C_{N-1}$  értéket rendeli. (Megjegyezzük, hogy a hozzárendelésnél fontos a sorrend is, mert például  $X_1$  és  $X_2$  felcserélése  $C_k$  értékeit is megváltoztatja, nemcsak a sorrendjét.) Általános esetben az  $X_n$  értékek komplexek, így a DFT tulajdonképpen  $2N$  adatahoz  $2N$  adatot rendel. Ha az  $X_n$  értékek valósak, a  $C_k$  értékek általában komplexek. Ekkor a DFT  $N$  adatahoz  $2N$  adatot rendel, ami látszólag redundanciát jelent, ami abban jelentkezik, hogy a  $C_k$  értékek nem függetlenek egymástól. Mint később látni fogjuk, ebben az esetben a  $C_k$ -kat is  $N$  adattal jellemezhetjük.

### 2.3 A $C_k$ együtthatók számítása

Mivel gyakran lesz rá szükségünk, először ábrázoljuk a komplex síkon az előzőleg bevezetett  $W = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$ -et és egész számú hatványait. Elemi komplex algebrai úton könnyen igazolható, hogy  $W^n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) a komplex síkon egy egységsugarú körbe írt szabályos  $N$  szög csúcspontjaiban helyezkedik el. Páros és páratlan  $N$  esetét (például  $N=5$  és  $6$ ) a 7. ábra tünteti fel. Határozzuk meg ezek után  $C_k$

explicit alakját. A 8a formulából:

$$C_k = \frac{1}{N} [X_0 + X_1 W^{1k} + X_2 W^{2k} + \dots + X_{N-1} W^{(N-1)k}]. \quad (12a)$$

Vagy a fenti formulát  $W^{-Nk} = 1$ -gyel szorozva:

$$C_k = \frac{1}{N} [X_0 + X_1 W^{-(N-1)k} + X_2 W^{-(N-2)k} + \dots + X_{N-1} W^{-k}]. \quad (12b)$$

Szemléletesebb képet kapunk, ha  $C_k$  számítását grafikusán követjük végig. A 8. ábrán a 12a formula szerint a komplex síkon felvesszük  $X_0$ -t és ennek végpontjában a  $W^k$  egységvektorral szorzott  $X_1$ -et és így tovább. Ha az  $X$  értékek valósak, a tört vonalak mindig  $W^k$  szögével megtörve követik egymást. Az  $N-1$ -ik vektor végpontja adja  $C_k$ -t.

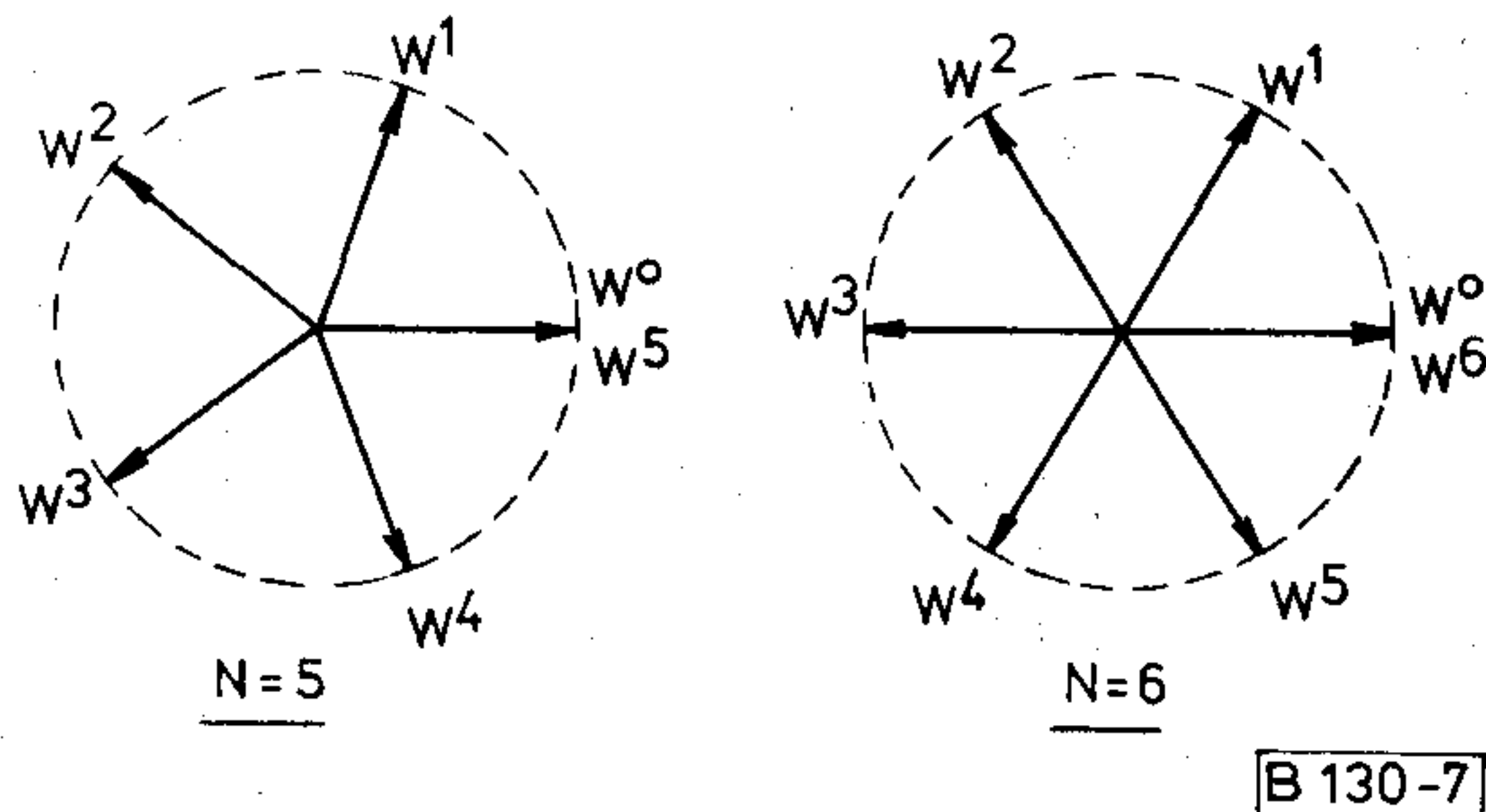
A  $C_k$ -ra vonatkozólag a következő fontosabb megállapításokat tehetjük:

$$a) C_0 = X_0 + X_1 + X_2 + \dots + X_{N-1}. \quad (13)$$

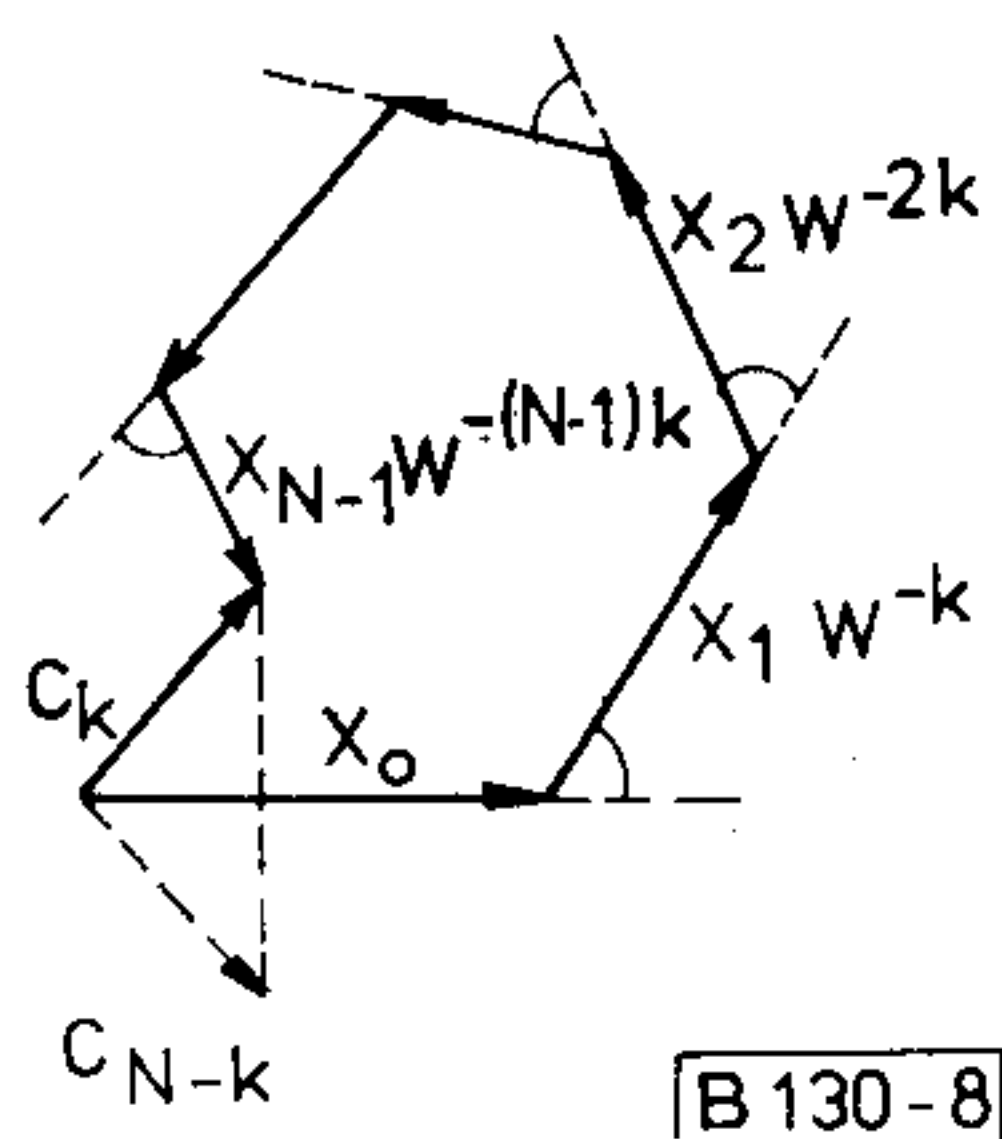
Ha az  $X$  értékek valósak,  $C_0$  is valós.

$$b) \text{ Ha } N \text{ páros:} \\ C_{\frac{N}{2}} = X_0 - X_1 + X_2 - \dots - X_{N-1}. \quad (14)$$

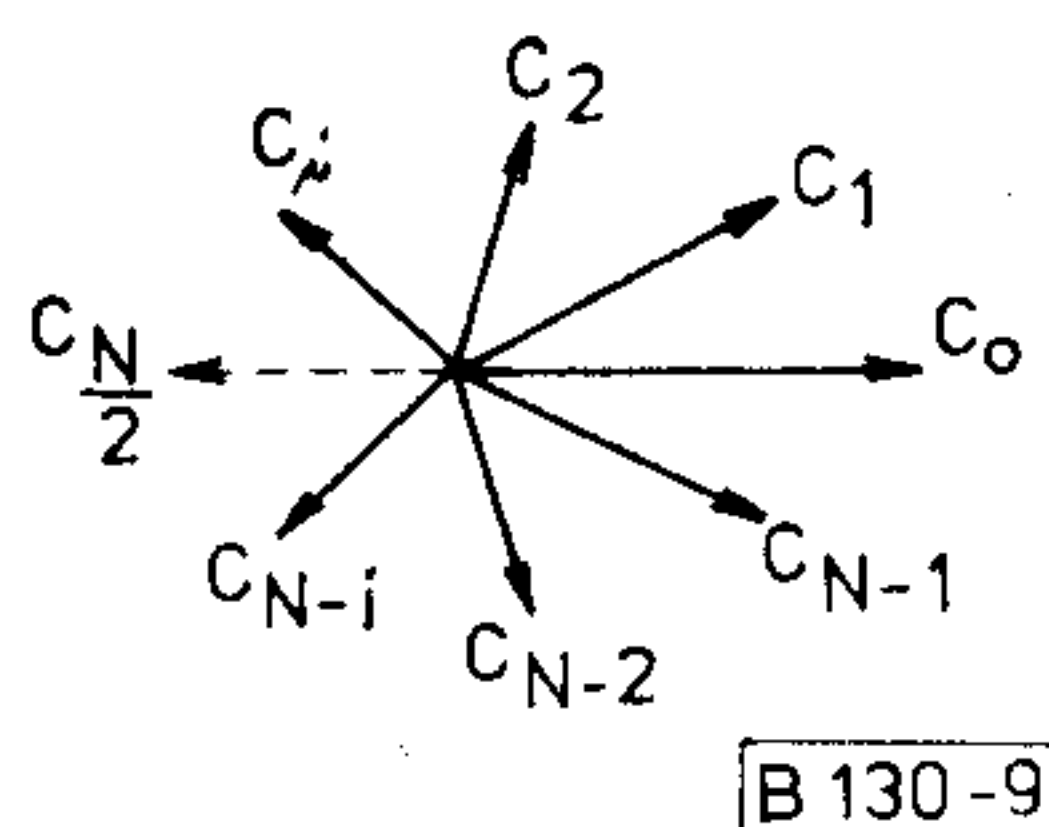
Ha az  $X$  értékek valósak,  $C_{\frac{N}{2}}$  is valós.



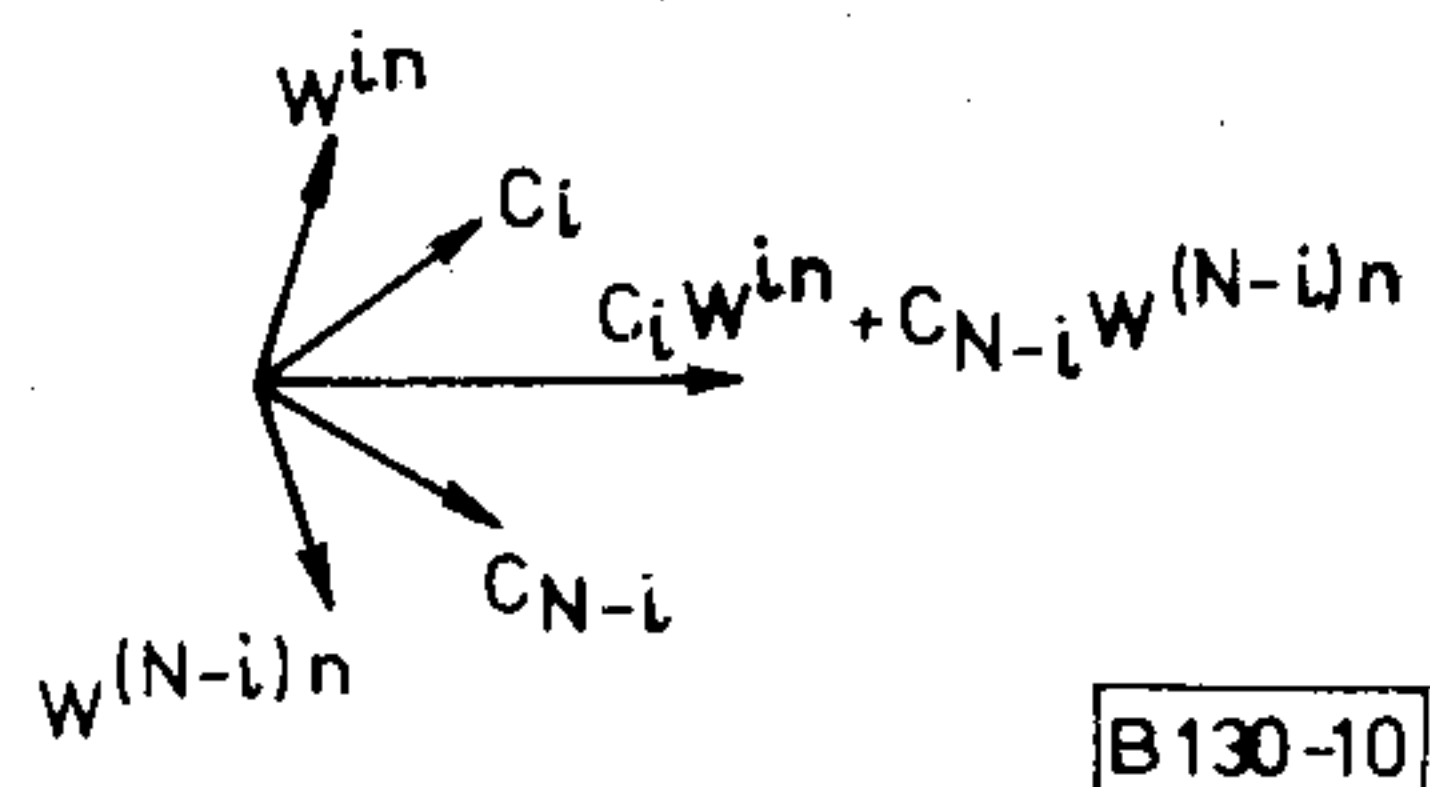
7. ábra.  $W^n$  szerkesztése az egységsugarú körön



8. ábra.  $C_k$  szerkesztése valós  $X$  esetén



9. ábra. A  $C_k$  komponensek valós  $X$  esetén



10. ábra.  $X_n$  szerkesztése

c) Ha az  $X$  értékek valósak,  $C_{N-k} = C_k^*$ . (15)

Ugyanis a 12a formulában  $k$  helyébe  $(N-k)$ -t írva, az  $i$ -edik tag lesz:

$$X_i W^{i(N-k)} = X_i W^{-ik},$$

ami a konjugáltja a  $C_k$ -ban levő tagnak, minden tag a konjugáltjává vált át.

Tehát ha minden  $X_i$  valós, elég  $C_0, C_1, \dots, C_{\frac{N-1}{2}}$  (páratlan  $N$  esetén  $\frac{N-1}{2}$ ) meghatározása, a többi  $C_k$  érték konjugált képzés útján adódik.

Ebben jelentkezik az előzőleg említett redundancia. Végeredményben, ha minden  $X_i$  valós, a DFT komponensek a 9. ábra szerint konjugált páronként he-

lyezkednek el a komplex síkon. A 8. ábra szerinti szerkesztésből is követhető, hogy  $C_{N-k}$  meghatározásánál  $X_1 W^{-k}$  stb. vektorok szerepelnek, tehát az eredő  $C_k^*$  lesz.

#### 2.4 $X_n$ meghatározása $C_k$ -ból

A 10b formulából felírhatjuk  $X_n$  értékét explicit alakban:

$$X_n = C_0 + C_1 W^{-1n} + C_2 W^{-2n} + \dots + C_{N-1} W^{-(N-1)n}. \quad (16a)$$

Vagy a fenti formulát  $W^{Nn} = 1$ -gyel szorozva:

$$X_n = C_0 + C_1 W^{(N-1)n} + C_2 W^{(N-2)n} + \dots + C_{N-1} W^n. \quad (16b)$$

A 12. és 16. formulák összevetéséből látszik a teljes analógia ( $C_k$ -ban a konstans  $N$  osztótól eltekintve). Tehát ugyanaz a számítási módszer alkalmas az  $X_n$ -ekből  $C_k$  vagy a  $C_k$ -kból  $X_n$  meghatározására. (A ki-tevőben szereplő negatív előjel csupán annyit jelent, hogy  $W$  helyébe  $W^*$ -ot kell írunk.)

Ha az  $X$  értékek valósak, a komplex síkon is könnyen követhetjük  $X_n$  meghatározását. A 10. ábrán tüntetjük fel a 16a formula „ $i$ ” és „ $N-i$ ” tagjának a hatását. Látszik, hogy a

$$C_i W^{-in} + C_{N-i} W^{-(N-i)n}$$

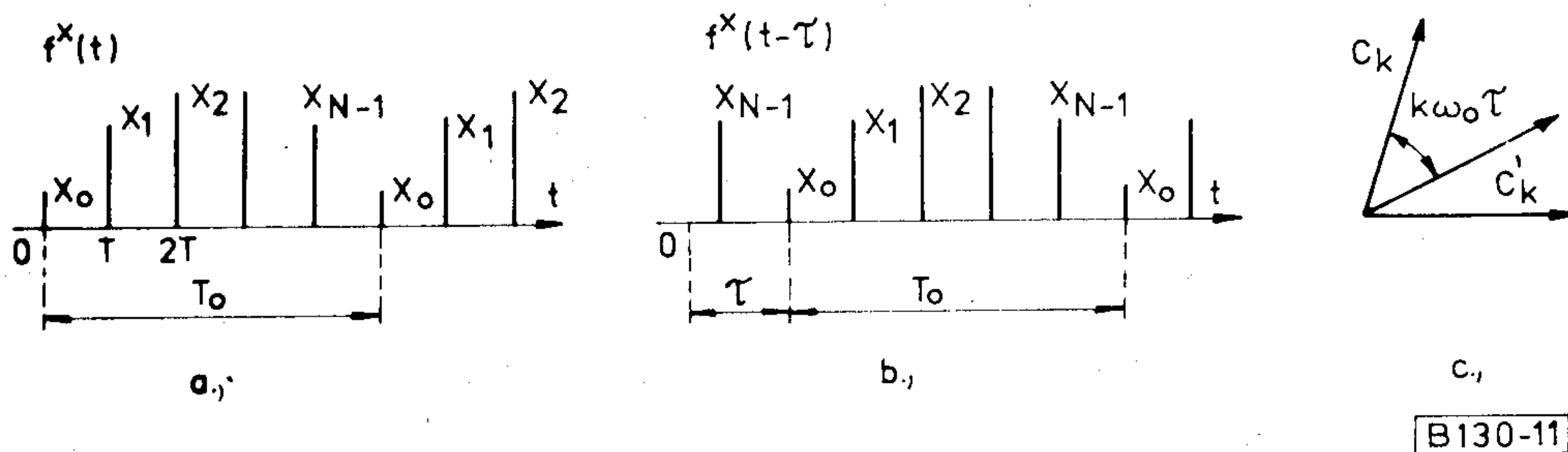
összevonás valós értéket ad.

#### 2.5 Időeltolás hatása a Fourier-komponensekre

A 11a ábra szerinti periodikus (impulzus) függvény Fourier-komponenseit jelöljük  $C_k$ -val. Felmerül a kérdés, ha a függvényt  $\tau$  idővel jobbra toljuk (b ábra), hogyan változnak meg a komponensek. Az új komponenseket jelöljük  $C'_k$ -vel. A 3b alapformulából kapjuk:

$$C'_k = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} f^*(t-\tau) e^{-jk\omega_0 t} dt = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} f^*(u) e^{-jk\omega_0(u+\tau)} du = C_k e^{-jk\omega_0 \tau}. \quad (17)$$

Vagyis a 11c ábra szerint az új komponenseket régiből  $-k\omega_0 \tau$  elforgatással kapjuk. Ez megfelel a frekvenciával arányos fázisforgatásnak, ami szükséges is az alakhű időeltoláshoz.



11. ábra.  $f^*(t)$  eltolása  $\tau$  idővel

Mintavételezett függvényeknél fontos eset, ha  $\tau = rT$ , a mintavételezési idő egész számú többszöröse. Ekkor:

$$C'_k = C_k e^{-j k \omega_0 r T} = C_k e^{-\frac{j 2 \pi k r}{N}} = C_k W^{kr}. \quad (18)$$

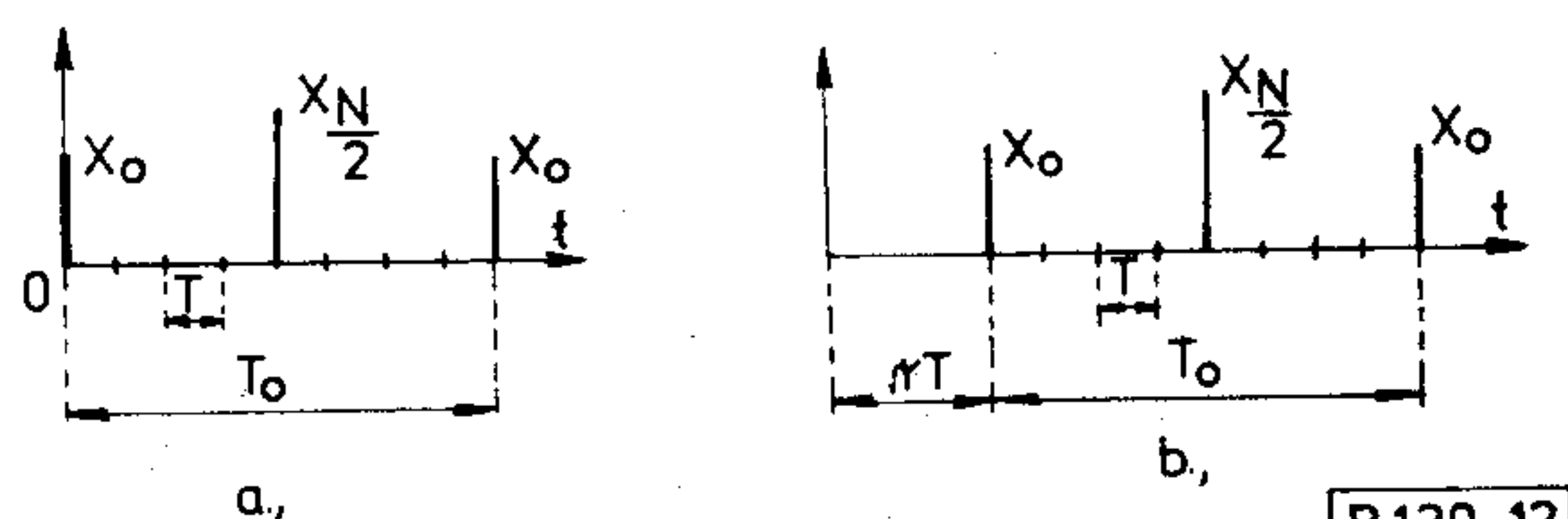
$$\text{Ha: } \tau = \frac{T_0}{2} \text{ akkor } C'_k = C_k e^{-j \pi k} = \pm C_k. \quad (19)$$

Megjegyezzük, hogy a  $\tau = rT$  időeltolás a DFT szempontjából egyenértékű az  $X$  értékek ciklikus cseréjével. Például  $N=4$  és  $r=2$  esetén  $X_0, X_1, X_2, X_3$  helyett az  $X_2, X_3, X_0, X_1$  sorrend felvételével.

## 2.6 Két egymástól $\frac{T_0}{2}$ távolságra levő impulzus

A következőkben hasznos lesz, ha a 12a ábra szerinti, két egymástól  $\frac{T_0}{2}$  távolságra levő impulzus DFT-jét kiszámítjuk. A második impulzust jelöljük  $X_{N/2}$ -vel. Ekkor a 12. formula szerint, mivel  $N=2$ , kapjuk:

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= \frac{1}{2} \left[ X_0 + X_{\frac{N}{2}} \right] \\ C_1 &= \frac{1}{2} \left[ X_0 - X_{\frac{N}{2}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (20)$$



12. ábra. Két impulzus eltolása  $rT$  idővel

Könnyen ellenőrizhetjük, hogy a fenti két komponens a  $t=0$  és  $\frac{T_0}{2}$  helyen valóban előállítja az  $X_0$  és  $X_{N/2}$  értéket.

Azonban, mint előzőleg arra rámutattunk, a közbelső helyeken a két komponens valamilyen nullától eltérő értéket állít elő.

Következő lépésként osszuk fel  $T_0$ -t  $N$  egyenlő részre ( $N$  legyen páros) és az impulzusfüggvény  $t=0$ ,

ill.  $\frac{T_0}{2}$  helyen legyen továbbra is  $X_0$  és  $X_{N/2}$ , de a

többi  $t=nT$  helyen legyen zérus. Ekkor  $N$  feltételünk van.

Mivel  $X_i=0$ , ha  $i \neq 0$  vagy  $\frac{N}{2}$ , a 12. formulából kapjuk:

$$\left. \begin{aligned} C_k &= \frac{1}{N} \left[ X_0 + X_{\frac{N}{2}} W^{\frac{N}{2}k} \right] = \frac{1}{N} \left[ X_0 + X_{\frac{N}{2}} e^{-j \pi k} \right] \\ \text{vagyis:} \\ C_k &= \frac{1}{N} \left[ X_0 + X_{\frac{N}{2}} \right] \text{ ha } k=0, 2, 4, \dots, N-2 \\ C_k &= \frac{1}{N} \left[ X_0 - X_{\frac{N}{2}} \right] \text{ ha } k=1, 3, \dots, N-1. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Végül számoljuk ki a DFT-t, ha az impulzusfüggvényt  $\tau=rT$  idővel eltoljuk (12b ábra). A 18. formula szerint kapjuk:

$$\left. \begin{aligned} C'_0 &= C_0, \\ C'_1 &= C_1 W^r \\ C'_2 &= C_2 W^{2r} \\ &\dots \dots \dots \\ C'_{N-1} &= C_{N-1} W^{(N-1)r}. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

## 3. A DFT számításának az egyszerűsítése

A DFT számítása hosszadalmas és sok algebrai művelet elvégzését teszi szükségessé. A 12. formula szerint minden  $C_k$  együttthető  $N$  tagból áll és általános esetben, ha  $X_i$  komplex, mivel  $W^k$  is komplex, minden tagot két komplex szám szorzata képez, ami az

$$(a+jb)(c+jd) = ac - bd + j(bc+ad) \quad (23)$$

összefüggés alapján négy valós szorzásnak és 3 összeadásnak felel meg. Ezen tagok összege, tehát  $N-1$  komplex összeadás után kapjuk meg az egyes  $C_k$ -kat. Tehát az  $N$  számú  $C_k$  kiszámításához:

$N^2$  komplex szorzás

$$\text{és } N(N-1) \approx N^2 \text{ komplex összeadás} \quad (24)$$

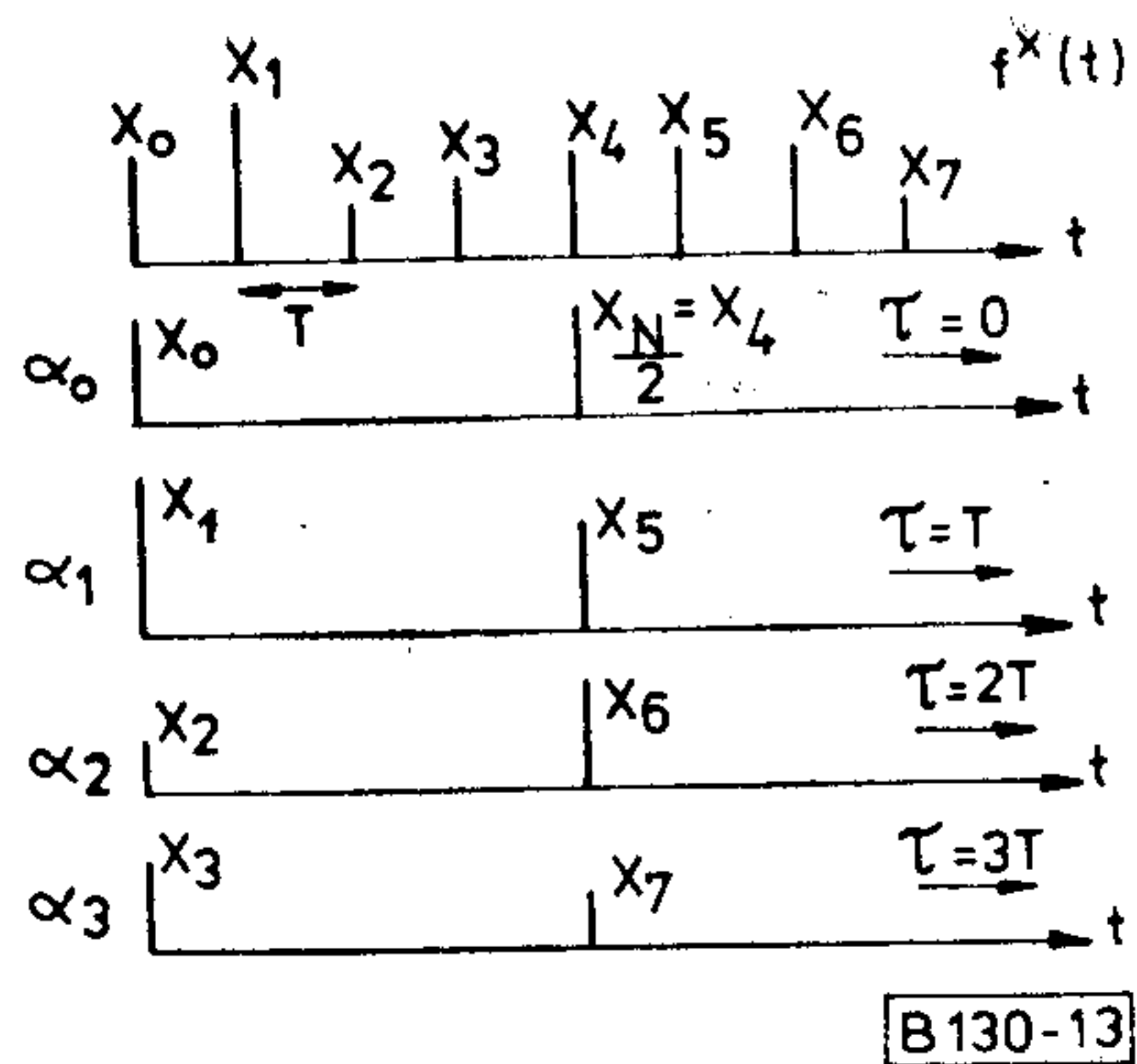
szükséges. Egyszerűsítést jelent, ha felismerjük, hogy speciális esetekben a komplex szorzások kevesebb művelettel elvégezhetők.

Így a:

$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{N}{2} \text{ esetén: } (a+jb)W^{\frac{N}{2}} = -a-jb \\ k &= \frac{N}{4} \text{ esetén: } (a+jb)W^{\frac{N}{4}} = b-ja \\ k &= \frac{N}{8} \text{ esetén: } (a+jb)W^{\frac{N}{8}} = \\ &= 0,707(a+b) + j0,707(b-a) \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

alakra hozhatók. Ezek az egyszerűsítések akkor alkalmazhatók, ha  $N$  páros, illetve  $N=2^s$ , kettő egész számú hatványa.

Lényegesebb egyszerűsítést és egyúttal mélyebb bepillantást ad a DFT számításába a következő módszer: Ha  $N$  páros, a 13. ábra szerint az impulzusfüggvényt felbonthatjuk a feltüntetett  $\frac{N}{2}$  számú, csak két impulzust tartalmazó függvényre. Jelöljük



13. ábra.  $f^*(t)$  felbontása impulzuspárookra

őket  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{\left(\frac{N}{2}-1\right)}$ -gyel. Ezeket a függvényeket rendre  $0T, 1T, 2T, \dots, \left(\frac{N}{2}-1\right)T$  időeltolás után lineárisan szuperponálva, az eredeti függvényt kapjuk. Az eredeti impulzusfüggvény  $C_k$  együtthatóit megkapjuk, ha ezen időben eltoltszerű részfűggvények megfelelő együtthatóit összeadjuk. A 21. formula szerint az időben el nem tolt részfűggvények együtthatói:

$$\left. \begin{aligned} C_{ki} &= \frac{1}{N} \left[ X_i + X_{i+\frac{N}{2}} \right] & k=0, 2, \dots, N-2 \\ C_{ki} &= \frac{1}{N} \left[ X_i - X_{i+\frac{N}{2}} \right] & k=1, 3, \dots, N-1 \\ i &= 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2}-1. \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Ahhoz, hogy az eredő együtthatókat kapjuk, a 22. formula szerint figyelembe kell venni a  $\tau=0, T, 2T, \dots$  időeltolásokat és az így kapott együtthatókat kell összegezni. Kapjuk:

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= C_{00} + C_{01} + C_{02} + \dots + C_{0, \left(\frac{N}{2}-1\right)} \\ C_1 &= C_{10} + C_{11}W + C_{12}W^2 + \dots + \\ &\quad + C_{1, \left(\frac{N}{2}-1\right)}W^{\left(\frac{N}{2}-1\right)} \\ C_{N-1} &= C_{N-1,0} + C_{N-1,1}W^{N-1} + C_{N-1,2}W^{2(N-1)} + \\ &\quad + \dots + C_{N-1, \left(\frac{N}{2}-1\right)}W^{\left(\frac{N}{2}-1\right)(N-1)} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

A fenti eljárással a műveletek száma kb. a felére csökkenthető.

#### 4. A gyors Fourier transzformáció (FFT, Fast Fourier Transform)

Ha a DFT-t jelátvitelben akarjuk használni, akkor a kiszámításhoz annyi idő áll rendelkezésre, amennyi az  $N$  minta tényleges átfutási ideje. Ez a „Real Time” üzemmód nagy  $N$  esetén és kis  $T$  mintavételezési idő mellett még a leggyorsabb számítógé-

pekkel sem valósítható meg az előzőekben ismertetett módszerekkel.

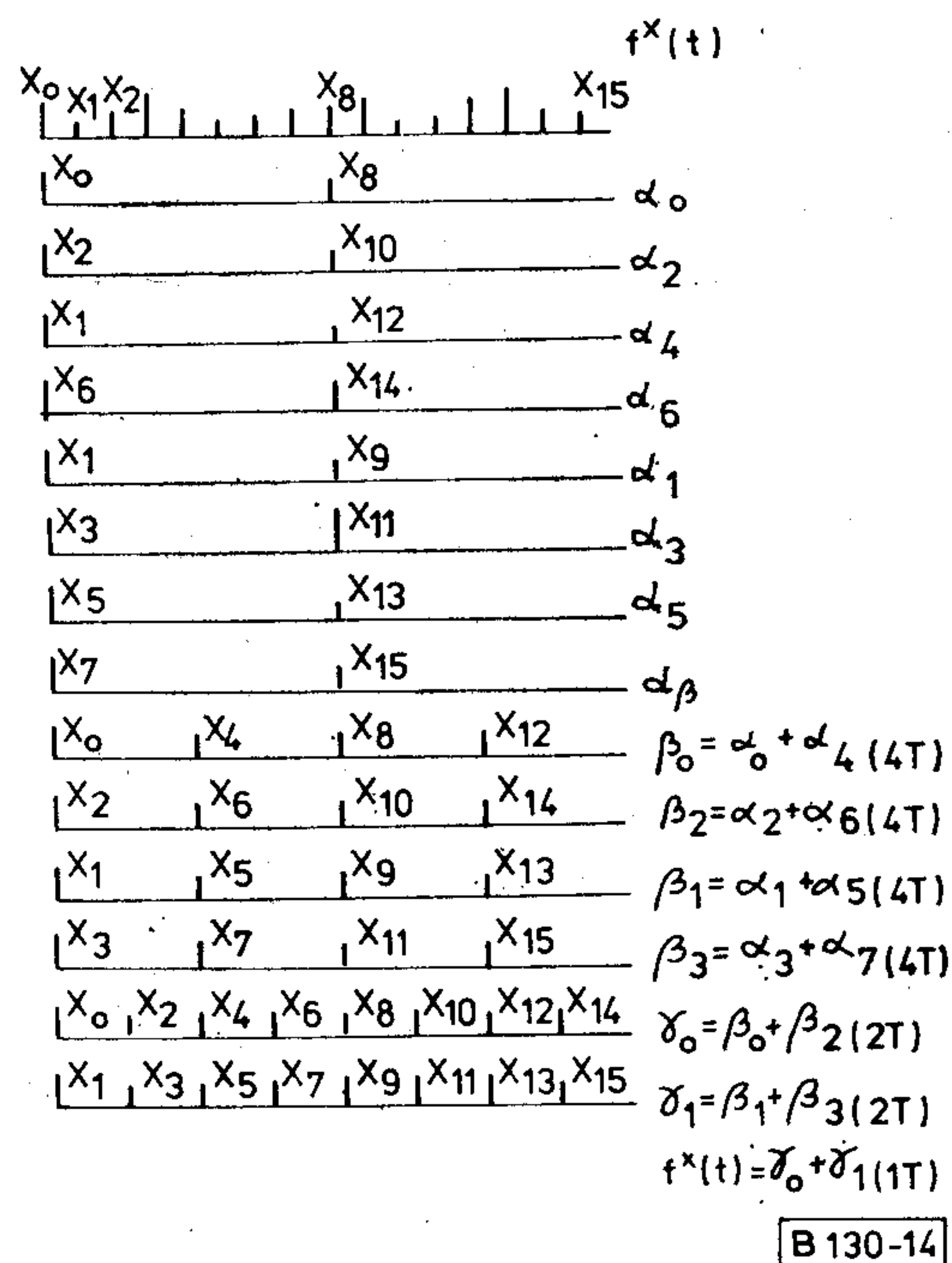
Azokat a számítási módszereket, amelyek a DFT kiszámításához szükséges műveletek számát sokkal nagyobb mértékben csökkentik, Gyors Fourier Transzformációnak nevezzük.

Nagyszámú ilyen módszer létezik, de ezek lényegében mind két alapvető módszerre vezethetők vissza:

- Az eredeti impulzusfüggvény időbeli felbontása (Decimation In Time);
- Az eredeti impulzusfüggvény frekvencia szerinti felbontása (Decimation in Frequency).

##### 4.1 A „Decimation In Time” módszer

A legismertebb és legelterjedtebben használt FFT eljárást J. W. Cooley és J. W. Tukey ismertette 1965-ben. Lényegét az előző pontban tárgyaltak alapján könnyen megérthetjük. Vegyük például  $N=$



14. ábra.  $f^*(t)$  felbontása „Decimation In Time” FFT számításához

$= 16$  esetét. A 14. ábra szerinti impulzusfüggvényt felbonthatjuk 8 darab két impulzust tartalmazó részfűggvényre. Célszerűségi okokból szétválasztottuk a páros és páratlan sorszámú impulzusokat tartalmazó függvényeket.

Bejelöltük, hogy az egyes függvényeket milyen idővel kell eltolni, hogy az eredeti helyükre kerüljenek. Egyöntetűbb a számítás menete, ha a páratlan függvényeket először  $0, T, 2T$ -vel toljuk el, majd összegezzük őket és utolsó lépésként alkalmazunk egy közös  $T$  eltolást. Látszik, hogy ez a módszer alapján véve teljesen megegyezik a 13. ábrán ismertetett módszerrel. A különbség, ami a műveletek számát lényegesen lecsökkenti, az lesz, hogy a rész-

függvényeket nem egy lépésben adjuk össze, hanem először párosával összevonva négyes csoportokat képezünk, majd ezeket a négyeseket újra páronként összevonjuk és így tovább, amíg az összevonás eredménye az eredeti függvényt adja. Az eljáráshoz szükséges, hogy  $N=2^s$  számú legyen.

A számítás menete a következő:

- a) Először a 14. ábrának megfelelően az „ $\alpha$ ” részre való felbontást végezzük el. Minden  $\alpha_i$ -hez két együttható tartozik. A 20. formula szerint:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 \left\{ \begin{aligned} C_{00\alpha} &= X_0 + X_{\frac{N}{2}} = X_0 + X_8 \\ C_{01\alpha} &= X_0 - X_{\frac{N}{2}} = X_0 - X_8 \end{aligned} \right. \\ \alpha_2 \left\{ \begin{aligned} C_{20\alpha} &= X_2 + X_{2+\frac{N}{2}} = X_2 + X_{10} \\ C_{21\alpha} &= X_2 - X_{2+\frac{N}{2}} = X_2 - X_{10} \end{aligned} \right. \\ \dots\dots\dots \\ \alpha_1 \left\{ \begin{aligned} C_{10\alpha} &= X_1 + X_{1+\frac{N}{2}} = X_1 + X_9 \\ C_{11\alpha} &= X_1 - X_{1+\frac{N}{2}} = X_1 - X_9 \end{aligned} \right. \\ \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

- b) A következő lépés a „ $\beta_i$ ”-k kiszámítása. A 14. ábrában ( $nT$ ) indexszel jelöljük az illető „ $\alpha$ ” időeltolását. A 22. formula szerint:

$$\beta_0 \left\{ \begin{aligned} C_{00\beta} &= C_{00\alpha} + C_{\frac{N}{4}, 0\alpha} = C_{00\alpha} + C_{40\alpha} \\ C_{01\beta} &= C_{01\alpha} + C_{\frac{N}{4}, 1\alpha} W^4 = C_{01\alpha} + C_{41\alpha} W^4 \\ C_{02\beta} &= C_{00\alpha} + C_{\frac{N}{4}, 0\alpha} W^8 = C_{00\alpha} + C_{40\alpha} W^8 \\ C_{03\beta} &= C_{01\alpha} + C_{\frac{N}{4}, 1\alpha} W^{12} + C_{01\alpha} + C_{41\alpha} W^{12} \end{aligned} \right. \quad (29)$$

Hasonlóképpen számoljuk ki a többi  $\beta_i$ -t is.

- c) Ezután  $\gamma$  kiszámítása következik, majd esetünkben  $\gamma_0$  és  $\gamma_1$  összevonásából a végeredményt kapjuk.  $\alpha$  két,  $\beta$  négy,  $\gamma$  nyolc és a végeredmény már a 16 együtthatót tartalmazza.

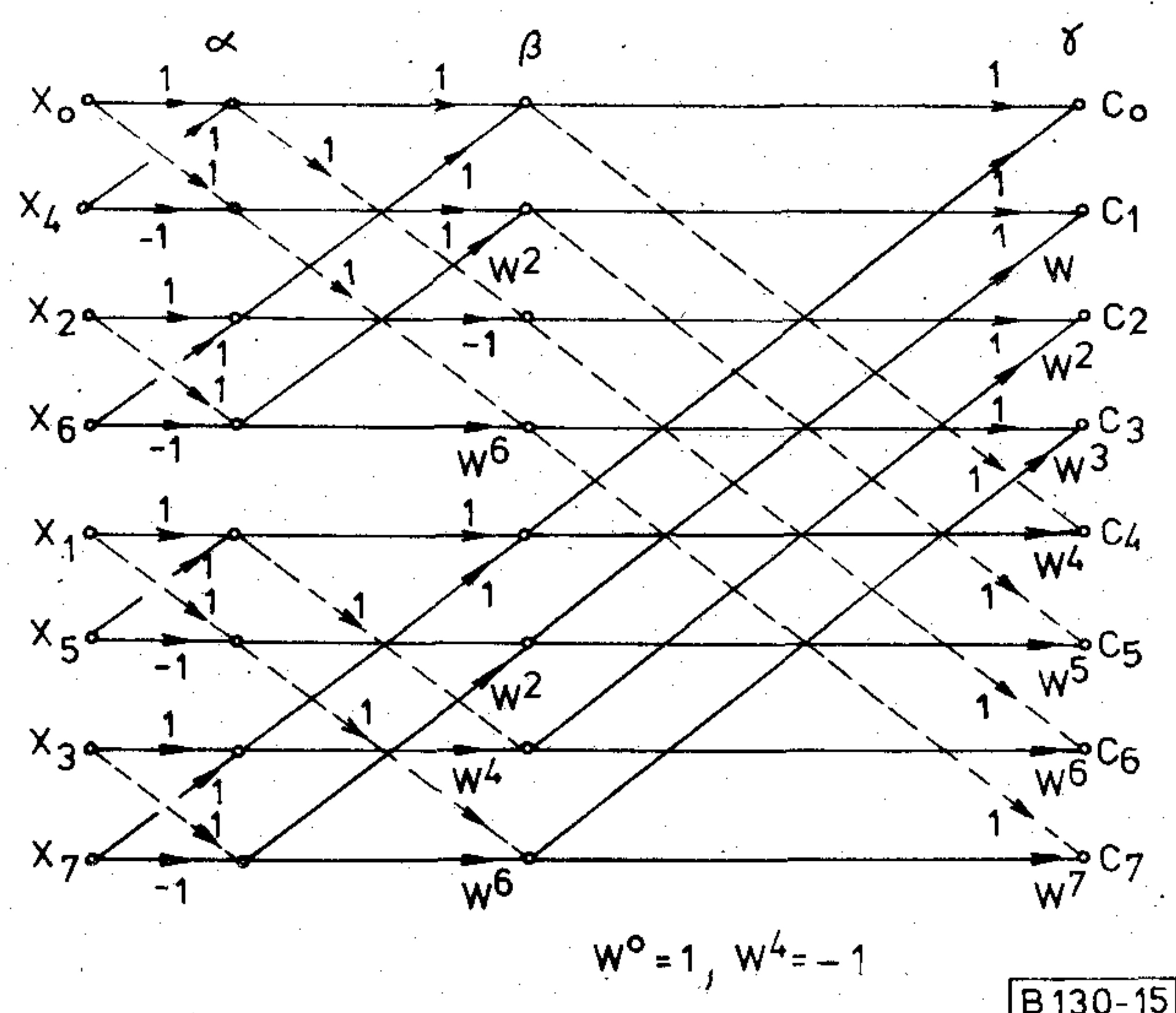
A szükséges műveletek száma lényegesen lecsökken. Ugyanis, ha  $N=2^s$ , az  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma \dots$  lépések száma  $s = \lg_2 N$ . Mind az  $\alpha$ , mind a  $\beta$ ,  $\gamma \dots$  rész számításaiban összesen  $N$  együtthatót kell kiszámolni és minden együttható számítása egy komplex szorzást (a  $W^k$ -val való szorzást) és egy komplex összeadást kíván. (Az  $\alpha_i$ -knél a komplex szorzás elmarad, de nagy  $N$  esetén ez nem lényeges). Így összesen:

$$N \lg_2 N$$

összeadásra és szorzásra van szükség, szemben  $N^2$ -vel, ha a 12. formula szerint számolunk. A csökkenés aránya:

$$a = \frac{N^2}{N \lg_2 N} = \frac{N}{\lg_2 N} \quad (30)$$

Tehát  $N=128$ -nál a 18-ad részére,  $N=1000$ -nél a 100-ad részére csökken a szükséges műveletek száma.



15. ábra. Folyamatábra a „Decimation In Time” FFT számításához

Az előzőekben ismertetett eljárást jól követhetjük a 15. ábra szerinti folyamatábrán,  $N=8$  esetén. Az ábrán a nyilak mellé írt  $W^n$  számok a balról jövő információ  $W^n$ -nel való szorzását jelentik, a kis körök pedig a beérkező információk összegezését. A számítási folyamat előrehaladásával az  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  függőleges síkok az előző számítás menetének felelnek meg.

Bár cikkünkben csak elvi számítási módszerekkel foglalkozunk, két szempontra rámutatunk, amelyek számítógéppel való számolás esetén felmerülnek.

Az első szempont a beérkező  $N$  adatnak a számítás által megkívánt sorrendbe való rendezése. Ez legegyszerűbben az ún. bit sorrend megfordításával (bit reversal) történik. Lényege a következő: ha a beérkező adatokat az alábbi táblázat szerint binárisan számozzuk, akkor a bitrendet megfordítva, az új sorrend éppen a számítások által megkívánt 0, 4, 2, 6, 1, 3, 5, 7 lesz. Könnyen igazolható, hogy állításunk bármilyen  $N=2^s$  esetén igaz. (Az  $N=8$  esetet az 1. táblázat tünteti fel.)

1. táblázat

A „bit reversal”  $N=8$  esetén

|       | Bináris számozás | Fordított számozás | Új sorrend |
|-------|------------------|--------------------|------------|
| $X_0$ | 000              | 000                | $X_0$      |
| $X_1$ | 001              | 100                | $X_4$      |
| $X_2$ | 010              | 010                | $X_2$      |
| $X_3$ | 011              | 110                | $X_6$      |
| $X_4$ | 100              | 001                | $X_1$      |
| $X_5$ | 101              | 101                | $X_5$      |
| $X_6$ | 110              | 011                | $X_3$      |
| $X_7$ | 111              | 111                | $X_7$      |

A másik szempont, amire rá akarunk mutatni, hogy a számítógép gazdaságos kihasználását nagymértékben befolyásolja a szükséges memóriaelemek száma. Az ismertett számítási módszer ebből a szempontból is igen előnyös. Ugyanis, ha a bejövő  $N$  adatot beírtuk a feltétlenül szükséges  $N$  számú tárolóba, további tárolókra már elvileg nincs szükség. Ugyanis kövessük például végig a 15. ábra folyamatábráját. Válasszunk ki az  $\alpha$  síkon két összetartó párt, például  $X_1$  és  $X_5$ -öt. Az  $X_1 + X_5$  és  $X_1 - X_5$  művelet elvégzése után  $X_1$  és  $X_5$ -re, tehát a bejövő tárra nincs többé szükségünk, ezért  $X_1 + X_5$  és  $X_1 - X_5$  értékét mindjárt beírhatjuk  $X_1$  és  $X_5$  tárába. Hasonló a helyzet a  $\beta$  síkon a 4, a  $\gamma$  síkon a 8 összetartozó értékpárral. A tárolók ilyen kihasználását „computation in place”-nak nevezzük.

Nem minden FFT eljárás rendelkezik ezzel a lehetőséggel.

#### 4.2 A „Decimation In Frequency” módszer

Lényege a következő: A 16a ábra szerinti impulzusfüggvényt a 6. formulának megfelelően két részre

bontjuk: a csak páros és a csak páratlan harmonikusokat tartalmazó részre (I. és II.).

A 2-es osztót, amely csak arányossági tényező, elhagytuk. Ezután külön-külön képezzük e két részfüggvény DFT-jét. Az első rész  $C_0, C_2, C_4, \dots$ -et, a második pedig  $C_1, C_3, \dots$ -at adja. Mindkét rész már csak  $\frac{N}{2}$  számú komponenszt tartalmaz.

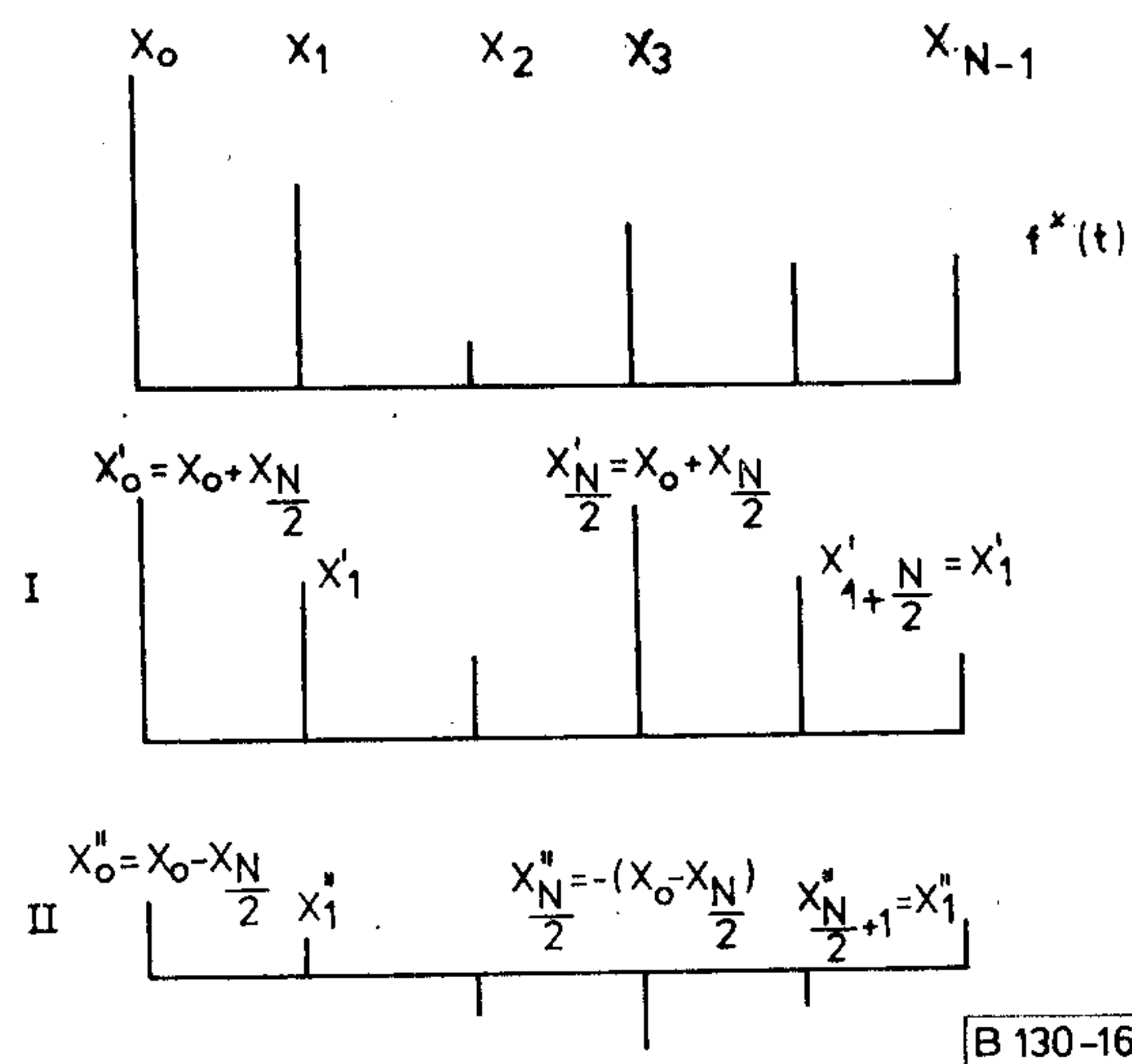
A páros rész számításánál nincs probléma, az  $\frac{N}{2}$  impulzus  $\frac{T_0}{2}$  időközönként szabályosan ismétlődik. A páratlan rész azonban, bár csak  $\frac{N}{2}$  számú különböző impulzust tartalmaz, ezek  $\frac{T_0}{2}$  időközönként váltott polaritással követik egymást.

Hogy a számítási módszerünk homogén legyen, a páratlan részt alakítsuk át. Írjuk fel a 12a formula alapján a  $C_k$  együtthatót. Figyelembe véve, hogy az I. esetben  $X = X_{i+\frac{N}{2}}$ , a II. esetben pedig  $X_i = -X_{i+\frac{N}{2}}$ , kapjuk:

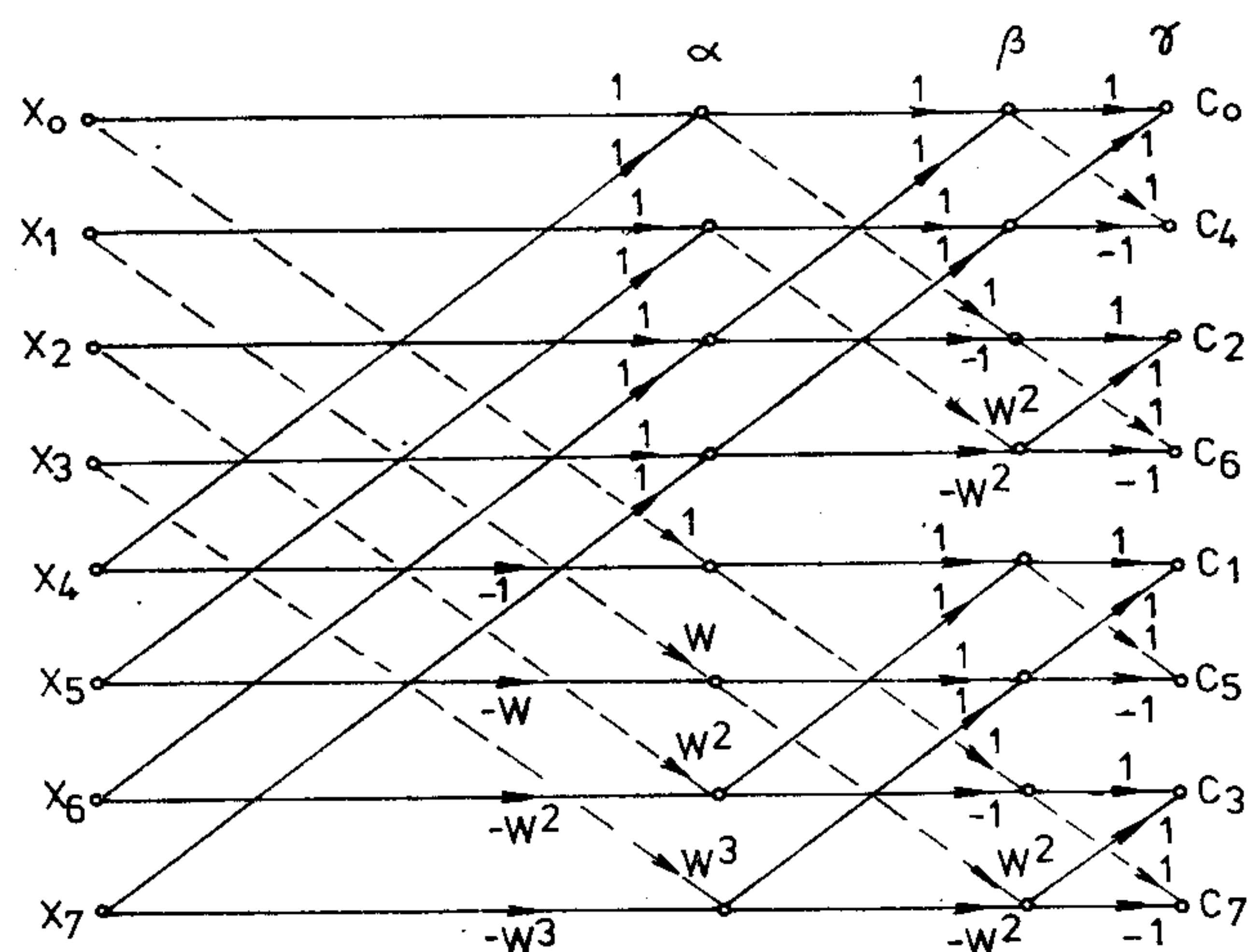
$$\left. \begin{aligned} \text{I. } C'_k &= \left[ X'_0 + X'_1 W^k + X'_2 W^{2k} + \dots + X'_{\frac{N}{2}-1} W^{(\frac{N}{2}-1)k} \right] \left( 1 + W^{\frac{N}{2}k} \right) \\ \text{II. } C''_k &= \left[ X''_0 + X''_1 W^k + X''_2 W^{2k} + \dots + X''_{\frac{N}{2}-1} W^{(\frac{N}{2}-1)k} \right] \left( 1 - W^{\frac{N}{2}k} \right) \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Mivel  $W^{\frac{N}{2}k} = \pm 1$ , I. csak páros „k”, II. csak páratlan „k” esetén ad zérustól eltérő értéket. A két formula nagyon hasonló. Egyszerű számítással meggyőződhetünk arról, hogy:

$$C'_{2k+1} = C'_k \quad [\text{ha } X'_0, X'_1, X'_2, \dots \text{ helyébe } X''_0, X''_1 W, X''_2 W^2, X''_3 W^3 \dots \text{-t írunk}]. \quad (32)$$



16. ábra.  $f^*(t)$  felbontása csak páros (I) és csak páratlan (II) harmonikusokat tartalmazó részre



17. ábra. Folyamatábra a „Decimation In Frequency” számításához

Így II. számítását visszavezetjük I-re.  $C'_1$  azonos lesz az így számolt  $C'_0$ -vel,  $C'_3$  azonos  $C'_2$ -vel stb.

A hosszadalmas számítások helyett csupán a 17. ábrában a folyamatábrát rajzoljuk fel. Az  $\alpha$  síkon befejeződik az impulzusfüggvény fent ismertett felbontása. Következő lépésként a most már  $\frac{N}{2}$  elemet tartalmazó két impulzusfüggvény újra fel-

bontható csak páros és csak páratlan harmonikusokat tartalmazó részre (természetesen  $2\omega_0$  alapharmonikára vonatkoztatva), így a  $\beta$  síkra jutunk. Az eljárást addig folytatjuk, amíg csak egy komponens marad, ez megadja  $C_0, C_2, C_4, \dots$ , illetve  $C_1, C_3, \dots$  értékét.

Látszik, hogy ennél a módszernél a bejövő adatok természetes sorrendben, a kimenő adatok pedig a bit-fordításnak megfelelő sorrendben helyezkednek el.

A 16. és 17. folyamatábrát összehasonlítva, a feltűnő különbség az, hogy amíg az első esetben két impulzust tartalmazó elemi részfüggvényeket párosítottunk egyre nagyobb, 4, 8, 16, ... impulzust tartalmazó részfüggvényekké, addig a második esetben fokozatos lebontás történik 8, 4, 2, 1 impulzust tartalmazó részfüggvényekké.

A folyamatábrából látszik, hogy a „Decimation In Frequency” módszer szintén alkalmas „computation in place” számításra és hogy a szükséges műveletek száma itt is  $N \lg_2 N$  arányban csökken.

## 5. A DFT, a Nyquist tétel és az „Aliasing” jelenség

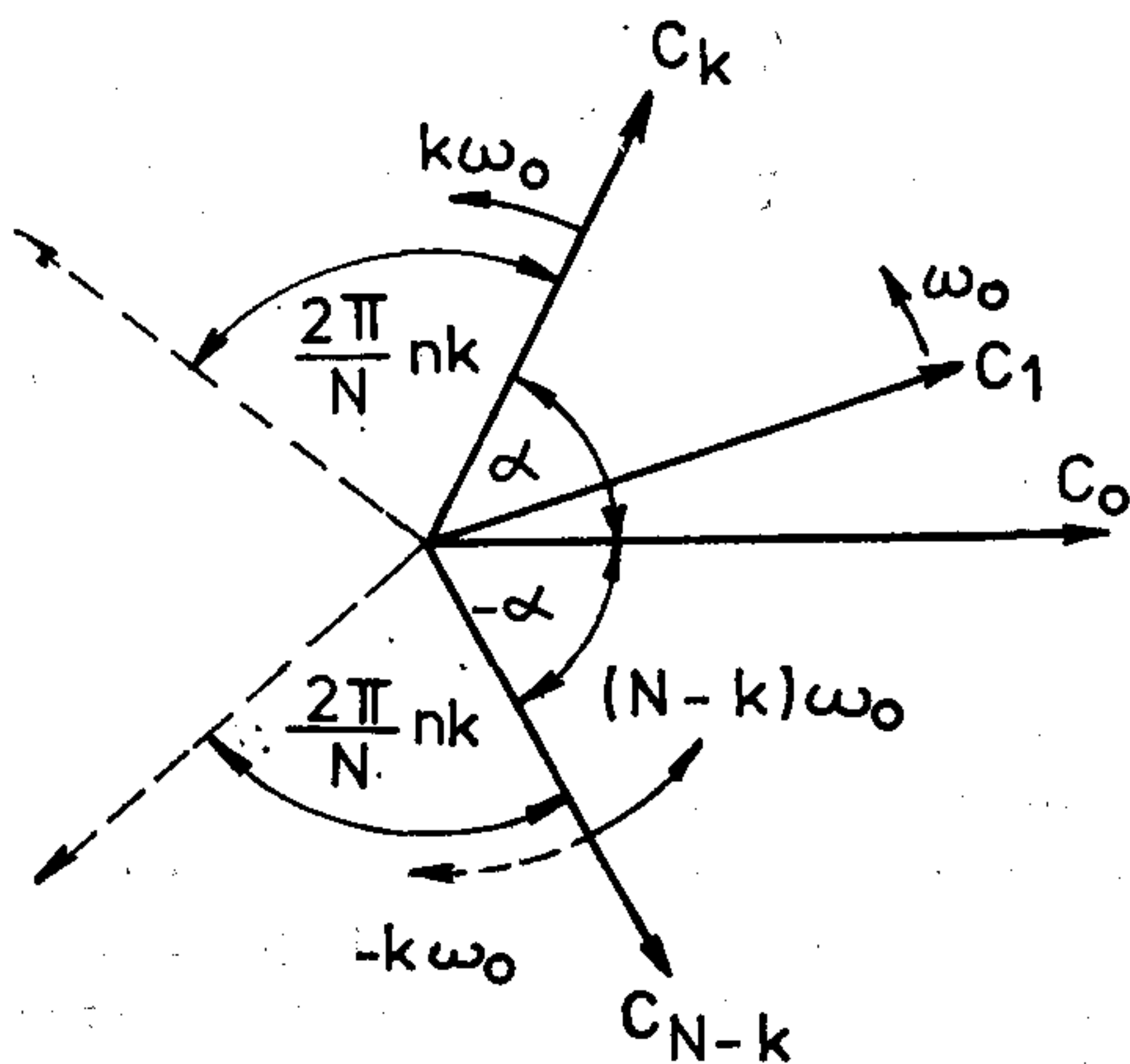
Amint arra rámutattunk, ha az  $X_n$  értékek valósak, a DFT redundáns. Ez abban jelentkezik, hogy  $C_{N-k} = C_k^*$ . A viszonyokat a 18. ábrán tüntetjük fel. A  $C_1$  vektor az alapharmonikus frekvenciájával,

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$  sebességgel forog,  $C_k$  és  $C_{N-k}$  pedig  $k$ , ill.  $N-k$ -szor gyorsabban. A DFT szempontjából csak a vektorok  $t = nT$ ,  $n = 0, 1, \dots$  időpontokban levő helyzetének van szerepe, vagyis a  $C_1$  vektor  $\frac{2\pi}{N}n$ , a  $C_k$  vektor  $\frac{2\pi}{N}nk$  és a  $C_{N-k}$  vektor

$$\frac{2\pi}{N}n(N-k) = 2\pi n - \frac{2\pi}{N}nk \quad (33)$$

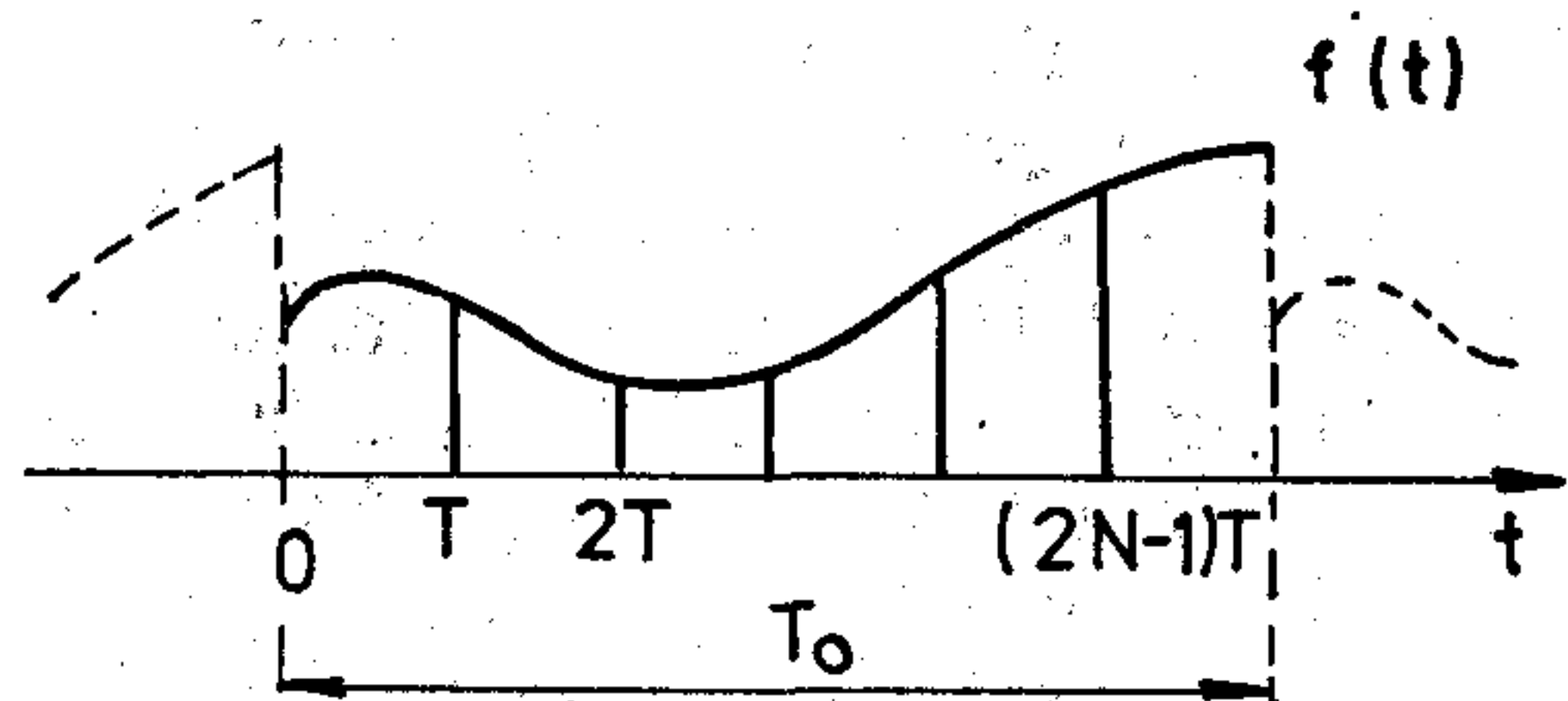
szögelfordulásainak.

A  $2\pi n$  teljes fordulatokat nem véve figyelembe, ez megfelel  $C_{N-k}$  negatív  $\frac{2\pi}{N}nk$  nagyságú szögelfordulásának.



B 130-18

18. ábra. Az „aliasing” jelenség magyarázata



B 130-19

19. ábra. A Nyquist tétel igazolása

Így a  $C_{N-k}$  vektor forgása a DFT szempontjából azonos a  $-k\omega_0$  sebességű forgással. Könnyen igazolható, hogy minden  $(rN-k)\omega_0$  sebességgel forgó vektort ( $r = 0, 1, 2, \dots$ ) mintavételezve  $T = \frac{T_0}{N} = \frac{2\pi}{\omega_0 N}$  időközönként, a  $k\omega_0$  sebességgel forgó vektor azonos időközű mintavételezésével megegyező impulzusfüggvényt kapunk. Ezt a jelenséget, amikor egy forgó vektor, illetve egy szinusz függvény mintavételezéséből nem tudjuk egyértelműen meghatározni az eredeti függvény egyes komponenseinek a frekvenciáját, „aliasing” jelenségnek nevezzük.

Tehát valós  $X_n$ -ek esetén  $C_{N-k}$  frekvenciája azonos  $C_k$  frekvenciájával. Így  $T_0$  idő alatt  $N$  valós mintát egyértelműen meghatározza az  $\frac{N}{2}$  számú szinusz jel,  $\omega_0, 2\omega_0, \dots, \frac{N}{2}\omega_0$  frekvenciával. Mivel a frekvenciák  $T_0$  által adottak, az egyes komponensek jellemzéséhez csak az amplitúdóra és a kezdőfázisra van szükség, amelyeket a  $C_k$ -k határoznak meg. Az előzők alapján szemléletes módon igazolhatjuk Nyquist tételét. Vegyük a 19. ábra szerinti folytonos jelet a  $0-T_0$  időközben. A jel tetszőleges lehet, egyetlen kikötésünk, hogy sávkorlátozott legyen 0 és  $f_1 = Nf_0$  között, ahol  $f_0 = \frac{1}{T_0}$ . (Ez pontosan nem lehet igaz, mert ha a jel időben korlátozva van, a sávja nem lehet korlátozott. De ha  $f_0$  igen kicsi a sáv legmagasabb frekvenciájához képest, azaz  $N \gg 1$ , akkor a fellépő hiba elhanyagolható.)

Ha  $T_0$  igen nagy, akkor a viszonyok nem változnak lényegesen, ha a  $0-T_0$  időközön kívül a jelet ismétlődőnek tekintjük. Ekkor felírhatjuk a periodikus jel Fourier-sorát.  $f_0 = \frac{1}{T_0}$  az alapharmonikus és mivel a jel  $Nf_0$ -nál sávkorlátozott, csak véges számú  $N$  harmonikus léphet fel. Az amplitúdók és kezdőfázisok  $2N$  adatot jelentenek. Tehát sávkorlátozott jelünket  $T_0$  idő alatt  $2N$  adat, például  $2N$  minta egyértelműen meghatározza. Egyenletes mintavételezés mellett ez

$$f_m = \frac{2N}{T_0} = 2N \cdot f_0 = 2f_1 \quad [\text{minta/s}] \quad (34)$$

mintavételezési sebességnek felel meg. Ezzel tulajdonképpen be is bizonyítottuk Nyquist mintavételezési törvényét.

## 6. Példák

6.1 Első példaként határozzuk meg a 20a ábrá szerinti  $\delta^*(t)$  mintavételező függvény Fourier-sorát. Az egyes impulzusok területe legyen  $T$ . Határesetben az impulzusokat tekintsük Dirac impulzusoknak. A kezdő pontnak az ábra szerinti megválasztása mellett a számítás igen egyszerű. A páros szimmetria miatt csak koszinusz összetevők lépnek fel, és ha az impulzusok szélessége igen kicsi,  $\tau \approx 0$ , akkor a Fourier-komponensek kiszámításánál szereplő integrálok az impulzus területnek egy konstanssal való szorzására egyszerűsödnek. A 2. és 3b formulákból kapjuk:

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= 1 \\ a_k &= \frac{2T}{T_0} = 2, \quad k=1, 2, 3, \dots \\ C_k &= 1, \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

vagyis:

$$\delta^*(t) = 1 + 2 \cos \omega_0 t + 2 \cos 2\omega_0 t + \dots = 1 + e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t} + e^{j2\omega_0 t} + e^{-j2\omega_0 t} + \dots$$

ahol:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}.$$

A DFT szempontjából  $\delta^*(t)$  egy  $N=1$  mintájú impulzusfüggvénynek tekinthető, ami  $C_0=1$ -gyel jellemezhető. A 20b ábrán a komplex síkon feltüntetjük  $C_0$ -t, a „c” ábrán a DFT által előállított  $f(t)$  folytonos és az  $f^*(t)$  mintavételezett függvényt.

### 6.2 A váltott polaritású mintavételező függvény (21a ábra) Fourier-sora

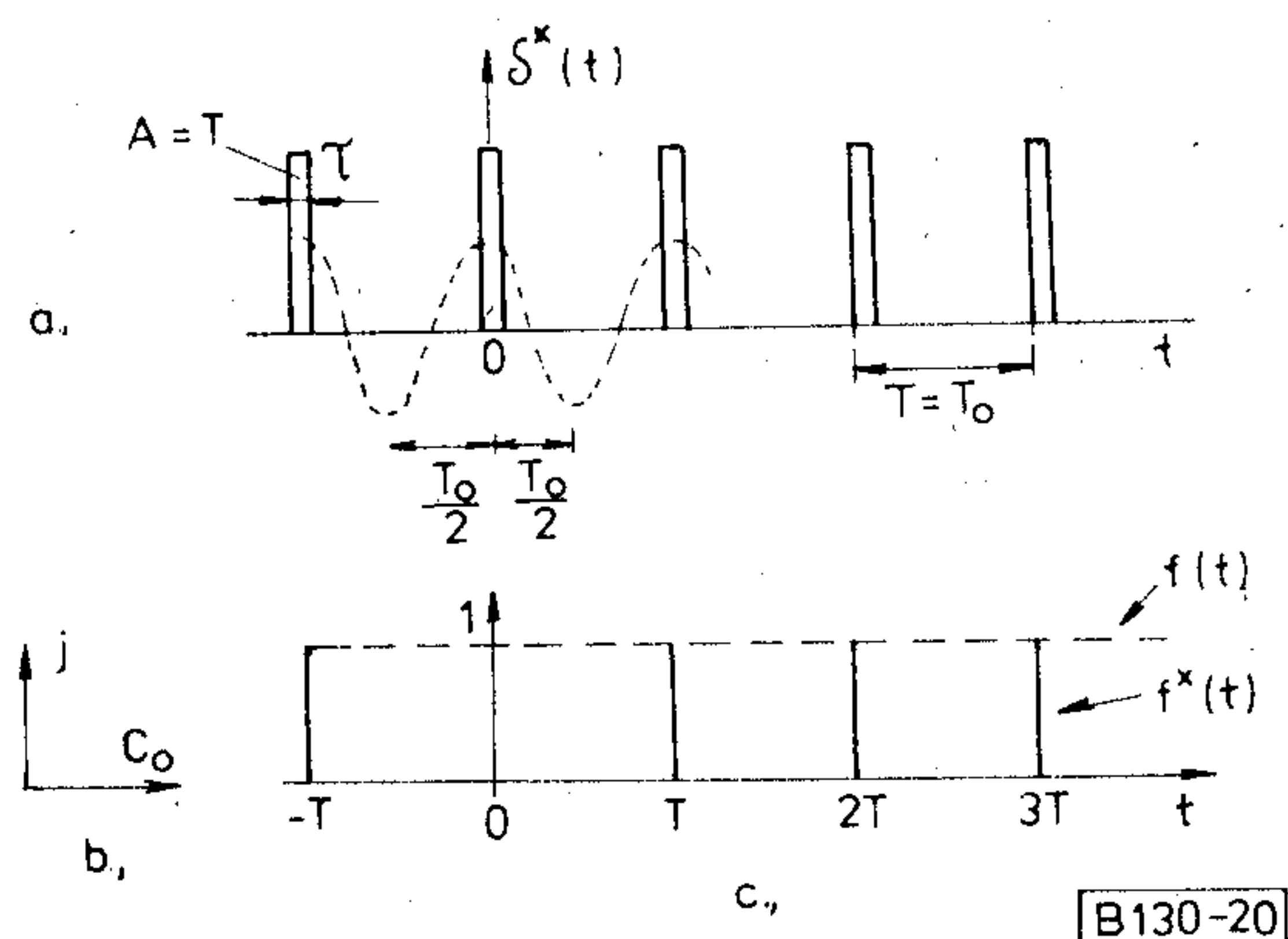
A kezdőpontnak az ábra szerinti felvételével itt is csak koszinusz összetevőket kapunk. A 2., ill. a 3b formulákból:

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= 0 \quad C_0 = 0 \\ a_k &= \frac{2}{T_0} \cdot 2T = 2 \quad k=1, 3, 5 \dots \quad C_k = 1 \\ \delta^{**}(t) &= 2 \cos \omega_0 t + 2 \cos 3\omega_0 t + \dots \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

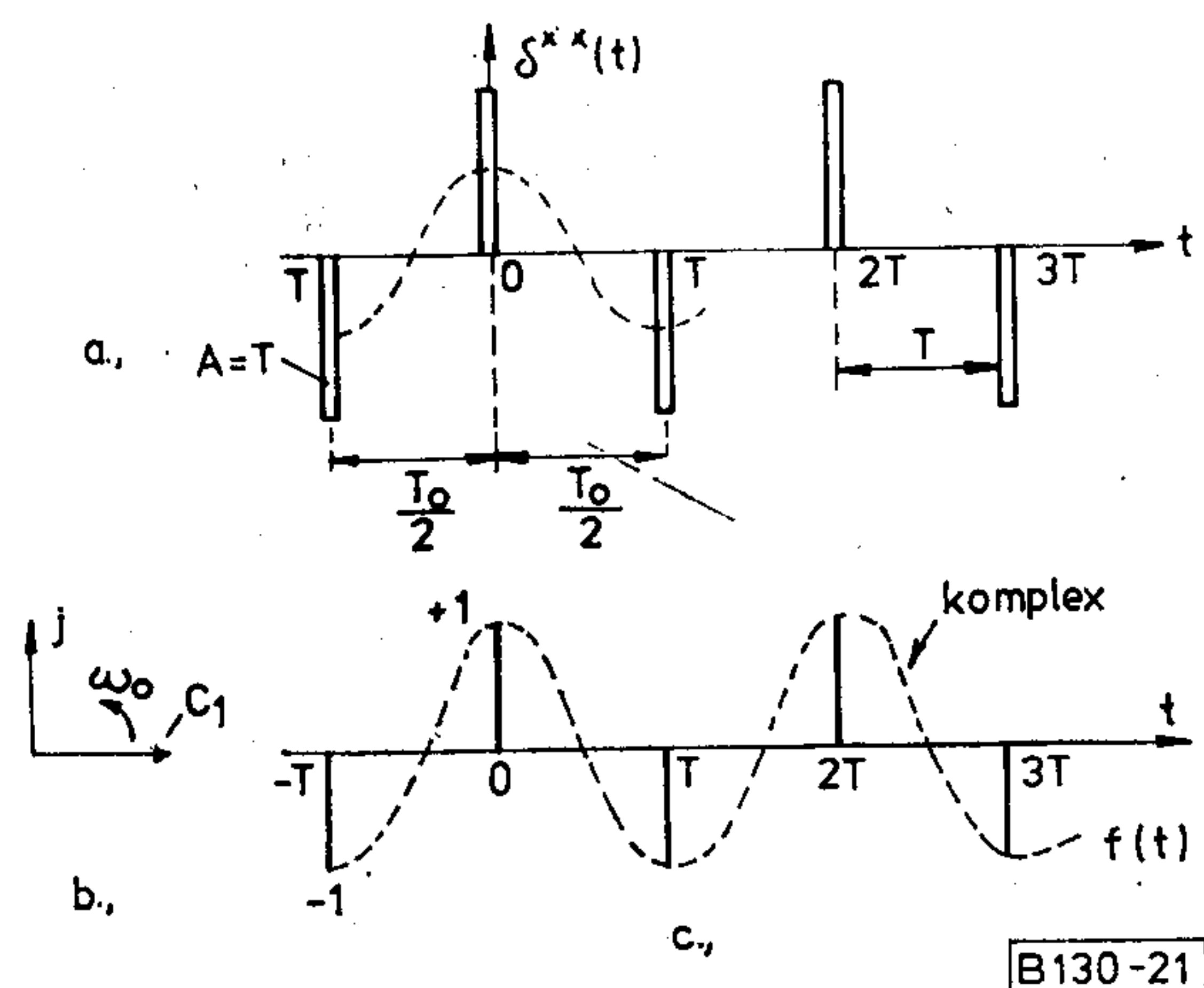
ahol:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{\pi}{T}.$$

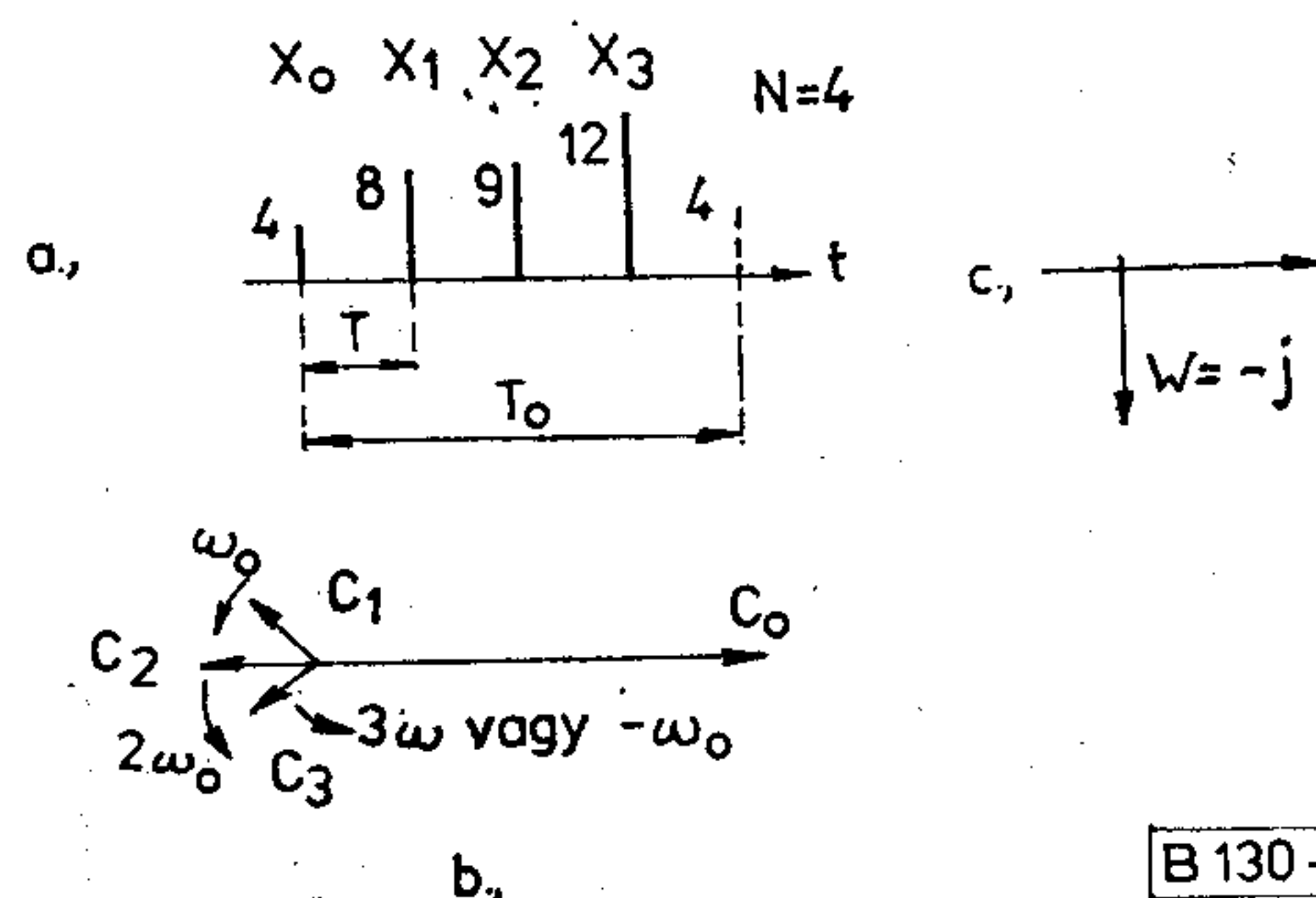
A DFT szempontjából  $\delta^{**}(t)$  egy  $N=2$  mintájú impulzusfüggvénynek tekinthető, ami  $C_0=0$  és  $C_1=1$ -gyel jellemezhető. A 21b ábrán a komplex síkon feltüntetjük  $C_1$ -et,  $C_1\omega_0$  sebességgel forog és előállítja a „c” ábra szerinti  $f(t)$  függvényt. Látszik, hogy  $f(t)$  a  $t=nT$  diszkrét helyeken felveszi a  $\pm 1$  értéket, másutt komplex.



20. ábra. A mintavételező függvény,  $\delta^*(t)$



21. ábra. A váltott polaritású mintavételező függvény,  $\delta^{**}(t)$



22. ábra. Példa DFT számítására

### 6.3 Határozzuk meg a 22a ábra szerinti impulzusfüggvény DFT-jét.

A 12a formula szerint:

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= \frac{1}{4} (4 + 8 + 8 + 12) = 8 \\ C_1 &= \frac{1}{4} (4 - j8 - 8 + j12) = -1 + j \\ C_2 &= \frac{1}{4} (4 - 8 + 8 - 12) = -2 \\ C_3 &= \frac{1}{4} (4 + j8 - 8 - j12) = -1 - j \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

A 22b ábrában a komplex síkon feltüntetjük a  $C_i$ -ket. Könnyel ellenőrizhető, hogy ha a  $C_i$  vektorok a jelzett szögsebességgel forognak, akkor  $t=nT$  időpontokban előállítják az  $X_0, X_1, X_2, X_3$  értékeket, közben pedig egy komplex függvényt. Az „aliasing” jelenség következtében azonos eredményt kapunk, ha  $C_3$  „ $-\omega_0$ ” sebességgel forog. A 16a formulából ellenőrizhetjük  $X(nT)$  előállítását:

$$\left. \begin{aligned} X_0 &= 8 + (-1+j) - 2 + (-1-j) = 4 \\ X_1 &= 8 + (-1+j)j + 2 + (-1-j)(-j) = 8 \\ X_2 &= 8 + (-1+j)(-1) - 2 + (-1-j)(-1) = 8 \\ X_3 &= 8 + (-1+j)(-j) + 2 + (-1-j)j = 12 \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

6.4 Határozzuk meg a 23d ábra szerinti impulzusfüggvény DFT-jét FFT-vel. Először  $W$  hatványait számítjuk ki. (A „b” ábrán ábrázoljuk, vagy táblázatba foglaljuk, számítógépes számításban a tárákban helyezük el őket.) Ezután a 28, 29 formula szerint megkezdjük  $\alpha, \beta \dots$  számítását. Kapjuk:

$$\alpha_0 \begin{cases} C_{00\alpha} = X_0 + X_4 = 8 \\ C_{01\alpha} = X_0 - X_4 = -4 \end{cases} \quad \alpha_2 \begin{cases} C_{20\alpha} = X_2 + X_6 = -6 \\ C_{21\alpha} = X_2 - X_6 = 2 \end{cases}$$

$$\alpha_1 \begin{cases} C_{10\alpha} = X_1 + X_5 = 0 \\ C_{11\alpha} = X_1 - X_5 = 4 \end{cases} \quad \alpha_3 \begin{cases} C_{30\alpha} = X_3 + X_7 = 8 \\ C_{31\alpha} = X_3 - X_7 = 0 \end{cases}$$

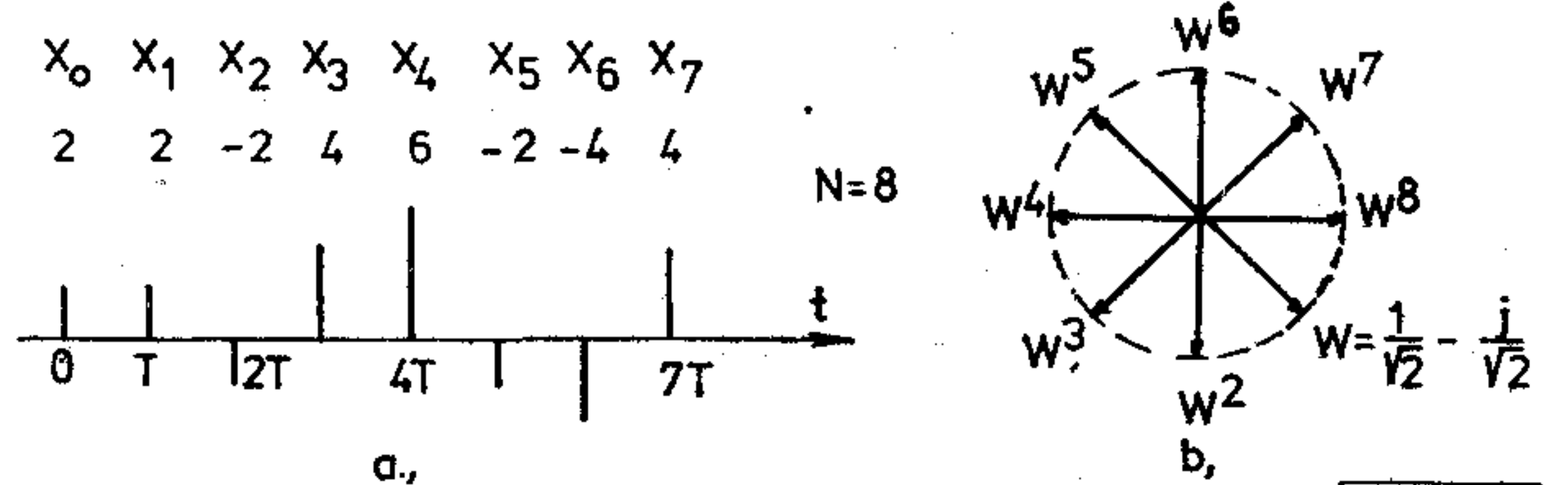
$$\beta_0 \begin{cases} C_{00\beta} = C_{00\alpha} + C_{20\alpha} = 2 \\ C_{01\beta} = C_{01\alpha} + C_{21\alpha} W^2 = -4 - j2 \\ C_{02\beta} = C_{00\alpha} + C_{20\alpha} W^4 = 14 \\ C_{03\beta} = C_{01\alpha} + C_{21\alpha} W^6 = -4 + j2 \end{cases} \quad (39)$$

$$\beta_1 \begin{cases} C_{10\beta} = C_{10\alpha} + C_{30\alpha} = 8 \\ C_{11\beta} = C_{11\alpha} + C_{31\alpha} W^2 = 4 \\ C_{12\beta} = C_{10\alpha} + C_{30\alpha} W^4 = -8 \\ C_{13\beta} = C_{11\alpha} + C_{31\alpha} W^6 = 4 \end{cases}$$

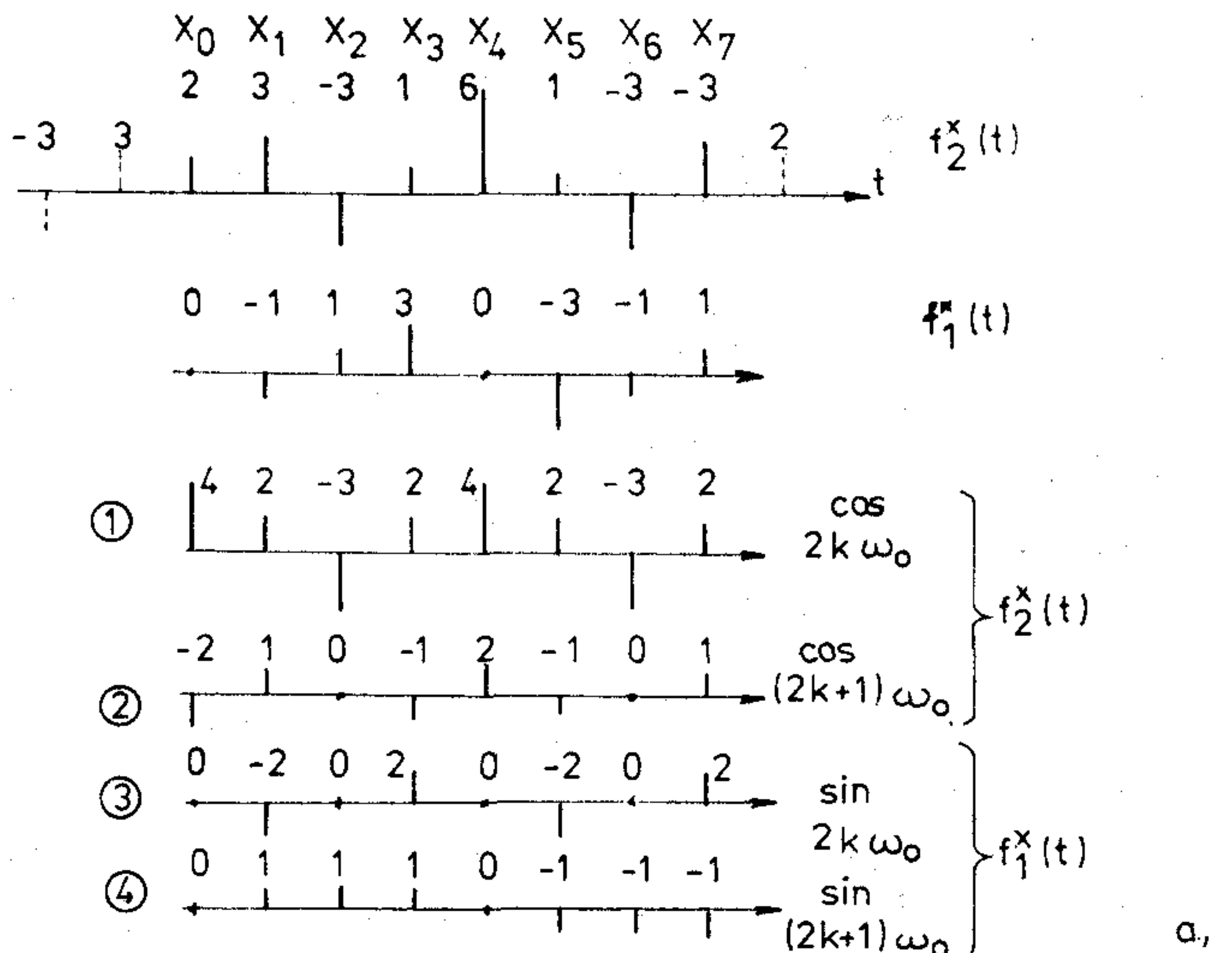
A következő lépésben már a végeredményt kapjuk:

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= C_{00\beta} + C_{10\beta} = 10 \\ C_1 &= C_{01\beta} + C_{11\beta} W = 2\sqrt{2} - 4 - j(2 + 2\sqrt{2}) \\ C_2 &= C_{02\beta} + C_{12\beta} W^2 = 14 + j8 \\ C_3 &= C_{03\beta} + C_{13\beta} W^3 = -4 + j2 \\ C_4 &= C_{00\beta} + C_{10\beta} W^4 = -6 \\ C_5 &= C_{01\beta} + C_{11\beta} W^5 = 4 - j \\ C_6 &= C_{02\beta} + C_{12\beta} W^6 = 14 - j8 \\ C_7 &= C_{03\beta} + C_{13\beta} W^7 = 2\sqrt{2} - 4 + j(2 + 2\sqrt{2}) \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

6.5 Az előző példa szerinti impulzusfüggvényt az 5. és a 6. formula szerint bontsuk fel  $f_1^x(t)$  és  $f_2^x(t)$  páratlan és páros függvényre, valamint ezeket a függvényeket bontsuk tovább csak páratlan és csak páros harmonikusokat tartalmazó részre. A felbontást a 24a ábra tünteti fel, az ábra alatti táblázatban pedig az egyes részfunkciókhoz tartozó

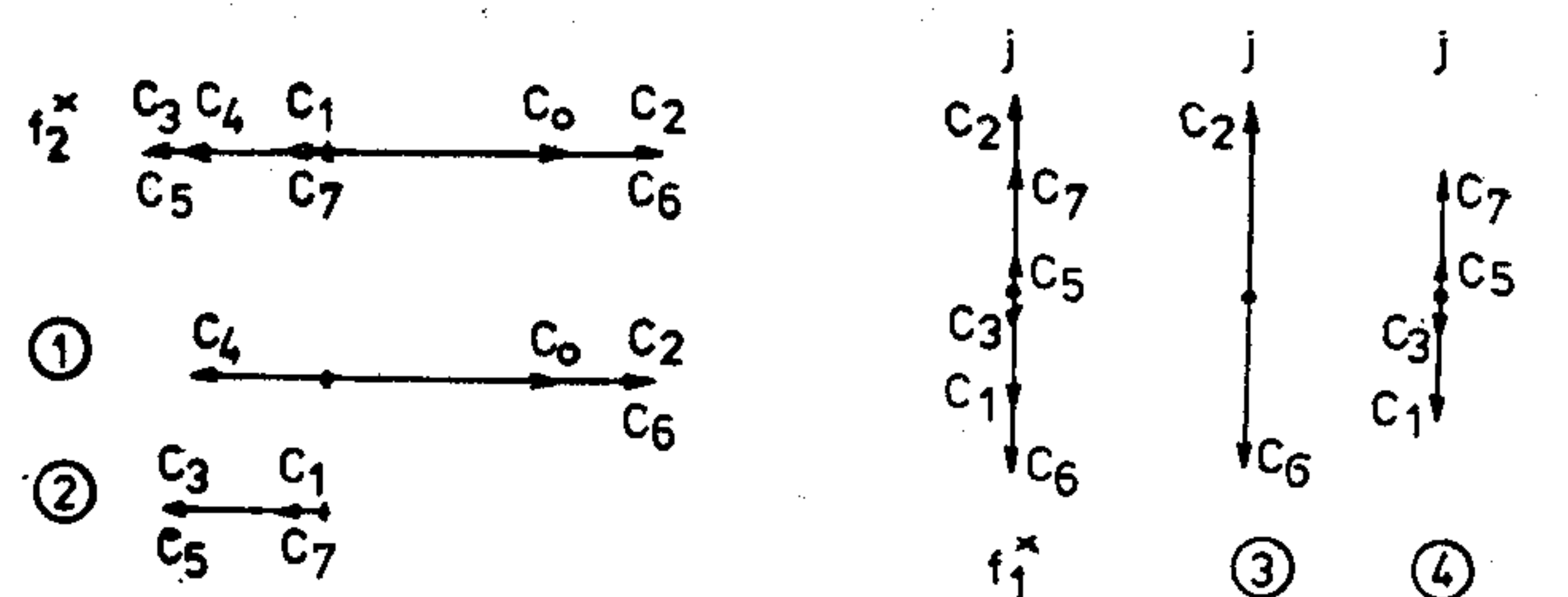


23. ábra. Példa FFT számítására



|         | $C_0$ | $C_1$               | $C_2$ | $C_3$              | $C_4$ |
|---------|-------|---------------------|-------|--------------------|-------|
| $f_2^x$ | 10    | $-4 + 2\sqrt{2}$    | 14    | $-4 - 2\sqrt{2}$   | -6    |
| $f_1^x$ | -     | $-j(2 + 2\sqrt{2})$ | $j8$  | $j(2 - 2\sqrt{2})$ | -     |
| ①       | 10    | -                   | 14    | -                  | -6    |
| ②       | -     | $-4 + 2\sqrt{2}$    | -     | $-4 - 2\sqrt{2}$   | -     |
| ③       | -     | -                   | $j8$  | -                  | -     |
| ④       | -     | $-j(2 + 2\sqrt{2})$ | -     | $j(2 - 2\sqrt{2})$ | -     |

24. ábra. A 23. ábra szerinti impulzusfüggvény felbontása



25. ábra. A 23. ábra szerinti impulzusfüggvény DFT komponensei

DFT együtthatókat adjuk meg. (A lényegtelen  $N=8$ -as osztót nem vettük figyelembe és a  $C_5, C_6, C_7$  konjugált együtthatókat sem tüntettük fel.)

A táblázatból jól látszik a törvényszerűség:

- Páros függvény esetén  $C_k$  valós;
- Páratlan függvény esetén  $C_k$  képzetes;
- Csak páros harmonikusokat tartalmazó függvény esetén  $C_1, C_3 \dots = 0$ ;

- d) Csak páratlan harmonikusokat tartalmazó függvény esetén  $C_0, C_2, C_4 \dots = 0$ .

Az egyes részfüggvényekhez tartozó  $C_k$  együtthatókat a komplex síkon a 25. ábra tünteti fel.

## 7. A DFT és a Fourier-sor

A 2.2 pontban a periodikus impulzusfüggvény Fourier-sorából vezettük le a DFT számítási módszerét. Levezetésünk teljesen egzakt volt, a DFT az  $N$  számú  $X_n$  értékhez egyértelműen hozzárendelte a  $C_k$  együtthatókat és fordítva. Azonban éppen az egyszerű levezetés okozhatja a DFT hamis értelmezését és okoz nehézségeket a DFT helyes megértésében. A viszonyokat a 26. ábra szerinti egyszerű példán tisztázzuk. Határozzuk meg az ábra szerinti négyszögjel Fourier-sorát és DFT-jét (a jel oldalait kis mértékben döntjük, hogy a 2. és 6. pontokban ne legyen gond a függvény értelmezésével. De teljesen általánosan a szakadási pontokban a függvény értéke mindig a két szomszédos pont középértéke). Ismeretes, hogy a négyszögjel Fourier-sora:

$$f(t) = \frac{4}{\pi} \left[ \cos \omega_0 t - \frac{1}{3} \cos 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \cos 5\omega_0 t - \dots \right] = \frac{2}{\pi} \left[ e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t} - \frac{1}{3} e^{j3\omega_0 t} - \frac{1}{3} e^{-j3\omega_0 t} + \dots \right].$$

Tehát a Fourier-együtthatók:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{2}{\pi} = 0,637 \\ C_3 &= -\frac{2}{3\pi} = -0,212 \text{ stb.} \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

A DFT meghatározására osszunk fel egy periódust például  $N=8$  részre. A 12a formula szerint, az együtthatókat vesszővel jelölve:

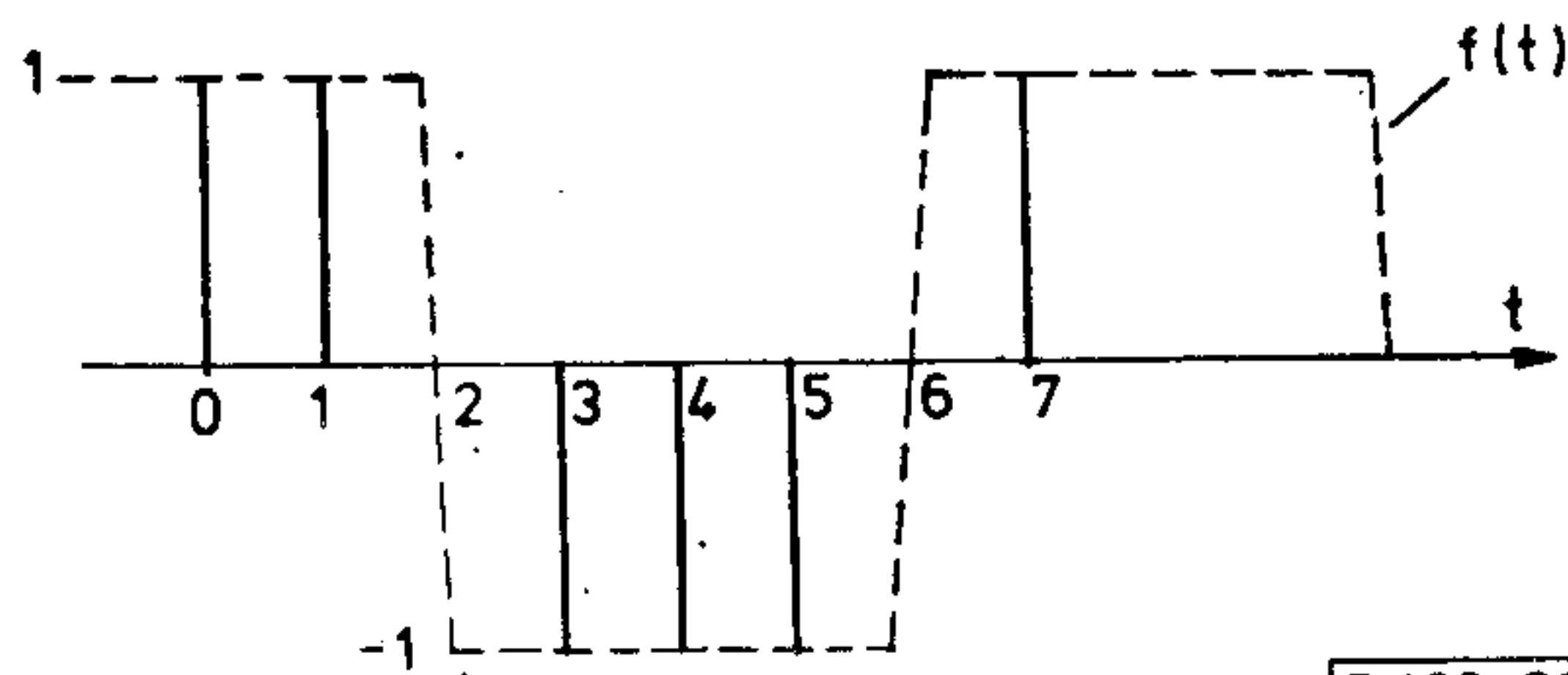
$$C'_k = \frac{1}{8} [1 + W^k - W^{3k} - W^{4k} - W^{5k} + W^{7k}].$$

Tehát a DFT komponensek:

$$\left. \begin{aligned} C'_0 &= C'_2 = C'_4 = C'_6 = 0 \\ C'_1 &= C'_7 = \frac{1}{4} (1 + \sqrt{2}) = 0,6036 \\ C'_3 &= C'_5 = \frac{1}{4} (1 - \sqrt{2}) = -0,1036. \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

A 41. és 42. formula összehasonlításából látszik, hogy  $C'_1 \approx C_1$ , de  $C'_3$  és  $C_3$  között már rossz az egyezés. A Fourier-sornál a magasabb rendű komponensek véges értékük, a DFT-nél  $C'_5$  és  $C'_7$  negatív frekvenciáknak felel meg, magasabb harmonikusok pedig nincsenek értelmezve.

Látszólag ellentmondásra jutottunk. Azonban ellentmondásról szó sincs. Ugyanis a Fourier-komponensek igyekeznek a folytonos görbét (esetünkben a négyszögjelet — de éppen így másik folytonos görbét is felvettünk volna, amely a 0, 1, 2... pontokban +1 vagy -1 értéket vesz fel —) megközelíteni.



B130-26

26. ábra. Négyszögjel mintavételezése

teni. Ha véges számú Fourier-komponenst összegezzünk, csak véletlenszerű lehet, ha ezek tényleg előállítják az adott pontokban a  $\pm 1$  értéket. Ezzel szemben a DFT határozottan előállítja a jelzett pontokat, de a közbenső értékekre semmit sem mond.

Így nem is várhatjuk, hogy a Fourier- és a DFT komponensek azonosak legyenek.

Ennek ellenére, minden matematikai levezetés nélkül is belátható, hogy ha  $N$  számát növeljük, szükségszerűen kisebb lesz az eltérés a Fourier és a DFT komponensek között, és csak a magasabb harmonikusoknál várható nagyobb eltérés. Ez összhangban van a 2.2 pontban a Fourier-sorok felbontóképességével kapcsolatban mondottakkal. (Javasoljuk az olvasónak, hogy az előző számításokat végezze el nagyobb  $N$  értékre is, például 16 vagy 32-re.)

A fentiek alapján világos, hogy ha egy folytonos periodikus függvényt egyenletes közönként mintavételezzünk, a mintákból képzett DFT komponensek jó közelítéssel egyeznek a Fourier-komponensekkel. Minél nagyobb  $N$ , annál jobb a közelítés. A DFT alkalmazásának éppen ez a legfontosabb területe, periodikus vagy bizonyos fenntartással folytonos jelek spektrumának a jó közelítéssel való meghatározása. Itt alapvető kérdés a pontosság, valamint a felbonthatóképesség határa.

## 8. Folytonos időfüggvény spektrumának a meghatározása DFT-vel

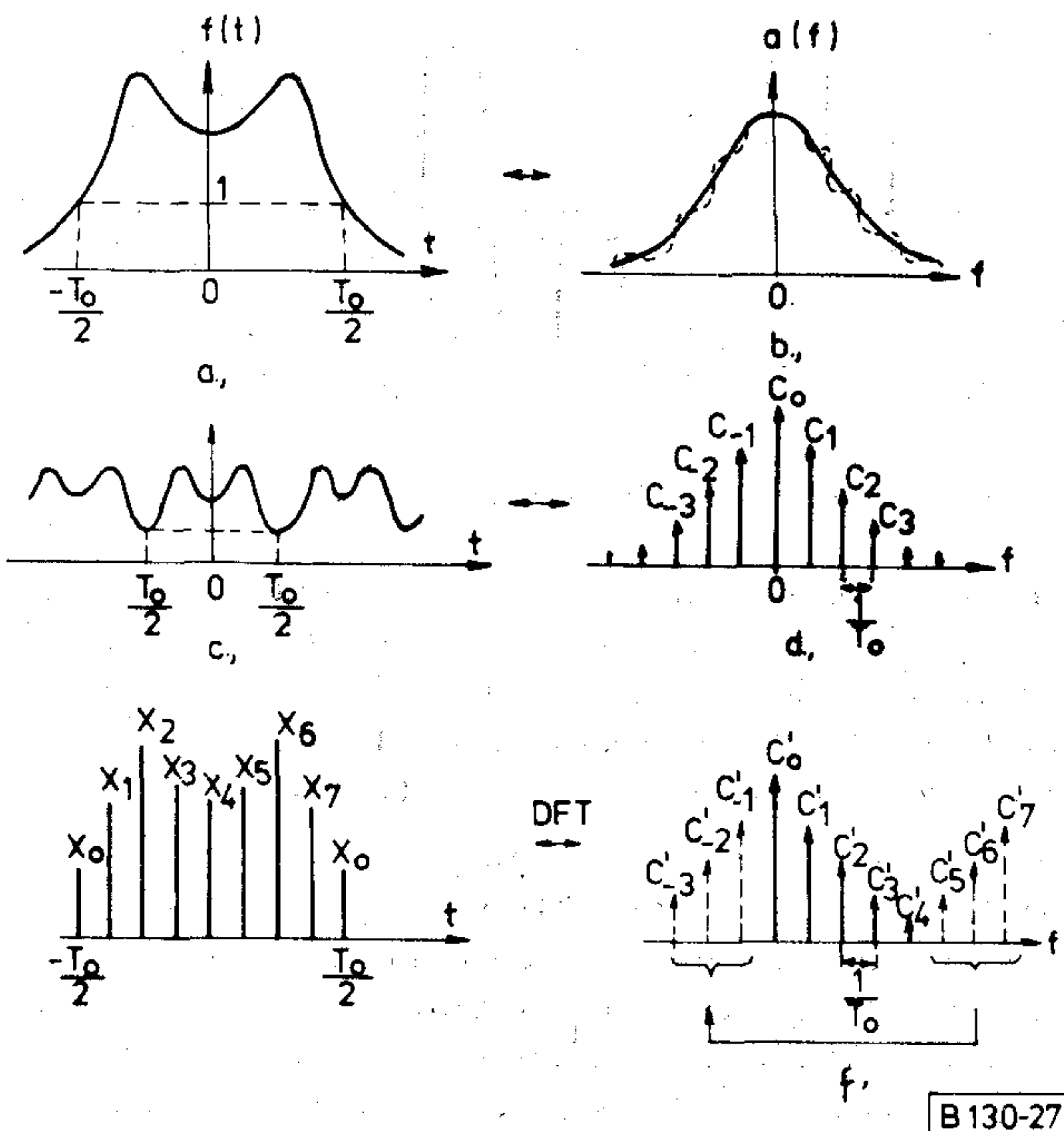
A folytonos időfüggvényeket a következő főbb csoportokra oszthatjuk:

- Periodikus, sávkorlátozott;
- Periodikus, sávban nem korlátozott;
- Nem periodikus, sávkorlátozott;
- Nem periodikus, sávban nem korlátozott.

A fenti függvények a „d” esettől eltekintve a teljes  $-\infty < t < +\infty$  időtartományban véges értéket vesznek fel. A DFT képzés viszont csak véges  $N$  mintára lehetséges, tehát csak a folytonos időfüggvényből kivágott véges hosszúságú szakaszra, az ún. „ablakra” alkalmazható.

Ez szükségszerűen a spektrum kisebb-nagyobb meghamisításával jár együtt. A viszonyokat a 27. ábrán szemléltetjük. Az „a” ábra szerinti folytonos függvény (egyszerűség kedvéért páros függvényt veszünk) spektrumába legyen a „b” ábra szerinti  $a(f)$ .

A Fourier integrál elméletéből ismeretes, hogy egy függvényben az éles levágások a transzformált függvényben hullámosságot okoznak. Így a négyszög



27. ábra. Mintavételezett folytonos függvény DFT-je

ablak alkalmazása a „b” ábrán a pontozottan jelölt spektrumot hozza létre. Minél nagyobb  $T_0$ , annál kisebbek a hullámok.

Hogy a számításmenetet digitalizálni tudjuk, következő lépésként vegyük az ablak által kivágott függvényrészt periodikusan ismétlődőnek („c” ábra). Ekkor a spektrum a „d” ábra szerinti lesz, a Fourier-együtthatók a „b” ábra pontozott görbéjének a metszetei.

A „d” ábrán egy  $T_0$  időközött mintavételeztünk és  $N=8$  minta alapján meghatároztuk a DFT-t („e” ábra).  $C'_5, C'_6, C'_7$ -t (és  $C'_4$  felét) negatív frekvenciáknak vehetjük. Így a DFT komponensek jó közelítéssel megegyeznek a Fourier-komponensekkel. Minél nagyobb  $N$ , annál jobb az egyezés. Végeredményben a DFT burkológörbéje jó közelítéssel megegyezik az  $a(f)$  görbével, tehát a DFT alkalmas  $a(f)$  számítására.

Pontos egyezést csak akkor kapunk, ha:

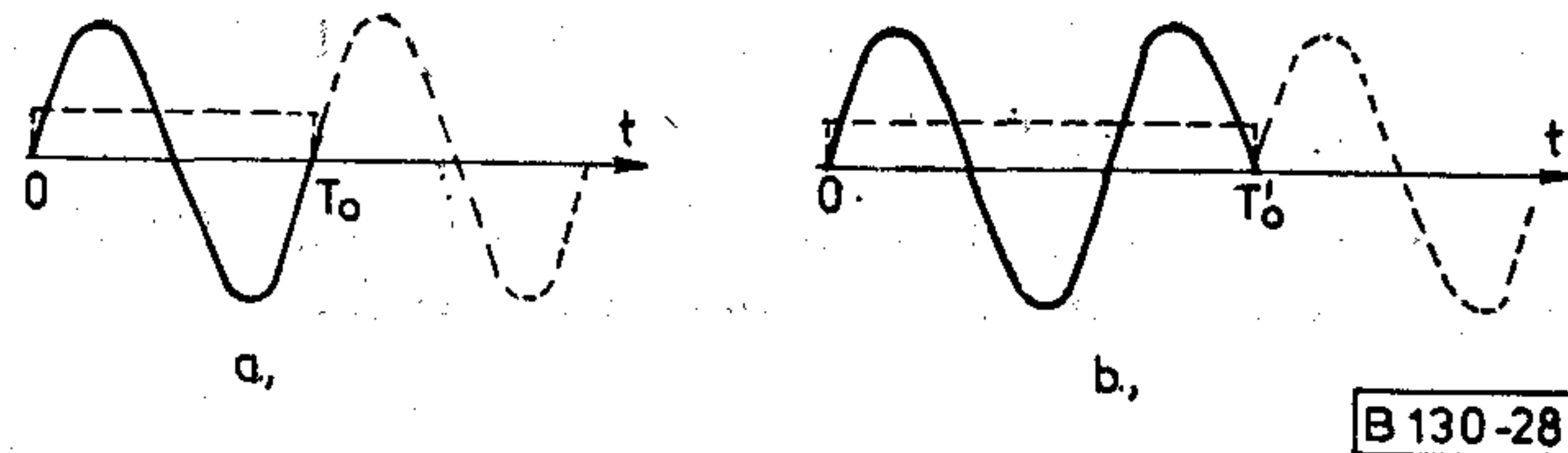
$\alpha$ ,  $f(t)$  periodikus és sávkorlátozott.

$\beta$  a mintavételezés frekvenciája legalább a kétszerese a legnagyobb jelfrekvenciának.

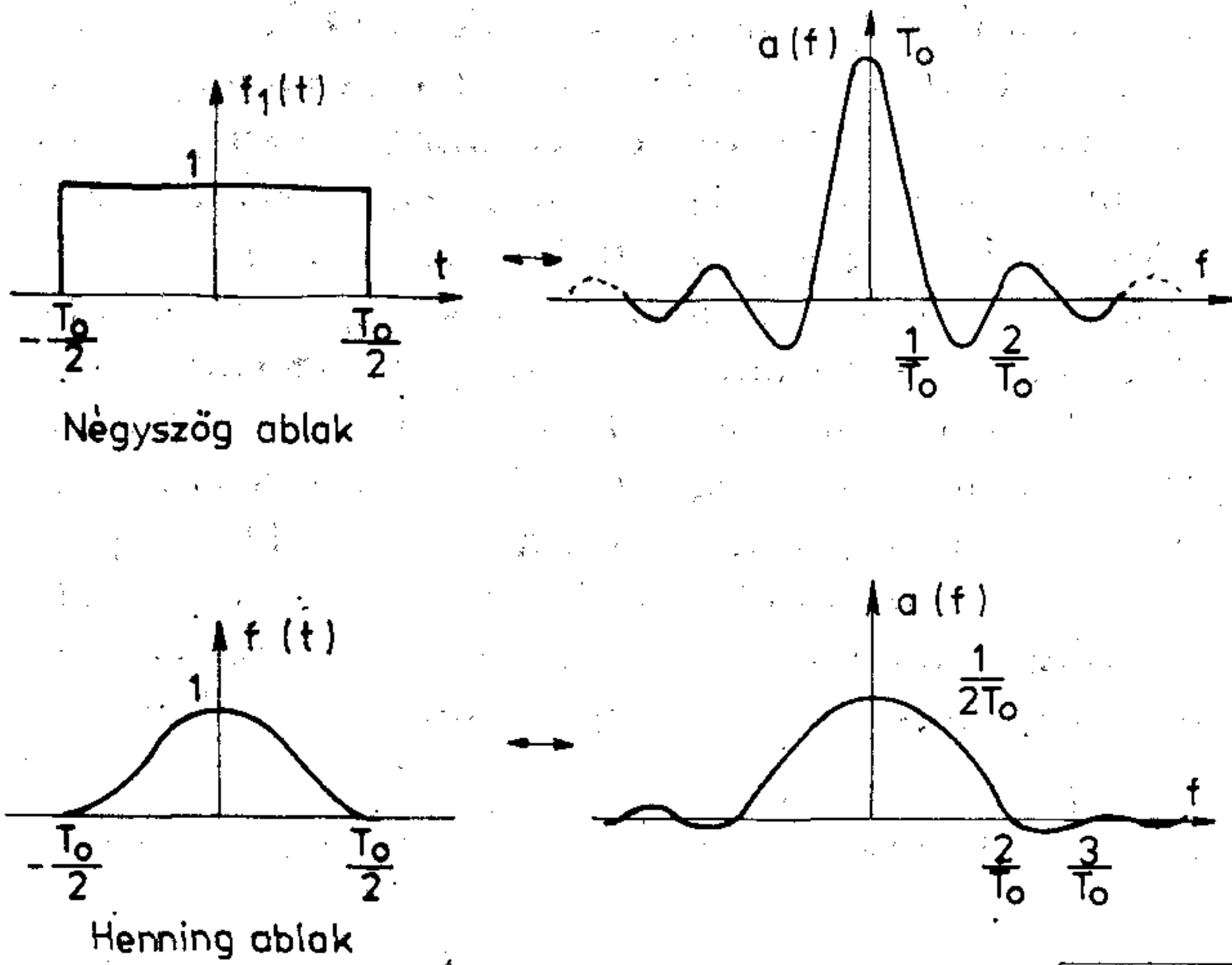
$\gamma$  az ablak hossza, „ $T_0$ ” pontosan megegyezik egy periódusidővel.

Minden más esetben az „aliasing” jelenség és az ablak miatt pontatlanság fog fellépni.

Az ablak zavaró hatásáról és a hosszának a szerepéről egy egyszerű példa alapján is meggyőződhetünk. Vegyük a 28a ábra szerinti szinusz függvényt. Ha az ablak hossza  $T_0$  azonos a periódusidővel, akkor a Fourier-sor és a DFT is csak egyetlen harmonikust tartalmaz, tehát helyesen írja le az eredeti függvényt. Ha az ablak nem a periódusidő egész számú többszöröse, például a „b” ábra szerint  $T'_0 = 1,5 T_0$ , akkor az ismétlődő jel a szaggatott görbével folytatódik. A Fourier-sor és így a DFT képzés



28. ábra. Szinuszos függvényre alkalmazott  $T_0$  és  $T'_0 = 1,5 T_0$  ablak



29. ábra. A négyszög és a Hanning ablak és a Fourier-transzformáltjuk

is durva hibát hoz be, hiszen az eredetitől eltérő függvényt utánoz le.

## 9. A „súlyozott ablak”

Az ablak zavaró hatását csökkenthetjük, ha a négyszögletes ablak helyett valamilyen az időben súlyozó  $f_A(t)$  ablakot használunk. Sok típusú ablak létezik. Mindegyik közös vonása, hogy a  $T_0$  hosszúságú időközön kívül zérus értékű. A leggyakrabban használt a Hamming ablak:

$$f_A(t) = \alpha + (1 - \alpha) \cos \frac{2\pi t}{T} \quad -\frac{T_0}{2} < t < \frac{T_0}{2}. \quad (43)$$

Az  $\alpha=0,5$ -höz tartozó ablakot megkülönböztetésül Hanning ablaknak nevezzük:

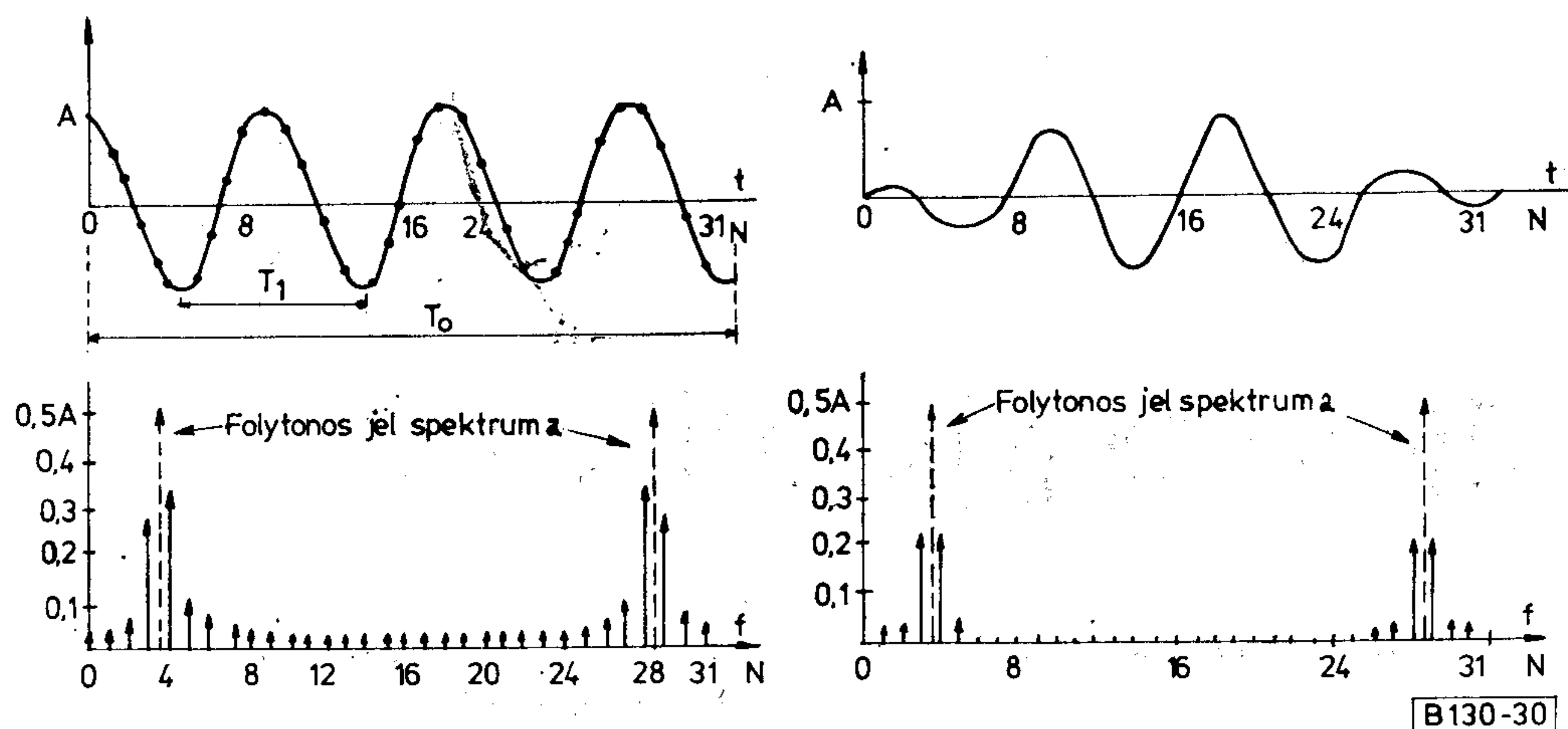
$$f_A(t) = 0,5 + 0,5 \cos \frac{2\pi t}{T_0} \quad -\frac{T_0}{2} < t < \frac{T_0}{2}. \quad (44)$$

A négyszög és a Hanning ablakot, valamint a Fourier-transzformáltjukat a 29. ábra tünteti fel. Csak röviden utalunk arra, hogy hogyan befolyásolja az ablak a spektrumot.

Ha  $f(t)$  és  $f_A(t)$  Fourier-transzformáltja  $F(f)$  és  $F_A(f)$ , akkor az ablak által kivágott rész transzformáltja:

$$f(t) \cdot f_A(t) \leftrightarrow F(f) * F_A(f). \quad (45)$$

Mivel a Hanning ablak hullámossága sokkal kisebb, mint a négyszögablaké, a DFT-ben az ablakhatás miatt fellépő termékek amplitúdója is sokkal



30. ábra. Szinuszos hullám DFT-je négyszög és Hanning ablak esetén

kisebb lesz. Hátrányos viszont, hogy a Hanning ablak transzformáltja kiszélesedik, így a 45. formula szerinti konvolúciónak megfelelően a felbontóképeség csökken, a tényleges amplitúdók mintegy „elkenődnek”, bizonytalanabbá válik a felismerésük. Matematikailag be lehet bizonyítani, hogy minél kisebb a hullámosság, annál szélesebbé válik az ablak transzformáltja. A Hanning ablak körülbelül az optimálisnak tekinthető. Egy példát a 30. ábra tüntet fel.

Az „A” amplitúdójú folytonos koszoszusz hullám spektruma azonos a Fourier-komponensek együtthatójával, esetünkben  $\pm\omega$ -nál  $\frac{A}{2}$ -vel. Ha az ablak például 3,5 periódusidőnek felel meg,  $N=32$  esetén a DFT-t az „a” ábra tünteti fel. A Hanning ablak alkalmazásánál az eredeti függvény a „b” ábra szerint erősen eltorzul, de a spektrum mégis jobban közelíti az eredetit.

Példaképpen a 30. ábrán feltüntetjük egy szinuszos hullám DFT-jét. Az ablak hossza:  $T_0=3,5 T_1$ , ahol  $T_1$  a periódusidő. Legyen  $N=32$ . Ekkor az „a” ábra tünteti fel a DFT-t négyszögletes ablak esetén, a „b” ábra pedig Hanning ablak esetén. Összehasonlításképpen a folytonos szinuszos jel spektrumát is feltüntetettük. Látszik, hogy a Hanning ablak lényegesen lecsökkenti a parazita termékek amplitúdóját. Megjegyezzük, hogy a DFT nem tartalmazza a szinuszos jel alapfrekvenciáját, ahogy az ablak által kivágott jel ismétléséből álló periodikus jel Fourier-sora sem tartalmazza az  $f_1=\frac{1}{T_1}=\frac{3,5}{T_0}$  frekvenciájú komponensét. Ehelyett a DFT-ben az  $f=\frac{3}{T_0}$  és  $\frac{4}{T_0}$  frekvenciájú komponensek eredője állítja elő közelítőleg az eredeti 0,5 A értéket.

## 10. Befejezés

Cikkünknek a célja az volt, hogy a DFT és az FFT eljárások megértését elősegítse. Lényegében a Fourier-sorból indultunk ki és a mintavételezett függvény egyszerű geometriai felbontásából szinte köz-

vetlenül és szemléletesen megkaptuk a végeredményt. Röviden a fellépő pontatlanságokra és azok okaira is rámutattunk. A DFT és FFT híradástechnikai alkalmazásával egy későbbi cikk keretében kívánunk foglalkozni.

## I R O D A L O M

- [1] Pálmai L-né: Integráltranszformációk gyors végrehajtása számológépen. Híradástechnika 1972. 5.
- [2] Dr. Kerpán István: A Fourier-transzformáció és a híradástechnika. Híradástechnika 1977. 9.
- [3] Cebe László: A Fourier integrál. BHG—ORION—TERTA. Műszaki közlemények 1975. 1.
- [4] Kása I.: Fourier Transzformációt tartalmazó tervezési problémák megoldása lineáris programozással. TÁKI-közlemények 1972. 2.
- [5] A. D. Fagan: An Introduction To The Fast Fourier Transform. The Marconi Review 1979. 1.
- [6] D. R. Brillinger: Fourier Analysis of Stationary Processes. Proc. IEEE 1974. 12.
- [7] W. T. Cochran: What is the Fast Fourier Transform? Proc. IEEE 1967. 10.
- [8] G. Bonnerot: Odd Time Odd Frequency DFT. Proc. IEEE 1976. 3.
- [9] P. S. Fuss: Making the FFT really fast. Bell Laboratories Record 1978. 2.
- [10] D. Achilles: Pipeline Fourier Transform. AEÜ 1975. 2.
- [11] D. Achilles: Der Überlagerungssatz der DFT. AEÜ 1971. 5.
- [12] B. Gaissmaier: Schnelle und genaue Berechnung von Fourier Integralen. NTZ 1971. H. 12.
- [13] H. Harmuth: Verallgemeinerung des Fourier Integrals und des Begriffes „Frequenz”. AEÜ 1964. 7.
- [14] K. B. Weber: Numerische Analyse mit der Schnellen Fourier Transform. Nachrichtentechnik. 1971. 2.
- [15] P. Delepine: Description et Applications de L'Analyseur FFT—TSM 4040. Revue Technique Thomson CSF 1973. 3.
- [16] E. O. Brigham: The Fast Fourier Transform. 1974.
- [17] DFT and FFT Analysers. Brül-Kjaer-közlemények
- [18] Digital Filters and FFT Technique. Brül-Kjaer-közlemények.
- [19] Fourier Analyser Training Manual. Hewlett-Packard-közlemények.
- [20] Spectrum Analysis. Hewlett-Packard-közlemények.

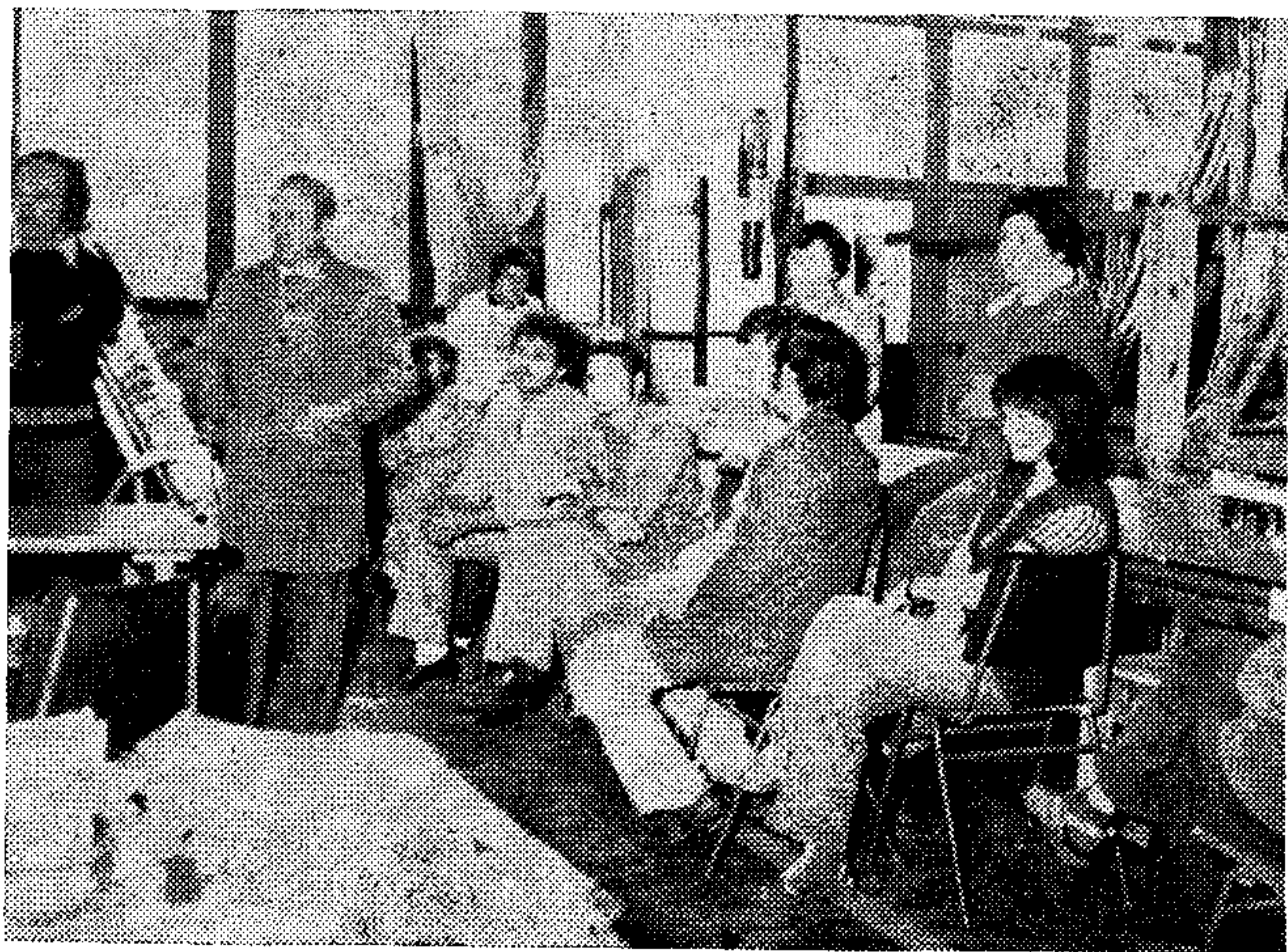
# HÍREK ÜZEMEINKBŐL

## Elkészült a huszadik Mobil távbeszélőközpont a BHG-ben

Elkészült a huszadik Mobil távbeszélőközpont a BHG 6. számú gyárának 44-es konténerüzemében. Erről számolt be 1980 október 31-én Nyíri István üzemvezető egy röpgyűlés keretében.

A röpgyűlésen a BHG gazdasági és társadalmi vezetői mellett részt vettek a posta vezérigazgatóság és az illetékes minisztérium képviselői is.

Az 1979-es év második negyedévében Pullai Árpád közlekedés- és postaügyi miniszternek a BHG-ben tett látogatása során Iklódy Gábor vezérigazgató ígéretet tett, hogy 1980-ig húsz mobilizálható telefonközpontot adunk át a postának. Ezek közül — három kivételével — már valamennyi üzemel, az ország, illetve a főváros különböző pontjain: Ózdon, Ajkán, Kiskunhalason, Baján. Budapest területén: Kőbányán, Csepelen, Lőrincen, Budafokon és az I. kerületi Csalogány utcában. Az 1980-as év végéig Békásmegyeren is üzembe helyeztek három konténer telefonközpontot, és ezzel megvalósult az összesen 20 darabra tervezett Mobil központ keret.



A dolgozók egy csoportja a 44-es konténerüzem röpgyűlésén.

## A harmadik Pegamat mérőautomata a Telefongyárban

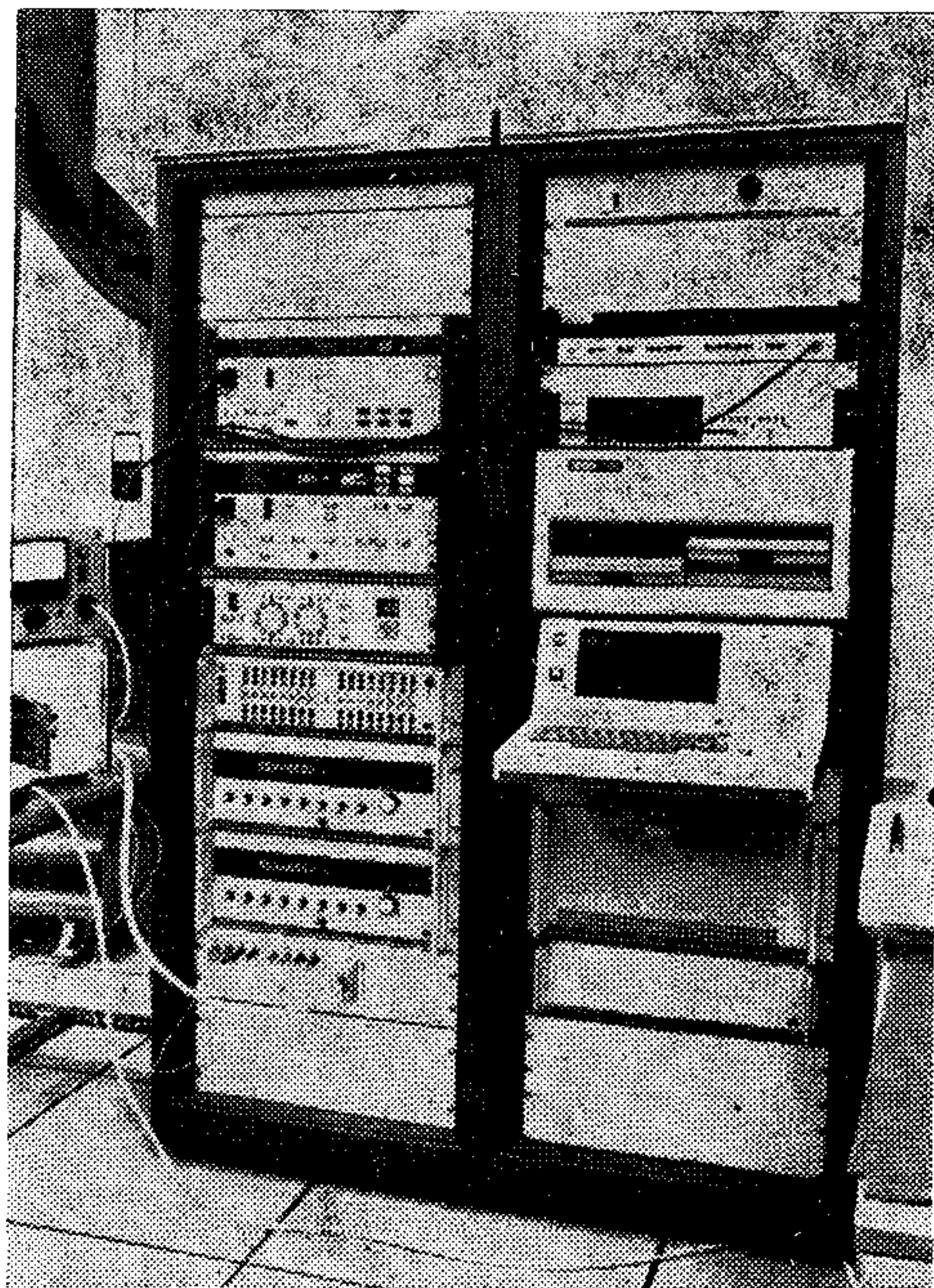
A Telefongyárban üzembe helyezték a harmadik Pegamat mérőautomatát. 1975 és 1978 után ez az új dátum jelzi a mérőautomaták számának növekedését.

Külön munkabrigádott alakítottak a gyárban, akik a kiegészítő készülékeket és a programokat készítették elő.

A gép még ebben az évben 1000 óra élők munkát vált ki. A gép biztosítja az objektivitást, a pontosságot, a gyorsaságot és a hibalehetőség minimális voltát.

Kezdetben nehezen fogadták el ezeket az automatákat a gyár dolgozói, de ma már nincsenek „illeszkedési” gondok.

A tervek szerint további területeken kívánják a mérésautomatizálást alkalmazni, így magasabb rendű modern fokozatoknál és a vonali szakasz berendezéseinek a mérésénél. A terv az, hogy ahol műszakilag lehetséges, ott általános legyen az automatizált mérés. Egyébként a gyárban elkezdtek a saját mérőautomata-rendszer fejlesztését, tervezését is.



A harmadik Pegamat mérőautomata.

## A Telefongyár új nyomtatott áramkör gyártó üzeme

A Telefongyár technológiai rekonstrukciója keretében elkészült és már működik a nyomtatott áramkör gyártó üzem.

Az üzemben megvalósult a TGE rendszer, ugyanis az üzemegység tervező, gyártó és ellenőrző részleggel rendelkezik.

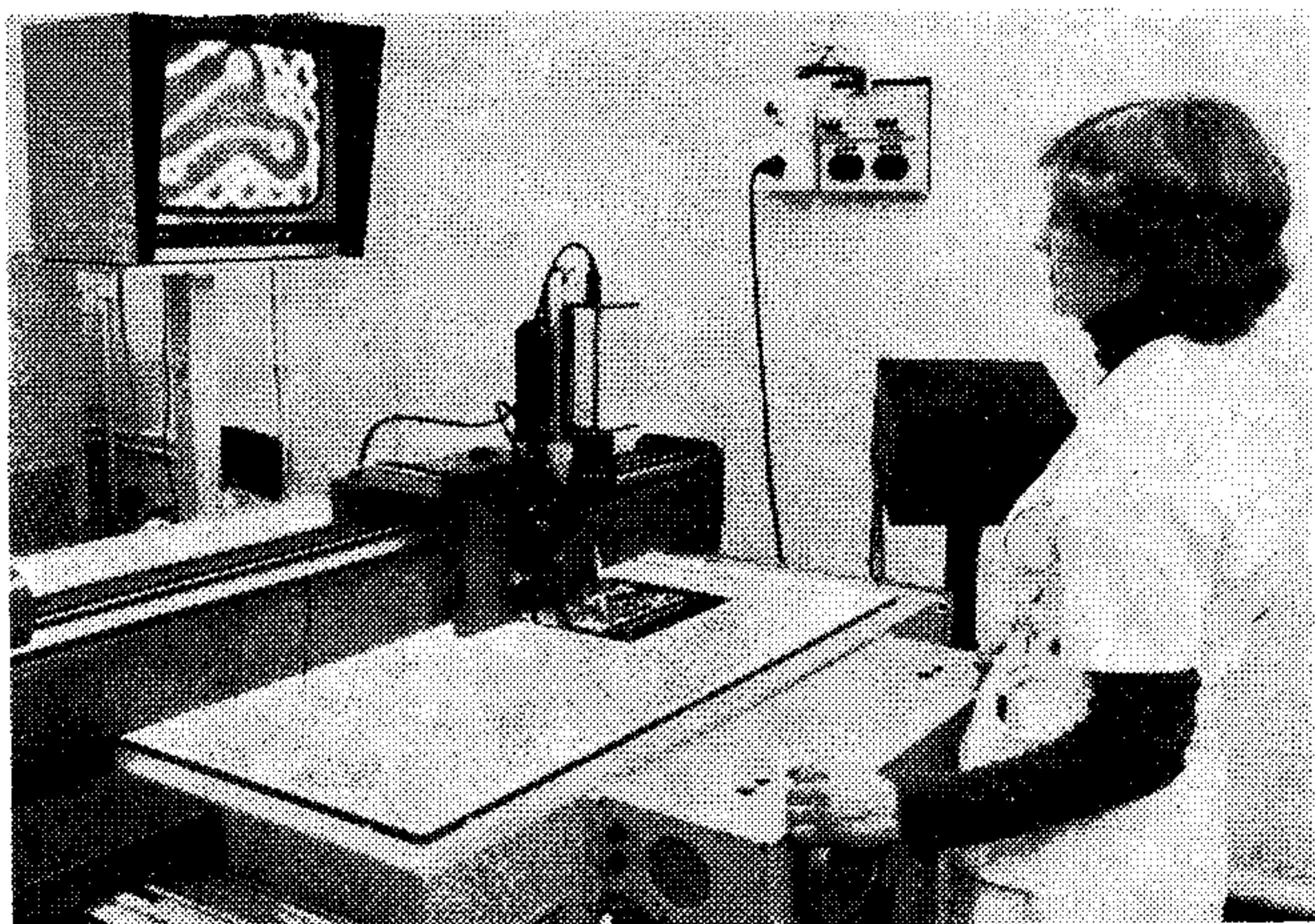
A tervező részleg fő feladatai: az áramkörtervezés, az áramkör-dokumentálás, a termelés műszaki előkészítése és a technológiai dokumentáció előállítása.

A gyártás során évenként 300 ezer darab, mintegy 10 ezer négyzetméter egyoldalas lap mechanikus megmunkálása készül el. A kétoldalas, átfémezett lapokból évenként kb. 140 ezer darab (3 ezer négyzetméter) a termelés.

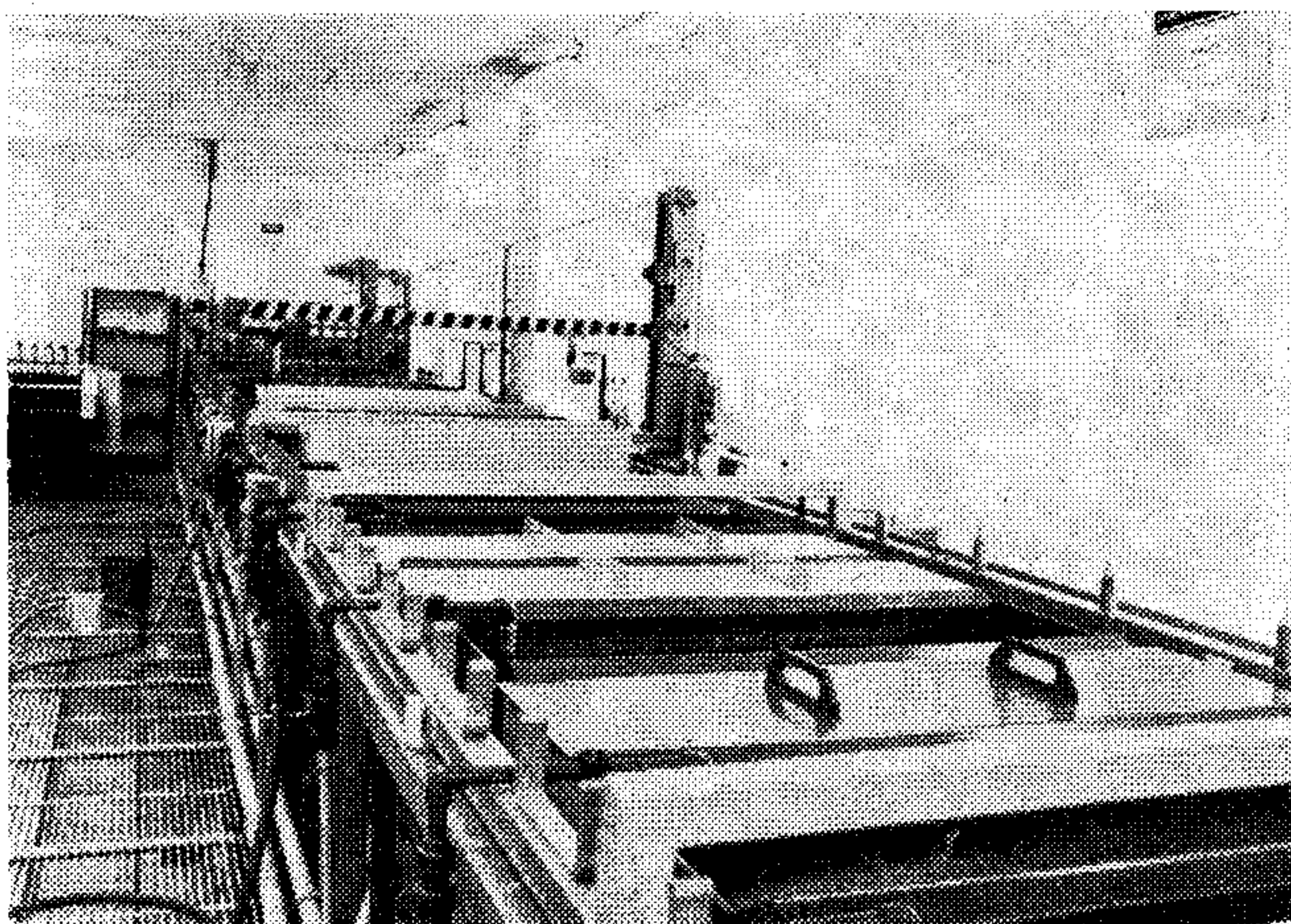
A lapszerelő üzemben a szerelés automatizálása következtében jelentős élőmunka takarítható meg.

A mérések és ellenőrzések teljesen automatizált rendszerben történnek, amelynek során elsődleges szempont, hogy a hibát a keletkezési helyen tárják fel.

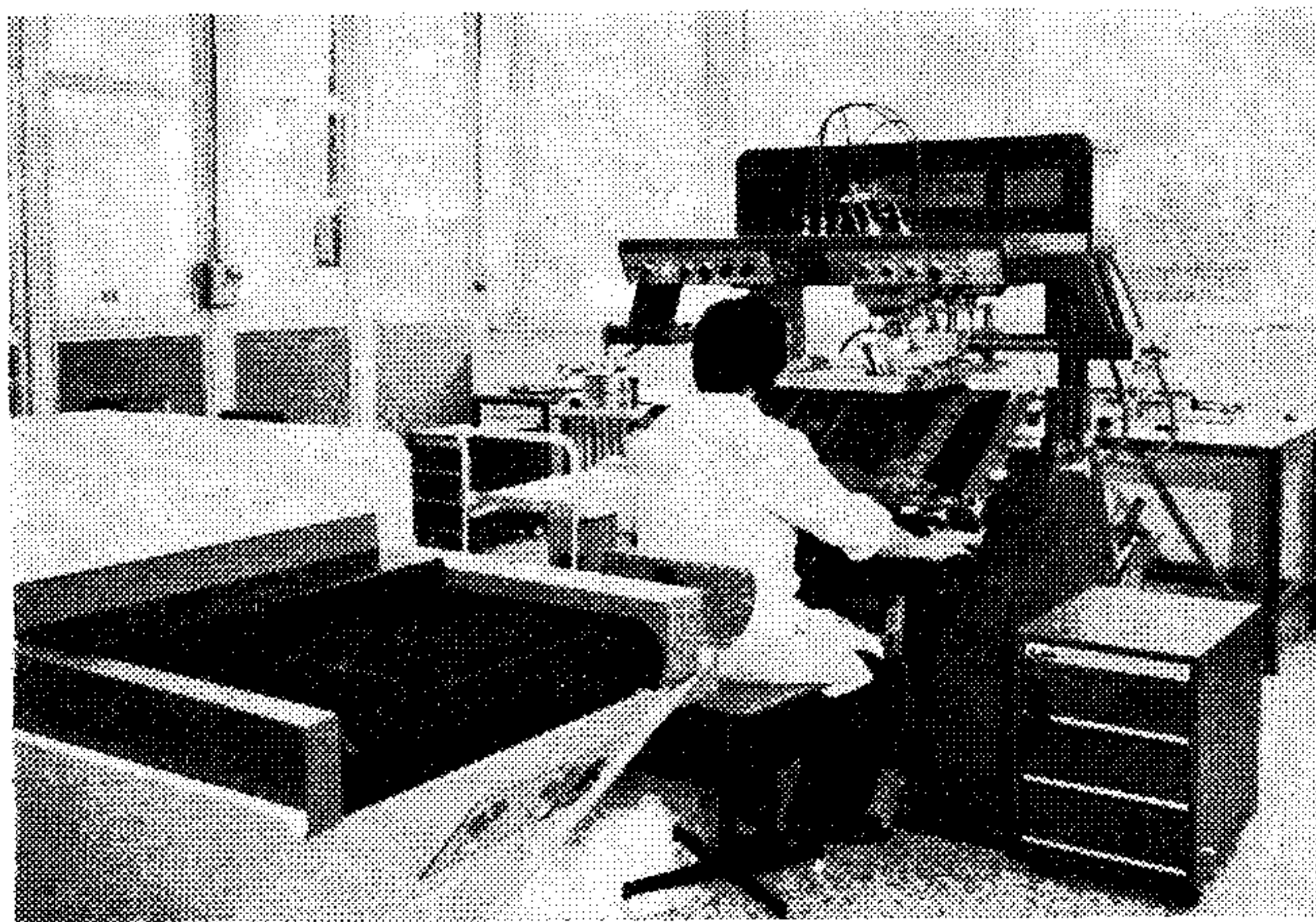
Alábbiakban képekben mutatjuk be az új, korszerű üzemet



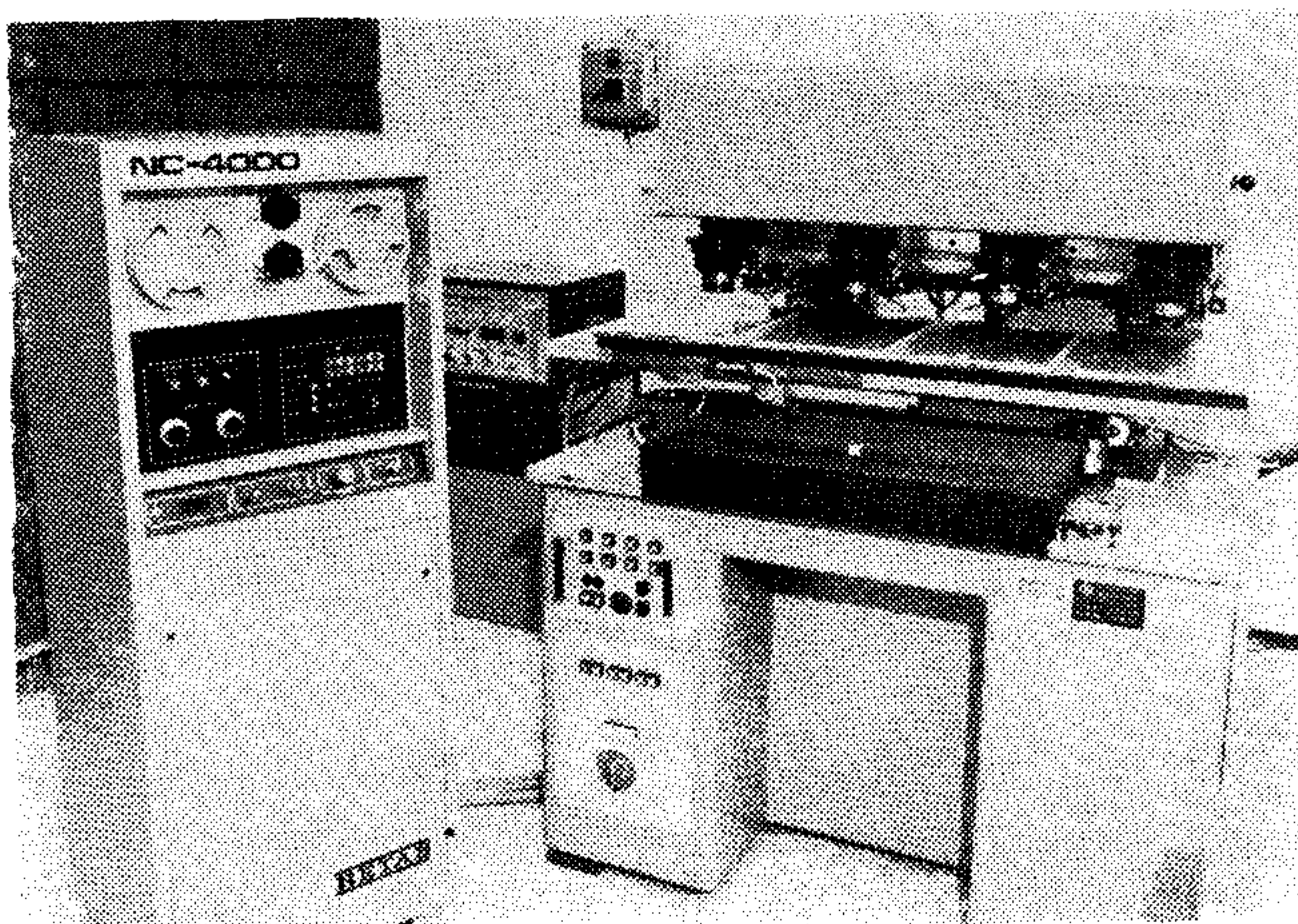
Iparitvé-kamerás megoldást használnak az üzem fotolaboratóriumában (1. ábra).



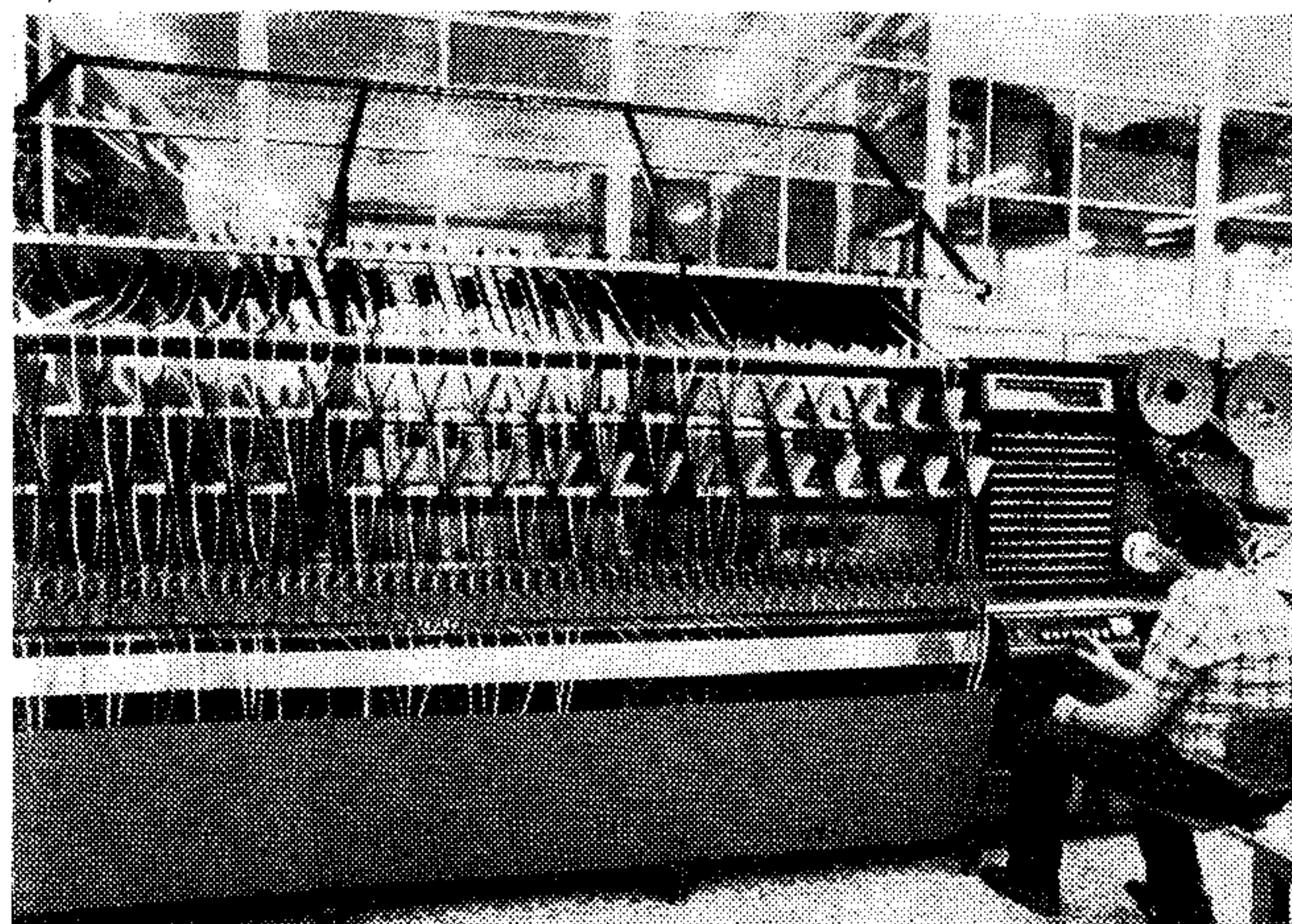
A nyomtatott huzalozású lapgyártó üzem galván-sora. Itt emberi kéz érintése nélkül halad végig a lap (2. ábra).



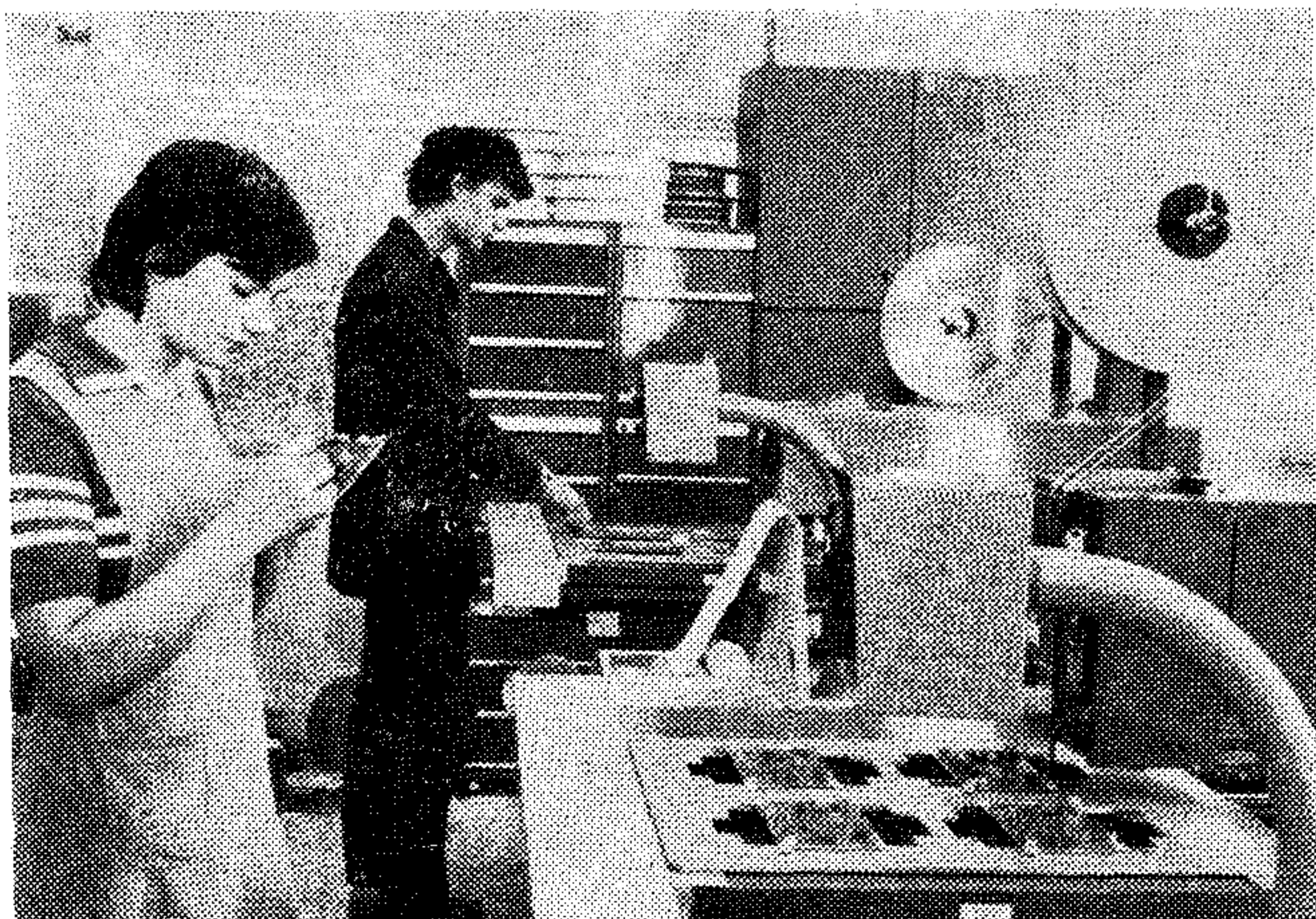
Az előtérben látható a szitafesték-száritó készülék, amely a háttérben elhelyezkedő szitanyomó gépen készülő nyomtatott huzalozású lapokra (3. ábra).



A lyukszalag vezérlésű, négyorsós automata lap-fúró gép, amely a nyomtatott huzalozású lapok furatait készíti el (4. ábra).



A szereldei sorbahevederező gépsor (5. ábra).



Korszerű beültető automata az alkatrészek beültetésére (6. ábra).

### BNV-nagydíjat nyert a Colorion

Az ORION 1980-ban jelentkezett a hazai piacon a CT-451-es színes televízióval. A XII. Pártkongresszus tiszteletére ezer darab került az üzletekbe, s gyártása azóta is folyamatos. A vásárlóközönség körében jól vizsgázott, nagy sikert aratott a Colorion. A vizsga az őszi Budapesti Nemzetközi Vásáron is kitűnőre sikerült, ugyanis a Colorion BNV Nagydíjat nyert.

### Az „év újítása” a Telefongyárban

A Számítástechnikai Fejlesztési Főosztály Készülékfejlesztési Osztályán dolgozik Mogyorósi Istvánné, Sass Szilárd fejlesztőmérnök, Takács Lajos technikus és Somodi Gyula készülékszerkesztő. Nevükhöz fűződik a gyárban az „év újítása”. Három célműszert fejlesztettek ki a TMX-2410 multiplexorhoz. Ezek használhatóságának kiterjesztésére két további újítást adtak be.

A kifejlesztett célműszerekkel mérhető a multiplexor. Használatuk egyrészt kényelmesebbé teszi a mérést, másrészt jelentős anyagi megtakarítás érhető el segítségükkel. Az egyik szimulátorral pl. egy számítógépet takaríthatnak meg. A három célműszerrel megnyerték a gyári Alkotó Ifjúság pályázat három első díját is.

A vállalat haszna a célműszerek révén több millió forintba tehető.

### Mikroprocesszor '80 szeminárium

November 3-a és 5-e között rendezte meg a Híradástechnikai Tudományos Egyesület az illetékes tudományos egyesületek közreműködésével a Mikroprocesszor '80 szemináriumot Győrben.

A szemináriumon a híradástechnikai ipar gyárai, így a Telefongyár is képviseltette magát.

A szemináriumon elhangzott előadások ismertették a hazai mikroprocesszoros technika hard-ware kérdéseit és a soft-ware helyzetet; a főbb hazai felhasználásokat és az alkalmazás gazdasági és hatékonysági kérdéseit. Emellett kiemelkedő hangsúlyt kapott a mikroprocesszor-alkalmazás oktatásának kérdése, amely komoly vitát váltott ki. A vitából érzékelhető volt, hogy az oktatási helyzet nem tisztázott, a szakemberképzés és -átképzés nem egyértelműen megoldott.

### Gyors ütemben készül a perui lánc az ORION-ban

Az ORION 1980-as mikrohullámú tervének nagy hányadát teszi ki a perui rendelés. Az AREQUIPA-2 összeköttetést már kiszállították. A tartalékegységeknek a kész berendezésben való bemérése új kezdeményezés, a perui minőség javítása indokolta, s a külső szerelők is megerősítették ennek szükségességét. Ezzel párhuzamosan fut a TRUJILLO-1 és a PIURA-1 gyártása. Már 1980 novemberében megkezdődött a harmadik összeköttetés DRF-rendszerének felállítása. A számítástechnikai szakemberek jó munkájának köszönhető, hogy a harmadik és a negyedik ütem felgyorsult, s még novemberben kiszállításra került a két összeköttetés. Szoros együttműködéssel, a perui piacon már korábban szerzett tapasztalatokat felhasználva teljesítik a szerződésben vállaltakat.

Kemény munka vár még a külső szerelőkre is. De az átadási ceremónián már nemcsak munkájukat végző üzletemberek az Orionosok, hanem egy kicsit a civilizáció misszionáriusai is, akik lehetővé teszik, hogy távoli helységek között megszülessen az első telefonvonal, s ezáltal ezek is bekapcsolódjanak az ország vérkeringésébe.

### A Telefongyár A-II gyáregysége és a TÁKI kapcsolata

A Telefongyár egyik fontos termelő egysége az A-II gyáregység. Utóbbi időben igen jó és gyümölcsöző kapcsolat alakult ki a gyáregység és a TÁKI között. Egyrészt személyes kapcsolat létesült a TÁKI szakembereivel, akik személyesen is segítenek a jelentkező problémák megoldásában. A TÁKI nem egy fiatal munkatársa heteket tölt a gyáregységnél. Így sokkal gazdagabb a kapcsolat, mint amit az idevonatkozó szocialista szerződés előír. A TÁKI bemérő automatát is adott kölcsön a gyáregységnek, hogy a bemérés folyamatosságát biztosíthassák.

Ugyanilyen jó a kapcsolat a POSTABER szakembereivel is, akik kedvezően nyilatkoztak a gyáregység termékeiről. A gyáregység készíti a Pullai programhoz szükséges transzlátorokat. Gondot jelent, hogy nem úgynevezett típushibák jelentkeznek a gyártás során, hanem új jellegű gondok. Ezért külön csoportot hoztak létre a nyáklapok javítására.

## Szovjet minőségellenőrzés a Telefongyárban

A szovjet postaügyi minisztérium átvevői rendszeresen ellenőrzik a Telefongyárban a részükre gyártott berendezések minőségét. Telefonösszeköttetések létesítésére szolgál a BK—960 csatornás átviteltechnikai berendezés, a hozzá tartozó felügyelet-es-felügyeletlen és középállomásokkal.

Mintegy hat éve tart a kereskedelmi kapcsolat ezeknek a berendezéseknek az exportja révén, de ezt megelőzően is szállítója volt a Telefongyár a szovjet félnek. Ötezer versztanyi — körülbelül hat-ezer kilométer — vonalszakasz készült el eddig.

Az előírt, szabályszerű karbantartás mellett 15 évig kell meghibásodás nélkül működniük ezeknek a berendezéseknek.



A szovjet szakemberek személyesen ellenőrzik a berendezéseket kiszállítás előtt.

## Tízéves a számítástechnikai profil az ORION-ban

1970. október 13. és 15. között rendezte meg Moszkvában a Budavox az Orion számítástechnikai berendezéseinek első önálló bemutatóját. Jubileumot köszönhetünk tehát, tízéves a számítástechnikai profil.

A jubileum alkalmából Nóbik Lajossal beszélgettünk, aki tíz éve, tehát kezdettől fogva a számítástechnikai fejlesztésen dolgozik.

— A kezdeti időszakban szoros kapcsolatban voltunk a Központi Fizikai Kutató Intézettel és a Számítástechnikai Automatizálási Kutató Intézettel. A mintaberendezések is náluk készültek, hisz akkor nem volt még meg a VI-os gyáregységünk.

Moszkvában az 1200-as modemet, egy gyártásra nem került lyukszalagátvitelre alkalmas adattovábbító berendezést és a display őst mutattuk be.

— Milyen fejlődést hozott az egy évtized?

— Tíz év alatt megerősödött, saját lábára állt az Orion legifjabb profilja. Eredményeink mögött sok nehéz, fáradságos munka van, de az elkészült berendezések öröme is. Kimagasló eredményeink közül elég az új display családot megemlíteni, vagy például az olyan adatátviteli vizsgáló műszereket — a Datest—2, az AP—TEST —, melyeket a KGST-n belül csak mi gyártunk. A fejlesztésen befejezés előtt áll az AM—12 TD  $2 \times 1200$  bit/s adatátviteli modem, amely jelenleg az európai piacon még újdonságnak tekinthető.

Tíz évvel ezelőtt volt az első termékbemutatónk, azóta volt árubemutatónk Prágában, Lipcsében, Plovdivban. A „Budavox napok”-on előadást tartottunk Bagdadban és Damaszkuszban is.

Ma már átfogó termékbemutatóra nincs szükség, mert leadtuk névjegyünket, de egy-egy új gyártmány bemutatása most is szükséges, elsősorban a nemzetközi kiállítások keretében.

## TARTALOM

## СОДЕРЖАНИЕ

## INHALT

## CONTENTS

ETO: 621.317.341

B. Nagy P.:

### Transiens elven történő szintmérés

HÍRADÁSTECHNIKA 1981. 4. sz.

A szerző egy olyan újszerű szintmérési eljárást mutat be, melyet eredetileg ultrahangdiagnosztikai rendszerekben történő felhasználásra fejlesztettek ki. Az eljárás digitális, logaritmikus mérési karakterisztikájú, széles dinamikatartományú és szelektív. Ismerteti a szerző a megvalósított modellel elért eredményeket.

ETO 534.86:621.37.029.4:621.391.822

Mányoky Zs.:

### Műsorhang áramkörök zajkérdései

HÍRADÁSTECHNIKA 1981. 4. sz.

A szerző egy korábbi cikkében részletesen foglalkozott a műsorhang áramkörök műszaki követelményeivel. Ez alkalommal a műsorhang áramkörök zajkérdéseit elemzi. A különböző zajoknak eredetük szerinti felosztása és értékelése után tárgyalja a preemfázis alkalmazásának célszerűségét, a zajcsökkentő eljárások másik fontos eszközét, a kommandert, végül az érthető áthallások kérdését műsorhang áramkörökön.

ETO: 517.982.43

Cebe L.:

### A diszkrét és a gyors Fourier transzformáció

HÍRADÁSTECHNIKA 1981. 4. sz.

A cikk egyszerű módon tárgyalja a diszkrét és a gyors Fourier transzformációt. Lényege, hogy az eredeti impulzusfüggvényt páros és páratlan részre bontja és így közvetlenül és szemléletes módon adódnak a végeredmények. Tárgyalásra kerül a „decimation in time” és a „decimation in frequency” eljárás és röviden ismertetésre kerül az „ablak” szerepe is.

\* \* \*

DK 621.317.341

Б. Надь П.:

### Измерение уровня на переходном принципе

HÍRADÁSTECHNIKA (ХИРАДАШТЕХНИКА, Будапешт) 1981 № 4.

Автор демонстрирует такой новый процесс измерения уровня, который первоначально был разработан для применения в системах ультрозвуковой диагностики. Процесс измерения имеет логарифмический характер цифрового измерения, обладает обширным динамическим диапазоном и селективностью. Автор знакомит с результатами полученными с помощью осуществленной модели.

DK 534.86:621.37.029.4:621.391.822

Маңоки Ж.

### Вопрос помехи по цепи звука программы

HÍRADÁSTECHNIKA (ХИРАДАШТЕХНИКА, Будапешт) 1981. № 4

Автор в одной ранней статье подробно описывал технические требования цепей звукового сопровождения программы. В данном случае проводит анализ вопросов помех по цепи звука программы. После разделения и оценки по происхождению различных помех, рассматривает целесообразность применения предварительной коррекции, компандер, который является другим важным средством уменьшения помех и в заключении вопрос внятых переходных шумов по цепи звука программы.

DK 517.982.43

Цебе Л.:

### Дискретная и быстрая трансформация Фурье

HÍRADÁSTECHNIKA (ХИРАДАШТЕХНИКА, Будапешт) 1981. № 4

Статья простым способом рассматривает дискретную и быструю трансформацию Фурье. Сущность заключается в том, что первоначальную импульсную функцию разбивает на четную и нечетную часть и таким образом окончательные результаты получаются непосредственно и более наглядно. Скоро будут обсуждаться процессы „decimation in time” и „decimation in frequency” и краткое ознакомление с ролью „окна”

\* \* \*

DK: 621.317.341

B. Nagy P.:

### Pegelmessung auf transientes Prinzip

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) 1981. Nr 4.

Der Verfasser führt ein solches neuartiges Pegelmessungs-Verfahren vor, das zu erst für Verwendung in den ultraschalldiagnostischen Systemen entwickelt wurde. Das Verfahren ist digital, mit logarithmischer Messungscharakteristik, mit breitem dynamischem Bereich und selektiv. Der Verfasser macht die mit verwirklichten Modell erzielten Erfolge bekannt.

DK 534.86:621.37.029.4:621.391.822

Mányoki Zs.:

### Geräuschfragen der Programmtin-Stromkreisen

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) 1981. Nr. 4.

Der Verfasser befasste sich in seinem vorigen Artikel ausführlich mit den technischen Forderungen der Programmtin-Stromkreisen. Zu diese Gelegenheit analysiert er die Geräuschfragen der Programmtin-Stromkreise. Nach der gemäss des Ursprungs von verschiedenen Geräusche erfolgten Aufteilung und Auswertung, verhandelt er die Zweckmässigkeit der Anwendung von Preemphasis, das andere wichtige Mittel des geräuschmindernden Verfahrens, den Kompanier und zum Schluss die Frage des verständlichen Nebensprechens an den Programmtin-Stromkreisen.

**DK: 517.982.43**

**Cebe L.:**

### **Die diskrete und schnelle Fourier-Transformation**

**HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) 1981. Nr 4.**

Der Artikel verhandelt in einfacher Weise die diskrete und schnelle Fourier-Transformation. Das Wesentliche ist, dass sie die originale Impulsfunktion auf doppelte und ungerade Teile verteilt und so ergeben sich die Endresultate in direkter und anschaulicher Weise. Das Verfahren „Dezimierung in Zeit“ und „Dezimierung in Frequenz“ kommt zur Verhandlung und die Rolle „des Fensters“ wird auch kurz bekanntgegeben.

\* \* \*

**UDC: 621.317.341**

**B. Nagy P.:**

### **Level measurement on the transient principle**

**HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) 1981. No 4.**

The author introduces a new procedure of level measurement having been developed originally for the use in ultrasonic-diagnostic systems. The mentioned procedure is a digital and selective one, has logarithmic measuring characteristics and a wide-dynamic range. The author informs about the results reached by the performed model.

**UDC 534.86:621.37.029.4:621.391.822**

**Mányoky, Zs.:**

### **Noise problems of sound program circuits**

**HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) 1981. No. 4.**

The author has dealt with the technical requirements of sound program circuits in details in a previous article. This time the noise problems of sound program circuits are analysed. After the classification and evaluation of the different noises on the basis of their origin the expediency of using preemphasis, the compander, as an other important noise reducing device, and at last the intelligible crosstalk problems on sound program circuits are discussed.

**UDC: 517.982.43**

**Cebe L.:**

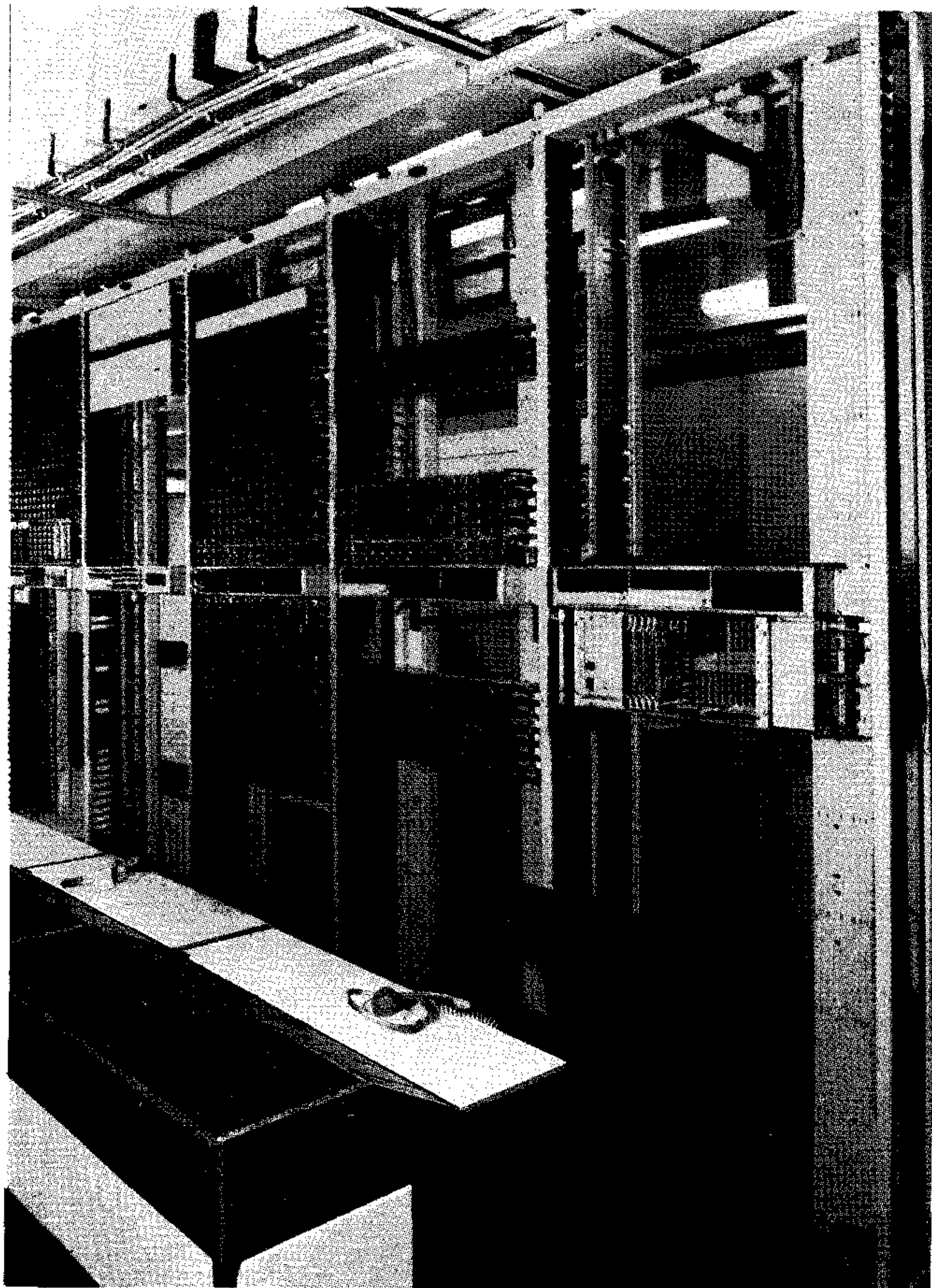
### **Discrete and quick Fourier transformation**

**HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) 1981. No 4.**

The paper discusses the discrete and quick Fourier transformation in a simple way. Its essence is that it decomposes the original pulse function to even and odd parts thus the results are given directly and in a demonstrating way. The procedures „decimation in time“ and „decimation in frequency“ are discussed and also the part of the „window“ is briefly introduced.

---

# COMBI—X nagykapacitású alközpont



**BHG Híradástechnikai  
Vállalat**

**1509 Budapest Pf.: 2.**

**Telefon: 453-390**

**Exportálja**

**BUDAVOX H—1292**

**Budapest**

**P.O.B. 267.**

A COMBI—X típusú alközpont ott építhető ki gazdaságosan, ahol 800 mellékállomási vonal a forgalom lebonyolításához már nem elegendő. Ez az alközponttípus több ezer vonal bekapcsolására is alkalmas.

Az alközpont a BHG által eddig is gyártott AR-központrendszer továbbfejlesztett speciális változata. Tartalmazza e rendszer előnyös tulajdonságait és szolgáltatásait, mint pl. az automatikus házi hívások, automatikus kimenő hívások egy, vagy több irányban, bejövő hívások kezelő közvetítésével, 16-féle hívó és 16-féle hívott kategória hívó oldali bontás, késleltetett hívott oldali bontás, blokkoló vonal áramkörök, nagytávolságú vonalak, éjjeli üzem közös csengővel, vagy előre kijelölt mellékállomásokkal, szükségüzem feszültségkimaradáskor. Ezek mellett új szolgáltatások széles skáláját nyújtja, mint pl. az ikervonalak, a csoportos vonalak, távhívás korlátozás, díjelszámolás, melyek a legnagyobb vállalatok, trösztök vagy más szervezetek különleges igényeit is kielégítheti. Kiválóan alkalmas nagy, országos kiterjedésű, zárt-célú hálózatok kialakítására is. A mellékállomásokon kívül a COMBI—X típusú alközpontba nyilvános előfizetők is beköthetők, akik postai díjszabás szerint — az alközpont kezelőjétől függetlenül — vehetnek részt a belföldi és nemzetközi telefonforgalomban.

## Műszaki adatok

- hurokellenállás készülékkel együtt max. 1800 ohm
- szigetelési ellenállás min. 20 kohm
- 8—22 imp/mp-nél 30 : 70-től 50:50-ig
- impulzus viszony (zárás:nyitás) 8—12 imp/mp-nél 27 : 73-tól 68 : 32-ig
- beiktatási csillapítás 800 Hz-nél max. 0,6 dB
- áthallás min. 75 dB
- aszimmetria min. 40 dB
- zajfeszültség kevesebb, mint — 64 dBmp
- előfizetői forgalom max. 0,24 erlang
- működési feszültség 44—54 V

