



HÍRADÁSTECHNIKA

A HÍRADÁSTECHNIKAI TUDOMÁNYOS EGYESÜLET
FOLYÓIRATA
XLI. évfolyam
BUDAPEST

1990

11

HÍRADÁSTECHNIKA

A HÍRADÁSTECHNIKAI TUDOMÁNYOS EGYESÜLET FOLYÓIRATA

XLI. évfolyam, 1990. 11. szám

Felelős szerkesztő:

DR. TÓFALVI GYULA

Szerkeszti a szerkesztőbizottság

A szerkesztőbizottság elnöke:

HORVÁTH IMRE

Szerkesztők:

ANGYAL LÁSZLÓ

DR. FLESCH ISTVÁN

MÉREY IMRÉNÉ

SZÖLLŐSI GYÖRGYNÉ

SZERKESZTŐBIZOTTSÁG:

HTE

Rovatvezető: Mérey Imréné

Gál Ferenc

Dr. Prónay Gábor

BHG

Rovatvezető: Angyal László

Tudományos szerkesztő: Dr. Frajka Béla,

Ágostházi Margit, Bernhard Richárd,

Fazekas László, Dr. Kerpán István,

Klug Miklós, Laczkó Endre, Szaics Ákos

MEV

Rovatvezető: Kászonyi László

Tudományos szerkesztő: Dr. Kormány Teréz,

Balogh Albert, Csornai László,

Czermann Mihály, Hidas György,

Huszka Zoltán, Dr. Ligeti Róbertné,

Dr. Mátrai Géza, Dr. Motál György,

Schödl Ervin

ORION

Rovatvezető: Dr. Somogyi András

Tudományos szerkesztő: Dr. Frigyes István

Denk Attila, Froemel Károly,

Nóvik Lajos, Pethes István

REMIX

Rovatvezető: Rippel Géza

Tudományos szerkesztő: Dr. Kormány Teréz,

Horváth Lajos, Mészáros Sándor,

Papp Károly, Sugár Béla,

Dr. Udvarhelyi Gábor, Dr. Vértessy Miklós

TKI

Rovatvezető: Dr. Baranyi András

Tudományos szerkesztő: Dr. Lajtha György,

Dr. Henk Tamás, Dr. Kása István,

Megyesi Csaba, Dr. Sárkány Tamás,

Dr. Simonyi Ernő

TERTA

Rovatvezető: Szalay Tibor

Tudományos szerkesztő: Dr. Gordos Géza,

Keller János, Márk Zoltán,

Porpáczy Elemér, Schnürmacher Tamás,

Török László, Veress Péter

Szerkesztőségi ügyekben és kéziratokkal
kapcsolatban felvilágosítást ad: Szöllősi
Györgyné. Telefon: 149-5098

BHG ORION TERTA

MŰSZAKI KÖZLEMÉNYEK

XXXVI. évfolyam, 1990. 11. szám

ROVATOK

Egyesületi élet
Rendszertechnika
Kapcsolástechnika
Vezetékes technika
Fénytávközlés
Vezeték nélküli technika
Adástechnika
Vételtechnika
Mikroelektronika
Alkatrésztechnika
Hálózatelmélet
Elektromágneses problémák

ROVATGAZDÁK

HTE (H)
TKI (□)
BHG (#)
TERTA (↔)
ORION (*)
MEV (†)
REMIX (Δ)

ROVATTÁRSÁK

BEAG HTV
BME KONAKTA
BRG KŐPORC
EMO KFKI
El. szöv. M. Posta
FMV ML
GAMMA MM
HTSZ MFKI
HAGY TUNGSRAM

TARTALOM

CEBE LÁSZLÓ: A két- és többdimenziós Fourier sor és Fourier integrál (II. rész)	257
Beszámoló: XIII. International Switching Symposium (Dr. Darabos Z. - Horváth I.)	269
LEEB FERENC - DR. HENK TAMÁS: FIR szűrők együttes amplitúdó- és fázisapproximációja	270
Speciális zárt célú hálózatok szolgáltatóinak tevékenysége az energiaipari távközlési szemináriumok tükrében. Zárt célú hálózatok szükségessége és felépítése (Halász M.)	276
Beszámoló a SUB '90 meetingről (Dr. Gottwald P.)	279
Szemle	282, B/III.
ÖKRÖS TIBORNÉ: Hatékony frekvenciafelhasználású cellástechnika I. Cellás elv alapjai	283
Tartalmi összefoglalások.....	287

Készült: a POLYGON nyomdában.

Felelős vezető: Surman József
1134. Budapest, Lehel u. 4/e

A két- és többdimenziós Fourier sor és Fourier integrál (II. rész)

Cebe László

Kandó Kálmán Villamosipari Műszaki Főiskola

Összefoglalás

Cikkünk első részében a szinusz függvények két- és többdimenziós változatával foglalkoztunk. Ezek alapján tárgyaltuk a két és többdimenziós periodikus függvények Fourier sorát majd a két- és többdimenziós aperiodikus függvények Fourier integrálját. A matematikának ez a kevésbé ismert része alapvető fontosságú a hullámtanban és a fizika számos egyéb területén. Cikkünk második részében röviden kitérünk a többdimenziós Dirac impulzusra és a többdimenziós mintavételező függvényre. Ezeknek különös jelentősége van az egyre jobban tért hódító digitális képfeldolgozásban.

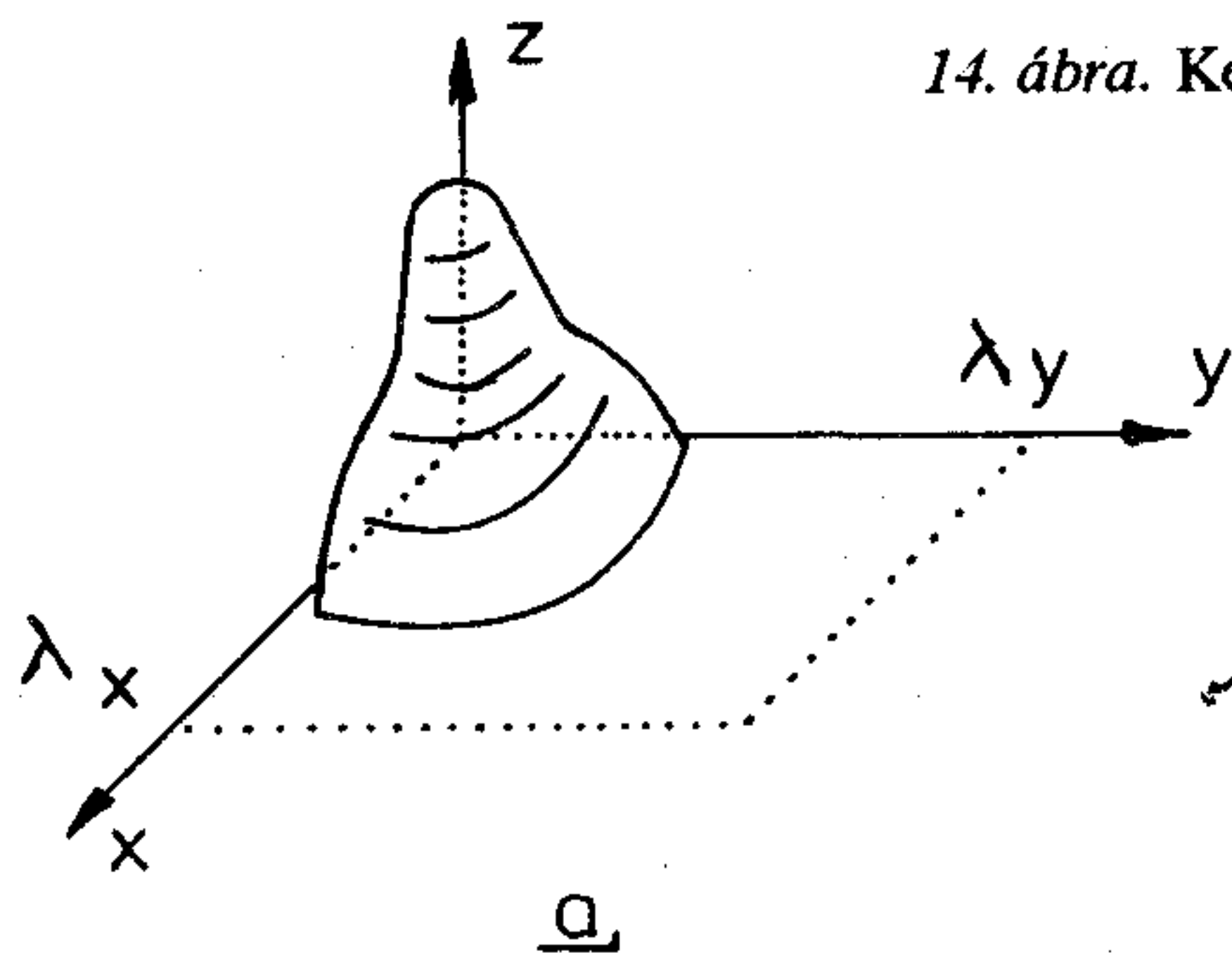
5. A kétdimenziós Fourier integrál

Egydimenziós esetben, ha a periodikusan ismétlődő jel ismétlési távolságát növeljük – határesetben a végtelenig – akkor egy egyedi, nem ismétlődő jelet kapunk. A matematikai leírásban a Fourier sor helyébe a Fourier integrál lép. Hasonló a helyzet két dimenzió esetén is. A 14. a) ábra szerinti kétdimenziós, kétszer periodikus függvénynél növeljük a λ_x , λ_y ismétlési távolságot. Vizsgáljuk meg, hogy hogyan változnak meg a kétdimenziós Fourier sor formulái, ha $\lambda_x, \lambda_y \rightarrow \infty$.

a) A kétdimenziós amplitúdó sűrűség. λ_x és λ_y növelésével k_x és k_y egyre csökken, így a $\bar{k}$ síkon a diszkrét hullámvektorok a "b" ábra szerint egyre sűrűbben helyezkednek el és ha $\lambda_x, \lambda_y \rightarrow \infty$, akkor gyakorlatilag folytonosan követik egymást. Ekkor már nincs értelme a Fourier sor alkalmazásának és az egyes egyedi Fourier komponensekkel számolni. Ugyanis a $\bar{k}$ síkon egy kis dS felületet kiválasztva (a "b" ábrában vastagon beke-retezve), ezen belül a diszkrét $\bar{k}$ vektorok jó közelítéssel azonosak. Így célszerű a dS felületre eső komponensek összevonása. Vezessük be a következő jelöléseket:

$$u = mk_x = 2\pi m/\lambda_x \quad \text{és} \quad v = nk_y = 2\pi n/\lambda_y \quad (18.a)$$

Határozzuk meg, hogy a dS felületre hány diszkrét hullámvektor esik. Mivel u, v irányban k_x, k_y távolsá



14. ábra. Kétszeres periodikus függvény, ha $\lambda_x, \lambda_y \rightarrow \infty$



CEBE LÁSZLÓ

1950-ben végzett a BME villamosmérnöki karán. Az egyetem elvégzése után a BHG átviteltechnikai osztályára került, majd az 1952-ben mega-

lakult átviteltechnikai fejlesztési osztályra. Ezen az osztályon dolgozott a BHG-ben, majd az ágazat átprofilizálása után a Telefongyárban egészen 1987-ig, nyugdíjba vonulásáig. 1978 óta a KKVMF Híradásipari Intézetének a tanára. Számos cikket publikált és a főiskola részére megírta az „Átviteltechnika” és a „PCM Hírközlés” című jegyzeteket. Jelenleg a „Fényátvitel” jegyzete van nyomdában. Oktatási problémákkal, az oktatás reformjával is foglalkozik. Jelen cikk egy tervezett nagyobb tanulmány egy fejezetének rövidített kivonata.

gonként követik egymást, egy $dS = du \cdot dv$ nagyságú felületre

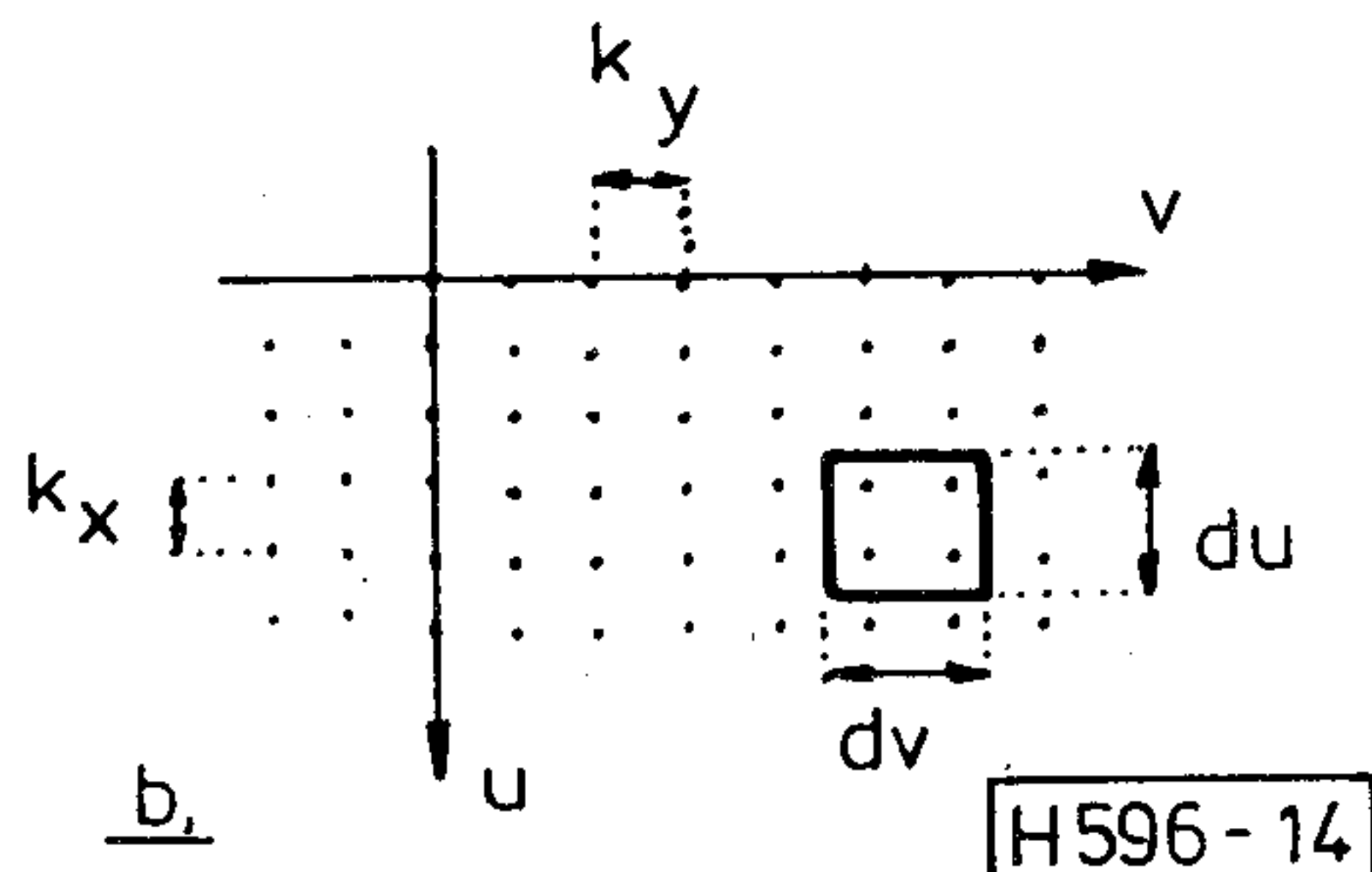
$$N = \frac{du \cdot dv}{k_x \cdot k_y} = \frac{\lambda_x \lambda_y}{4\pi^2}$$

számú hullámvektor esik. Számítsuk ki a dS felületre eső Fourier komponensek eredő amplitúdóját. Az egyszerűség kedvéért a komplex írásmóddal számolunk. A 17.d) formulából N -el való szorzással, a 18.a) helyettesítésével és λ_x és $\lambda_y \rightarrow \infty$ átmenettel kapjuk:

$$N \cdot C_{mn} = \frac{du \cdot dv}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-j(ux + vy)} dx dy.$$

Mindkét oldalt $du \cdot dv$ -vel osztva, megkapjuk az egységnyi felületre eső amplitúdók eredőjét. Ennek a $4\pi^2$ -szerezését nevezzük amplitúdó-sűrűségnek és $F(u, v)$ -val jelöljük. Tehát:

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-j(ux + vy)} dx dy \quad (18.b)$$



H596 - 14

$F(u, v)$ a kétdimenziós $f(x, y)$ függvény Fourier transzformáltja.

b) Fordítva, $F(u, v)$ ismeretében meghatározhatjuk az $f(x, y)$ függvényt. Ehhez csupán a $\bar{k}$ síkot kell elemi dS felületekre bontani és az összes ilyen elemi felületre eső eredő komponens összegezni. Ezenkívül mivel az amplitúdó-sűrűség számításánál önkényesen bevezettük egy $4\pi^2$ -szeres szorzót (ezt azért tettük, hogy az irodalomban szokásos jelölésmódot kapjunk), ennek kompenzálására itt be kell vezetnünk egy $4\pi^2$ -szeres osztót. Tehát mivel a k síkon az u, v pontnál egy $du \cdot dv$ felület eredő amplitúdója:

$$F(u, v) e^{j(ux+vy)} du dv,$$

az egész $\bar{k}$ síkra összegezve (integrálva) kapjuk:

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(u, v) e^{j(ux+vy)} du dv \quad (18.c)$$

Az egydimenziós Fourier integrálhoz hasonlóan, $f(x, y)$ és $F(u, v)$ is kölcsönösen és egyértelműen meghatározzák egymást, a 18.b,c formulák az egyik függvényt a másikba transzformálják. Ezt a kölcsönös transzformációt a Fourier integrál szokásos módján jelöljük:

$$f(x, y) \leftrightarrow F(u, v) \quad (19)$$

5. 1. A kétdimenziós Fourier integrál további alakjai

a) A kétdimenziós Fourier integrál 18.b,c komplex alakjából levezethetünk további formulákat, amelyek csak valós függvényeket tartalmaznak. A következőkben csak olyan esetekkel foglalkozunk, ahol $f(x, y)$ valós. Ilyen esetekben is általában $F(u, v)$ komplex. $F(u, v)$ valós és képzetes részének a jelölésére vezessük be:

$$F(u, v) = A(u, v) + jB(u, v) \quad (20.a)$$

A fenti formula és 18.b összehasonlításából, a valós és a képzetes részek egyenlőségéből kapjuk:

$$A(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \cdot \cos(ux+vy) dx dy \quad (20.b)$$

$$B(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \cdot \sin(ux+vy) dx dy \quad (20.c)$$

Fordítva, $A(u, v)$ és $B(u, v)$ ismeretében meghatározhatjuk $f(x, y)$ -ont, ha $F(u, v)$ 20.a szerinti alakját a 18.c formulába behelyettesítjük. Így kapjuk:

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [A(u, v) \cos(ux+vy) + B(u, v) \sin(ux+vy)] du dv \quad (20.d)$$

Ha $f(x, y)$ valós függvény, akkor szükségszerű, hogy a fenti formulában a jobb oldalon a képzetes rész zérus legyen. Ebből viszont következik, hogy mivel a kétdimenziós „cos” és „sin” függvények az origóra páros illetve páratlan függvények, $A(u, v)$ az origóra páros, $B(u, v)$ pedig páratlan függvény. Az egyszerű bizonyítást az olvasóra bízunk.

b) Az u, v változók az egydimenziós eset körfrekvenciájának, azaz ω -nak felelnek meg. Áttérhetünk itt is a frekvenciával való számításra. Az x illetve y irányú frekvenciákra vezessük be a ξ illetve η jelölést. Tehát:

$$u = 2\pi\xi \text{ és: } v = 2\pi\eta \quad (21.a)$$

Helyettesítsük be u, v fenti kifejezéseit a 18.b,c formulákba. Így megkapjuk a kétdimenziós Fourier integrál komplex alakját a ξ, η változókkal:

$$F(\xi, \eta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-j2\pi(\xi x + \eta y)} dx dy \quad (21.b)$$

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\xi, \eta) e^{j2\pi(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta \quad (21.c)$$

$F(\xi, \eta)$ valós és képzetes része:

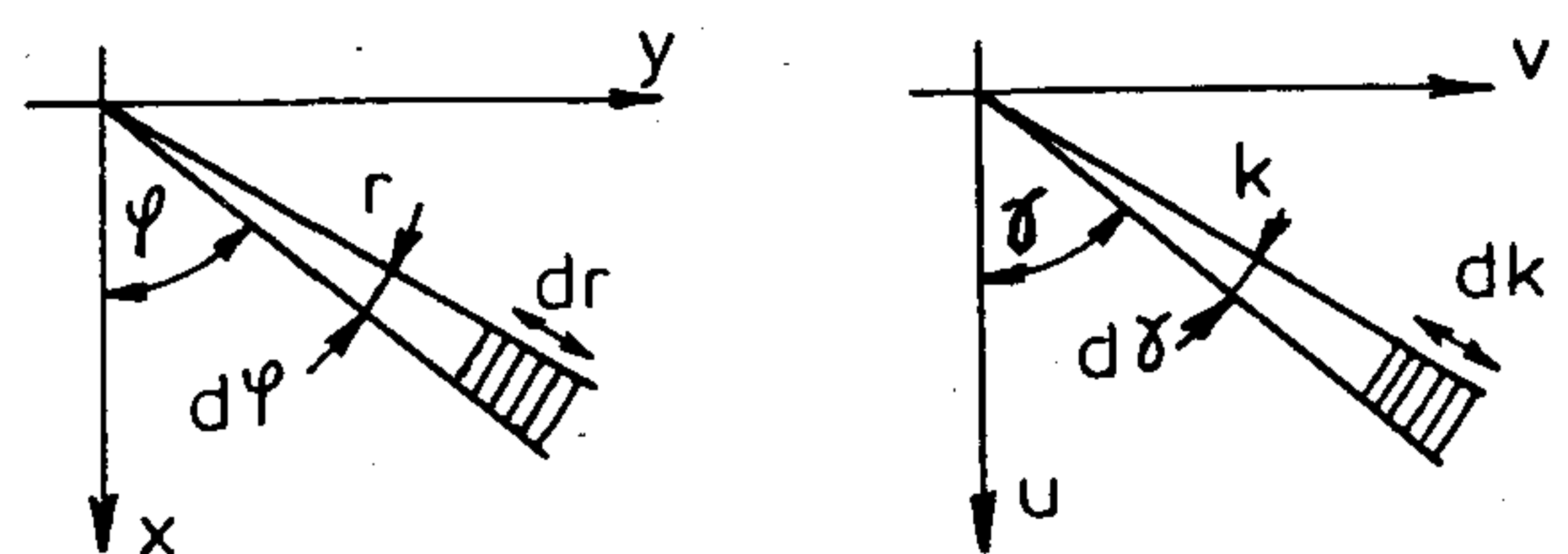
$$F(\xi, \eta) = A(\xi, \eta) - jB(\xi, \eta) \quad (21.d)$$

ahol, a 20.b,c formulák alapján:

$$A(\xi, \eta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \cdot \cos 2\pi(\xi x + \eta y) dx dy \quad (21.e)$$

$$B(\xi, \eta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \cdot \sin 2\pi(\xi x + \eta y) dx dy \quad (21.f)$$

c) A kétdimenziós Fourier integrál polár koordináták esetén. Az x, y illetve az u, v síkon a 15. ábrának megfelelően vezessük be az $\bar{r}(r, \varphi)$ illetve a $\bar{k}(k, \gamma)$ polár koordinátákat.



H596-15

15. ábra. A polár koordináták bevezetése

Az előzőekhez képest csupán annyi a változás, hogy az integrálásnál az elemi felület a téglalap alakú $dx \cdot dy$ illetve $du \cdot dv$ helyett az ábrából kiolvashatóan a körgyűrű-szelet alakú, vonalazottan jelölt $r \cdot d\varphi \cdot dr$ illetve $k \cdot d\gamma \cdot dk$ területű elem lesz. Helyettesítsük be ezeket a felületelemeket az alapvető 18.b,c formulákba. Ezenkívül vegyük figyelembe, hogy x, y valamint u, v az $\bar{r}$ illetve $\bar{k}$ síkvektorok koordinátái, tehát:

$ux + vy = \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = \bar{\mathbf{k}} \cdot \bar{\mathbf{r}} \cdot \cos(\varphi - \gamma)$. Így kapjuk:

$$F(\mathbf{k}, \gamma) = F(\bar{\mathbf{k}}) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} f(r, \varphi) e^{-j\bar{\mathbf{k}} \cdot \bar{\mathbf{r}}} r d\varphi dr \quad (22.a)$$

és fordítva:

$$f(r, \varphi) = f(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} F(\mathbf{k}, \gamma) e^{j\bar{\mathbf{k}} \cdot \bar{\mathbf{r}}} k d\gamma dk \quad (22.b)$$

5.2. A Hankel transzformáció

Gyakori eset, hogy $f(x, y)$ illetve $f(r, \varphi)$ körszimmetrikus. Ekkor szimmetria okokból $F(u, v)$ illetve $F(k, \gamma)$ is szükségszerűen körszimmetrikus. Ebben az esetben a formuláink egyszerűsödnek, mert megszűnik a φ és a γ -tól való függés. Így csak az egy változós $f(r)$ és $F(k)$ függvényekkel kell számolnunk. Tehát a 22.a formulából a spektrum-függvény:

$$F(\bar{\mathbf{k}}) = \int_0^\infty f(r) \int_0^{2\pi} e^{-jkr \cos(\varphi - \gamma)} d\varphi \cdot r dr$$

De a Bessel függvények elméletéből ismeretes, hogy:

$$\int_0^{2\pi} e^{-jb \cos \alpha} d\alpha = 2\pi J_0(b)$$

ahol „b” tetszőleges konstans és J_0 a nullad rendű Bessel függvény. Tehát a fenti összefüggéssel, $b = kr$ helyettesítéssel:

$$F(k) = 2\pi \int_0^\infty f(r) \cdot J_0(kr) r dr. \quad (23.a)$$

És hasonlóképpen a 22.b formulából az inverz transzformáció:

$$f(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty F(k) J_0(kr) k dk. \quad (23.b)$$

A fenti két formulában $f(r)$ és $F(k)$ kölcsönösen és egyértelműen meghatározza egymást:

$$f(r) \leftrightarrow F(k) \quad (23.c)$$

H. Hankel (1839-1873) után ezt a transzformációt Hankel transzformációnak nevezzük. Lényegében nem más, mint a kétdimenziós Fourier integrálnak a körszimmetrikus függvényekre kapott változata.

5.3. A kétdimenziós Fourier integrállal kapcsolatos fontosabb tételek

a) A kétdimenziós Fourier integrál létezésének a feltétele.

Általában elegendő feltételnek tekinthető, ha a levezetett formuláinkban szereplő integrálok véges értéket

adnak. Ez a feltétel azonos az egydimenziós Fourier integrál Dirichlet feltételével, vagyis azzal, hogy $f(x, y)$ abszolút integrálható. Tehát:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x, y)| dx dy < \infty. \quad (24)$$

b) Az $f(x, y)$ függvény tartalmazhat szakadási helyeket (ezek az x, y síkban lévő vonalak mentén helyezkednek el). A Fourier integrál ezeken a helyeken a középértéket állítja elő.

c) Két dimenzió esetén is beszélhetünk spektrum-korlátozásról, sáv levágásról. Ha a spektrumban valamilyen éles korlátozást vezetünk be, itt is fellép a Gibbs jelenség. Az éles korlátozás azt jelenti, hogy a $\bar{\mathbf{k}}$ síkon egy zárt görbén belül a spektrumot változatlanul hagyjuk, kívül pedig zérusnak vesszük. A Gibbs jelenség következtében az eredeti $f(x, y)$ függvény szakadási helyein a sáv-levágott függvény meghullámosodik. A viszonyok itt sokkal bonyolultabbak, mint egy dimenzió esetén.

d) A lineáris szuperpozíció elve. Ha $f(x, y) \leftrightarrow F(u, v)$ és $g(x, y) \leftrightarrow G(u, v)$, akkor:

$$[a \cdot f(x, y) + b \cdot g(x, y)] \leftrightarrow [a \cdot F(u, v) + b \cdot G(u, v)] \quad (25)$$

ahol a, b tetszőleges konstansok.

e) Ha $f(x, y)$ két függvény szorzatából áll, ahol az egyik csak x -től, a másik csak y -től függ, azaz:

$$f(x, y) = f_a(x) \cdot f_b(y), \text{ akkor:} \quad (26.a)$$

$$F(u, v) = F_a(u) \cdot F_b(v). \quad (26.b)$$

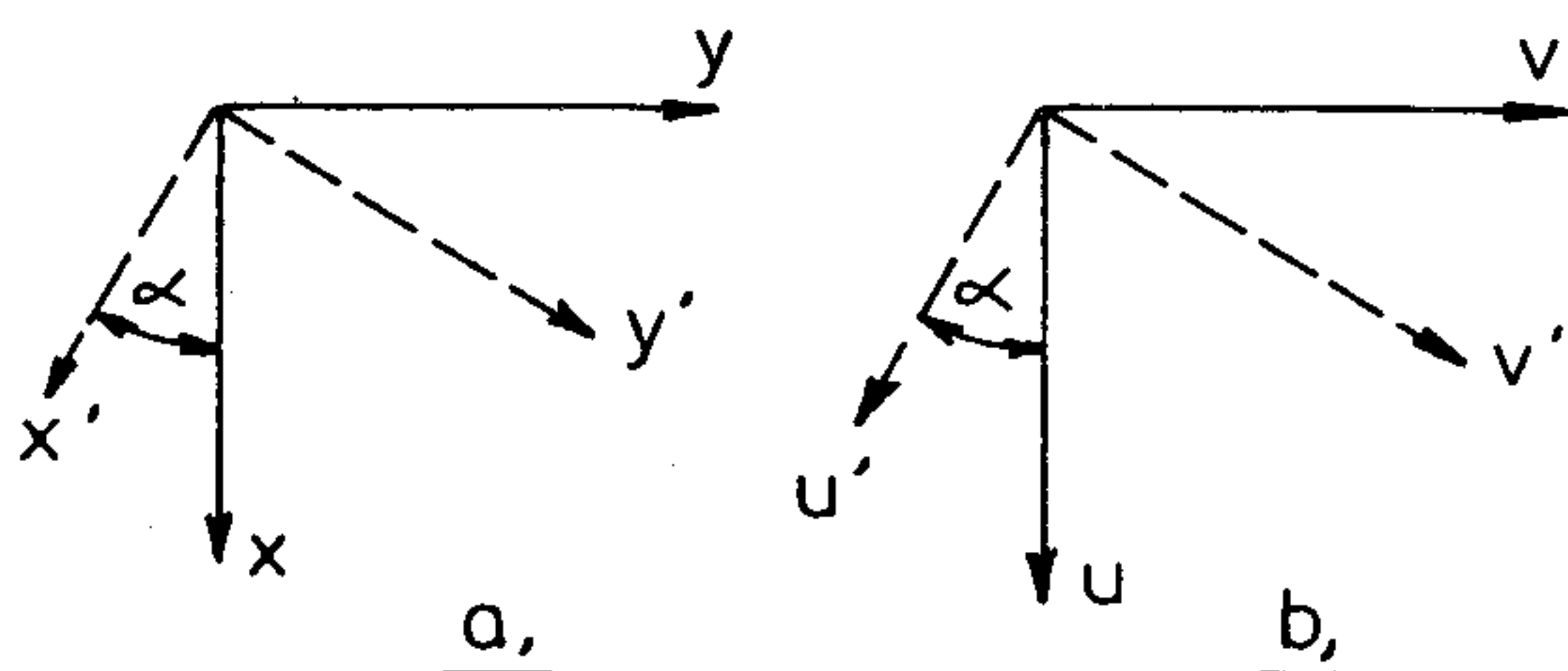
A fenti formula egyszerűen igazolható a Fourier integrál alapformuláiból.

f) Ugyancsak egyszerűen igazolható az alapformulából a tengelyek menti nyújtás illetve eltolás hatása a Fourier integrálra:

$$f(ax, by) \leftrightarrow \frac{1}{|ab|} F\left(\frac{u}{a}, \frac{v}{b}\right) \quad (27.a)$$

és fordítva:

$$F(cu, dv) \leftrightarrow \frac{1}{|cd|} f\left(\frac{x}{c}, \frac{y}{d}\right) \quad (27.b)$$



H 596-16

16. ábra. A koordináta-rendszer elforgatása az x, y és az u, v síkban

$$f(x-x_0, y-y_0) \leftrightarrow F(u, v) \cdot e^{-j(u x_0 + v y_0)} \quad (27.c)$$

és fordítva:

$$F(u-u_0, v-v_0) \leftrightarrow f(x, y) \cdot e^{j(u_0 x + v_0 y)} \quad (27.d)$$

g) Az origó körüli forgatás hatása a spektrumra. Forgassuk el az $f(x, y)$ alakzatot az origó körül α szöggel. Ez az elforgatás egyenértékű azzal, mintha a 16.a ábra szerint a koordináta rendszert forgattuk volna el az ellenkező irányba α szöggel. Jelöljük az új koordinátákat x', y' -nal. Az összefüggés a régi és az új koordináták között:

$$\begin{aligned} x' &= x \cos \alpha - y \sin \alpha \\ y' &= x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{aligned} \quad (28.a)$$

Határozzuk meg $f(x', y')$ spektrumát. Rövid megfontolás után belátható, hogy a spektrum függvény is lényegében változatlan marad, csupán szintén α szöggel elfordul. Tehát:

$$f(x', y') \leftrightarrow F(u', v') \quad (28.b)$$

ahol az elforgatásnak megfelelően az összefüggés az u, v és az u', v' koordináták között azonos a 28.a formulával:

$$\begin{aligned} u' &= u \cos \alpha - v \sin \alpha \\ v' &= u \sin \alpha + v \cos \alpha. \end{aligned} \quad (28.c)$$

h) Modulált függvény spektruma. Modulálás alatt egy függvénynek a $\cos$ illetve $\sin$ függvénnyel való szorzását értjük. Induljunk ki egy az alapformulából közvetlenül levezethető összefüggésből:

$$f(x, y) \cdot e^{\pm j \bar{k}_0 \cdot \bar{r}} \leftrightarrow F(\bar{k} - \bar{k}_0). \quad (29.a)$$

(Ez az összefüggés a 27.d formulából is közvetlenül következik.) Ugyanis:

$$\bar{k}_0 \cdot \bar{r} = u_0 x + v_0 y \text{ és: } F(\bar{k} - \bar{k}_0) = F(u - u_0, v - v_0)$$

Felhasználva a

$$\cos z = \frac{1}{2} (e^{jz} + e^{-jz}) \text{ és: } \sin z = -\frac{j}{2} (e^{jz} - e^{-jz})$$

összefüggéseket, a 29.a formulából összegezéssel illetve kivonással kapjuk:

$$f(x, y) \cdot \cos(\bar{k}_0 \cdot \bar{r}) \leftrightarrow \frac{1}{2} [F(\bar{k} - \bar{k}_0) + F(\bar{k} + \bar{k}_0)] \quad (29.b)$$

$$f(x, y) \cdot \sin(\bar{k}_0 \cdot \bar{r}) \leftrightarrow -\frac{j}{2} [F(\bar{k} - \bar{k}_0) - F(\bar{k} + \bar{k}_0)]. \quad (29.c)$$

Kapott formuláink teljes egyezésben vannak az egydimenziós esetben kapott formulákkal. Ott a moduláció hatására a spektrum két részre bomlik, a két rész a moduláló frekvencia értékével jobbra és balra eltolódik. Itt a spektrum szintén két részre bomlik. $\bar{k}_0$ irányú és k_0 hullámszámú kétdimenziós $\cos$ illetve $\sin$ függ-

vénnyel szorozva $f(x, y)$ -ont a spektrum az origóhoz képest ellentétes irányban $\pm \bar{k}_0$ -al eltolódik.

i) Az alapformulából $u=v=0$ illetve $x=y=0$ helyettesítéssel közvetlenül adódik:

$$F(0, 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx dy = A(0, 0) \quad (30.a)$$

$$\begin{aligned} f(0, 0) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(u, v) du dv = \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A(u, v) du dv. \end{aligned} \quad (30.b)$$

Vagyis $F(0, 0)$ értéke azonos az $f(x, y)$ alatti körtartalommal. Mivel $B(u, v)$ páratlan függvény, $B(0, 0)=0$. Hasonlóan $f(0, 0)$ számításnál csak $A(u, v)$ -ét kell figyelembe vennünk, mert $B(u, v)$ páratlan függvény, az integrálja zérust ad.

j) A kétdimenziós Fourier integrál Parseval tétele:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [f(x, y)]^2 dx dy = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [F(u, v)]^2 du dv \quad (31)$$

k) A differenciált $f(x, y)$ függvény spektruma. A kétdimenziós $f(x, y)$ függvényt a többváltozós függvények differenciálási szabályai szerint differenciálhatjuk x vagy y vagy vegyesen x, y szerint. Vegyük először az „ x ” szerinti differenciálást. A 18.c alap-formula mindkét oldalát differenciálhatjuk „ x ” szerint. Mivel a jobb oldalon az integrálás u, v szerint történik, az integrálon belül differenciálhatunk. Így kapjuk:

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} j u F(u, v) \cdot e^{j(u x + v y)} du dv.$$

A fenti formulát összehasonlítva 18.b-vel, azonnal adódik:

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x, y) \leftrightarrow j u F(u, v) \quad (32.a)$$

és hasonlóan, „ y ” szerinti differenciálás esetén:

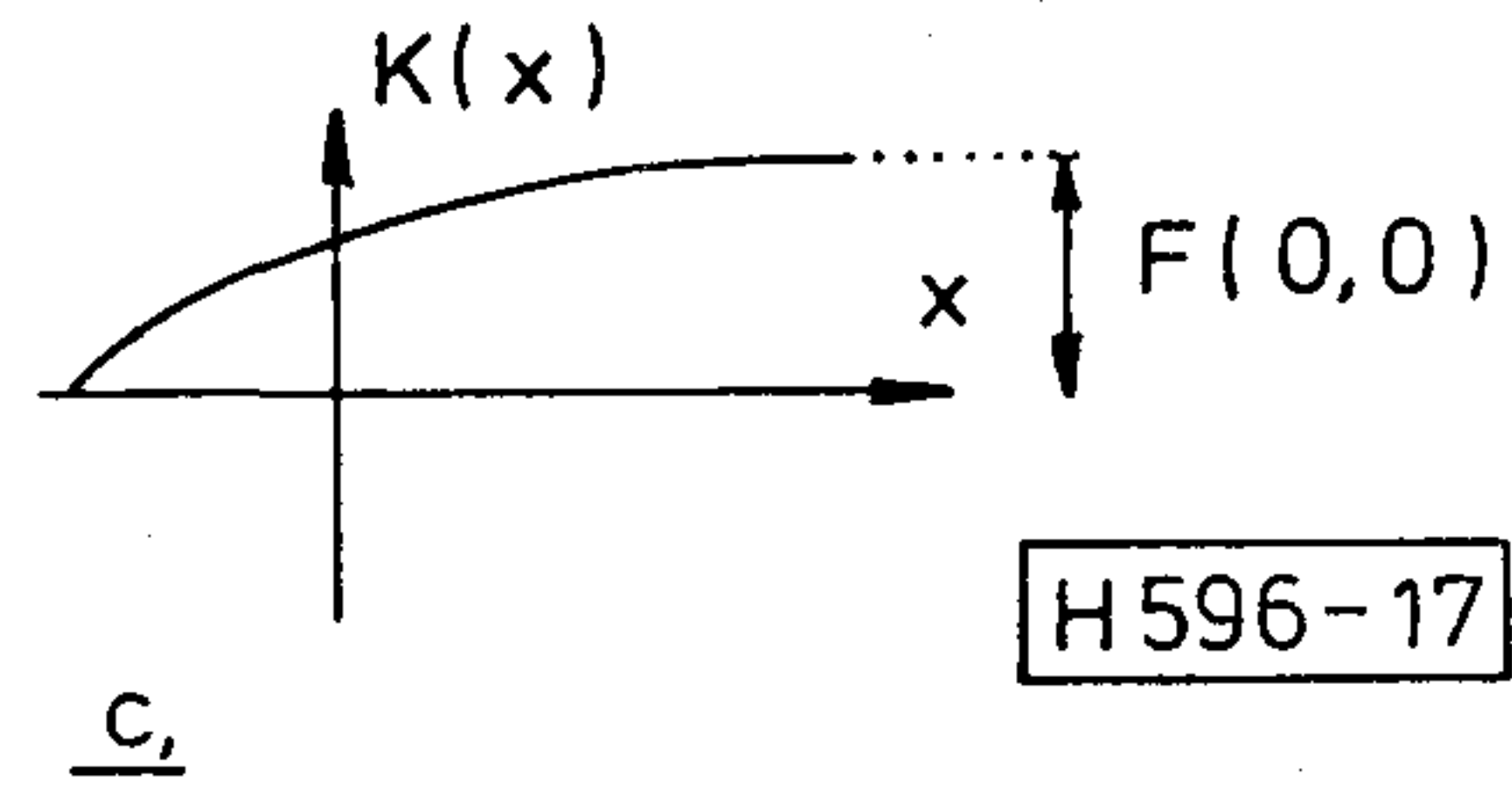
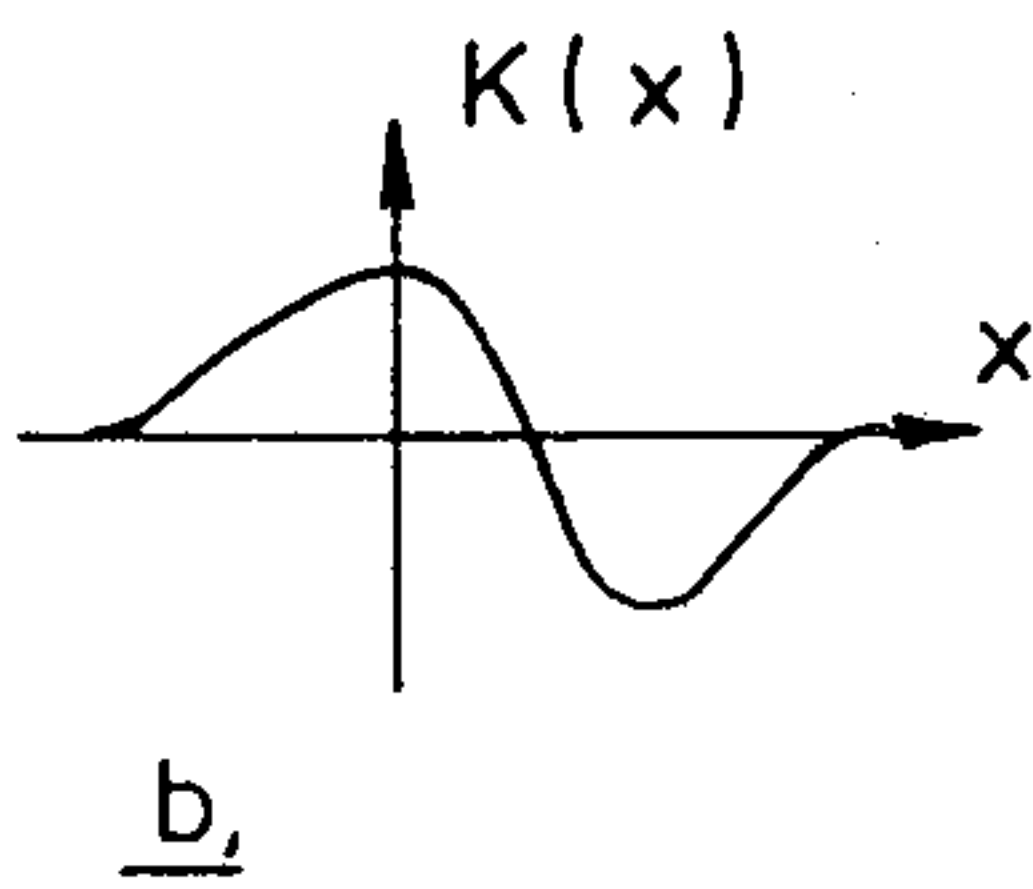
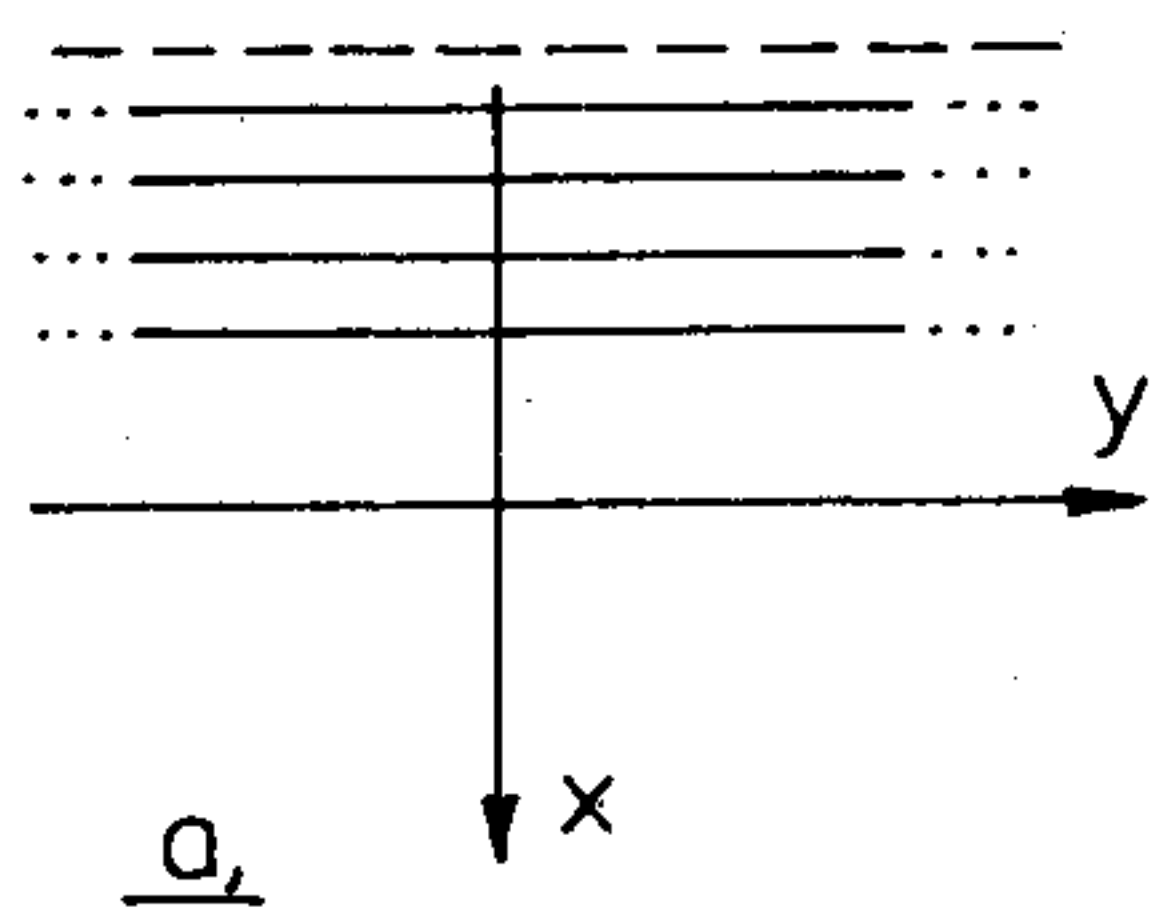
$$\frac{\partial}{\partial y} f(x, y) \leftrightarrow j v F(u, v). \quad (32.b)$$

„ x ” illetve „ y ” szerinti m illetve n -szeri differenciálás után, az előző formulák többszöri alkalmazásával kapjuk:

$$\frac{\partial^m}{\partial x^m} \frac{\partial^n}{\partial y^n} f(x, y) \leftrightarrow j^{(m+n)} u^m v^n F(u, v) \quad (32.c)$$

Példa:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} f(x, y) \right] \leftrightarrow -(u^2 + v^2) F(u, v)$$



H 596-17

17. ábra. Az $f(x, y)$ függvény

m) Az integrált $f(x, y)$ függvény spektruma. A differenciáláshoz hasonlóan az integrálás is történhet x vagy y szerint vagy pedig vegyesen. Mi csak az első két esettel foglalkozunk. Vegyük először az x szerinti integrálást. „ x ” szerinti integráláson az $f(x, y)$ függvénynek a $-\infty$ és az adott „ x ” pont közötti köbtartalmat értjük, tehát a 17.a ábrán a vízszintesen vonalazott rész feletti köbtartalmat. Jelöljük ezt $K(x)$ -el. Két eset lehetséges: ha $x \rightarrow \infty$, akkor $K(\infty) = 0$ („b” ábra) vagy pedig $K(\infty) \neq 0$ („c” ábra). Az i) pont szerint $K(\infty) = F(0, 0)$.

Az egydimenziós Fourier integrálnál egy $f(x)$ függvény integráljának a spektrumát $j\omega$ -val való osztással kapjuk. Ugyanezt a szabályt kell alkalmaznunk itt is, mivel $K(x)$ egy közönséges egydimenziós függvény. Tehát ha $f(x, y) \leftrightarrow F(u, v)$, akkor:

$$K(x) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy \leftrightarrow \frac{F(u, 0)}{ju} \quad (33.a)$$

és hasonlóan, ha „ y ” szerint integrálunk:

$$K(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^y f(x, y) dx dy \leftrightarrow \frac{F(0, v)}{jv} \quad (33.b)$$

A fenti formulák akkor érvényesek, ha az $f(x, y)$ függvény alatti össz-köbtartalom zérus („b” ábra). Ha ez nem áll fenn, akkor $K(x)$ a „c” ábra szerint egy egyenáramú tagot is tartalmaz. Az egydimenziós Fourier integrál elméletből ismeretes, hogy az egyenáramú tagnak a spektruma:

$$\frac{1}{2} F(0, 0) \cdot \delta(u) \quad \text{illetve} \quad \frac{1}{2} F(0, 0) \cdot \delta(v)$$

ahol: $\delta(u)$ illetve $\delta(v)$ Dirac impulzust képvisel. Ilyen esetekben ezeket a tagokat kell még a 33.a,b formulák jobb oldalához hozzáadni.

6. A kétdimenziós Dirac impulzus

A 18. ábra szerint az x, y síkon vegyünk fel egy kis dS területű tartományt. A tartomány kerülete mentén emeljünk egy $1/dS$ magasságú palástot. Így egy egységnyi köbtartalmú hengert kapunk. Ha $dS \rightarrow 0$ és a dS terület kerülete mentén vett bármely két pont közötti távolság is tart a zérus felé, akkor egy végtelen kis keresztmetszetű, végtelen magas és egységnyi köbtartalmú kétdimenziós tű-impulzust kapunk. Az egydimen-

ziós analógia alapján ezt a tű-impulzust kétdimenziós Dirac impulzusnak nevezzük. Ha az impulzus az x_0, y_0 pontban van, a jelölése:

$$\delta(x - x_0, y - y_0) = \begin{cases} \infty, & \text{ha: } x = x_0 \text{ és: } y = y_0 \\ 0, & \text{ha: } x \neq x_0 \text{ és: } y \neq y_0 \end{cases} \quad (34.a)$$

és definíció szerűen:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - x_0, y - y_0) dx dy = 1. \quad (34.b)$$

Természetesen az egységnyi köbtartalom csak a „normált” Dirac impulzusra vonatkozik, tetszőleges véges K köbtartalom csupán egy K -szoros szorzást jelent.

a) A Dirac impulzus legfontosabb jellemzője a mintavételező tulajdonság. Vagyis:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \cdot \delta(x - x_0, y - y_0) dx dy = f(x_0, y_0) \quad (35)$$

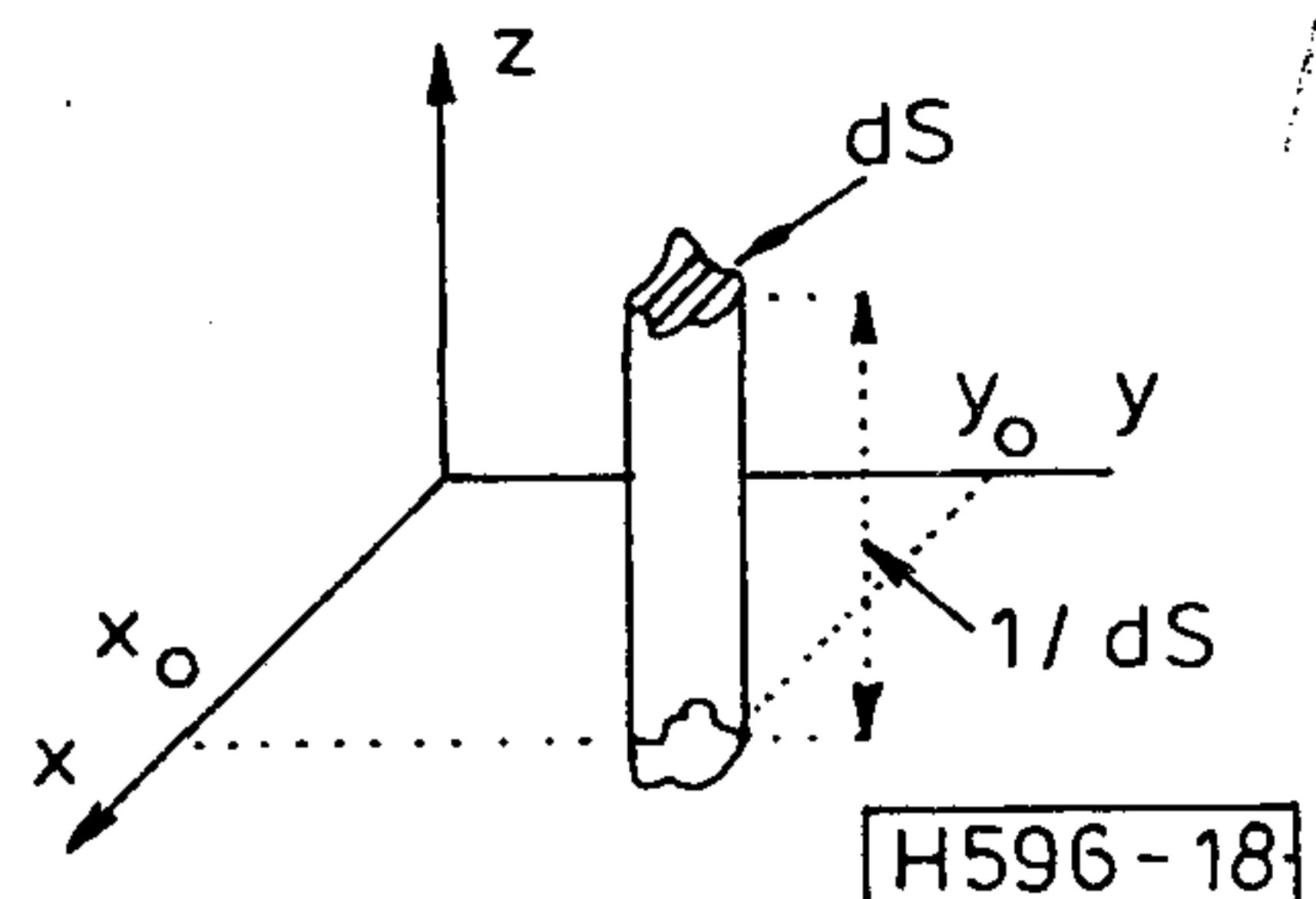
teljes analógiában az egydimenziós Dirac impulzus mintavételező tulajdonságával.

b) A spektrum. Legyen először a Dirac impulzus az origóban. Ekkor a spektrumot meghatározó 18.b formulában $f(x, y)$ helyébe kell $\delta(x, y)$ -ont írni. Mivel az integrandusz csak $x=y=0$ környezetében ad zérustól eltérő értéket, az exponenciális tag értéke egységnyi. Így azonnal kapjuk a K köbtartalmú Dirac impulzus spektrumát:

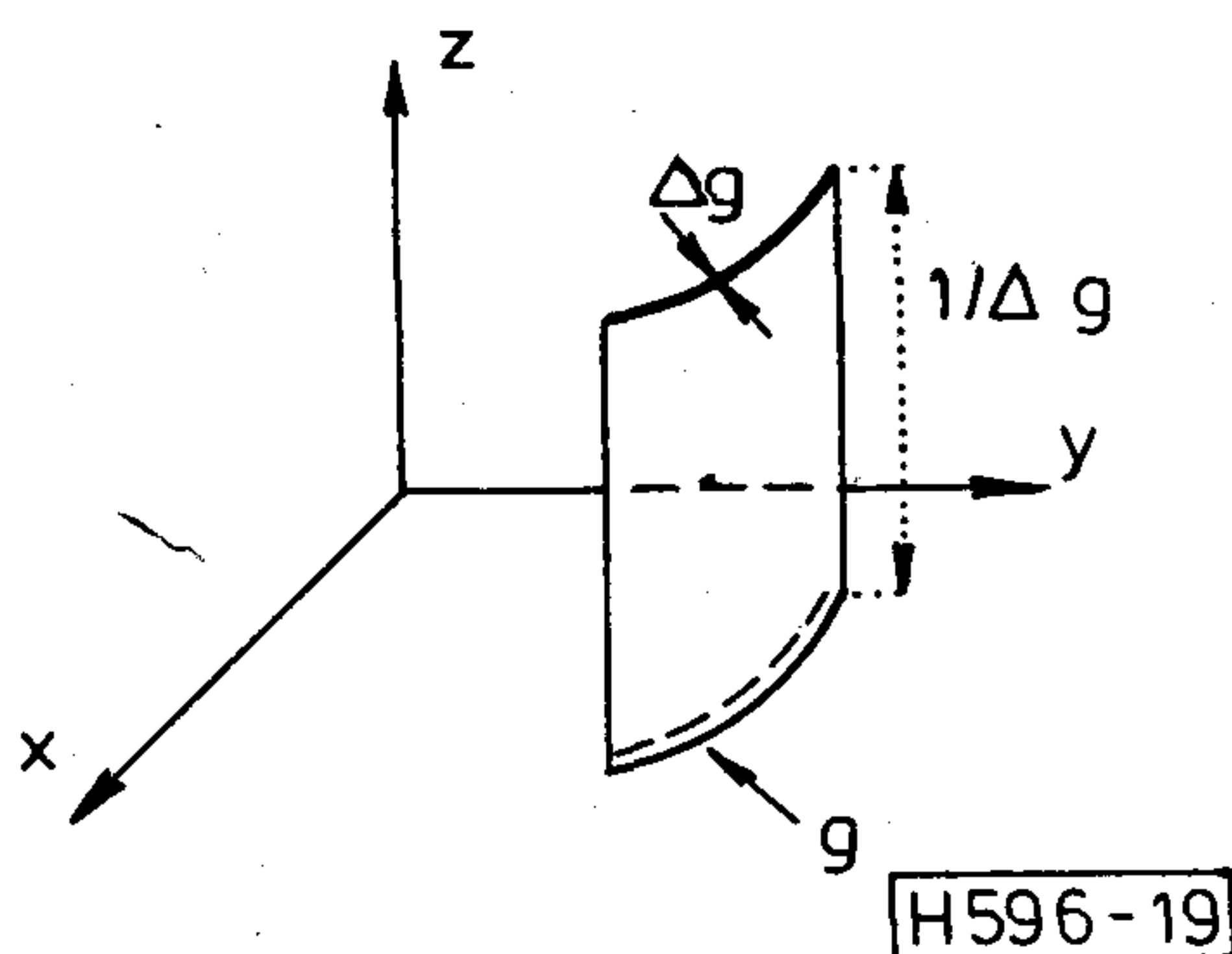
$$K \cdot \delta(x, y) \leftrightarrow K. \quad (36.a)$$

És hasonló megfontolások alapján, az x_0, y_0 pontban lévő Dirac impulzus spektruma:

$$K \cdot \delta(x - x_0, y - y_0) \leftrightarrow K \cdot e^{-j(ux_0 + vy_0)}. \quad (36.b)$$



18. ábra. A kétdimenziós Dirac impulzus



19. ábra. A kétdimenziós Dirac vonal-impulzus

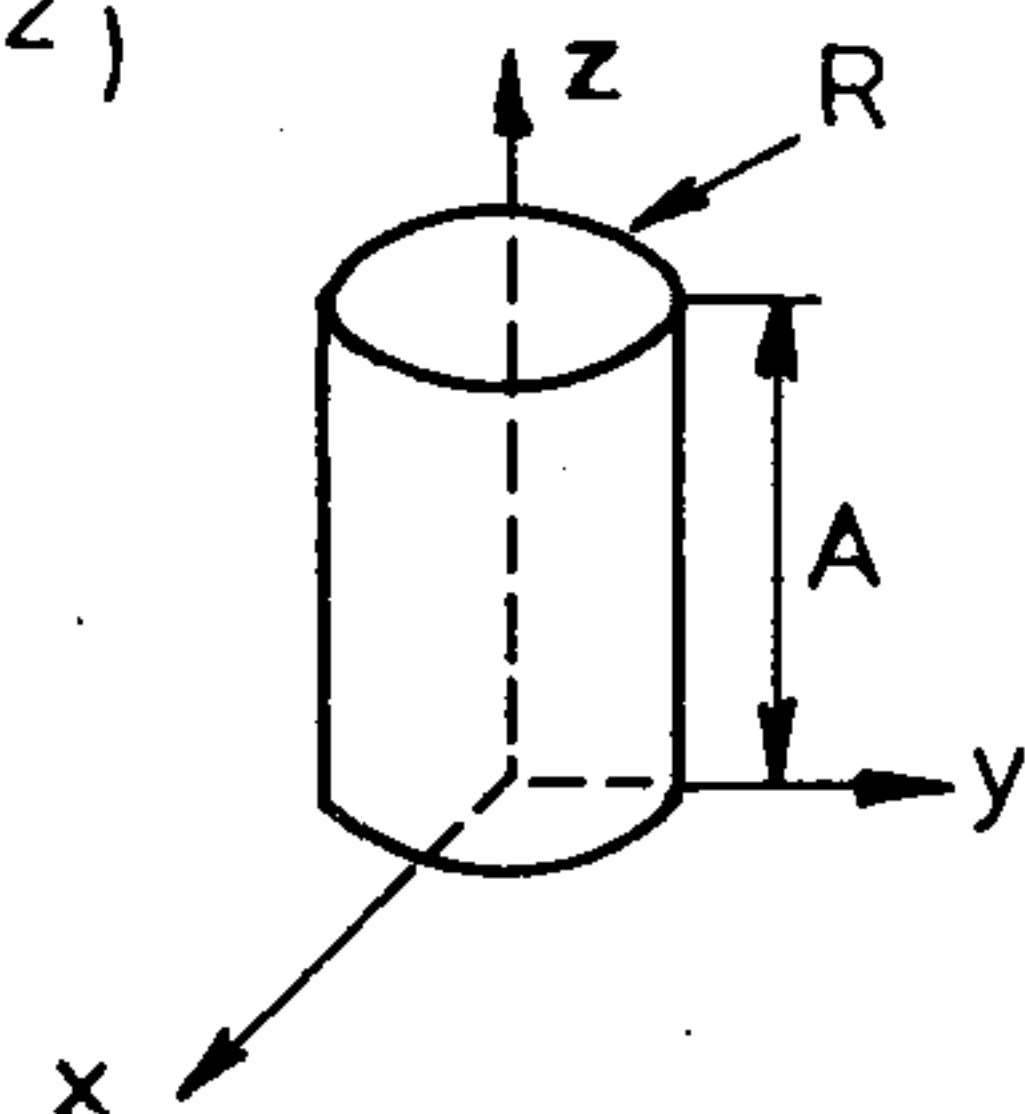
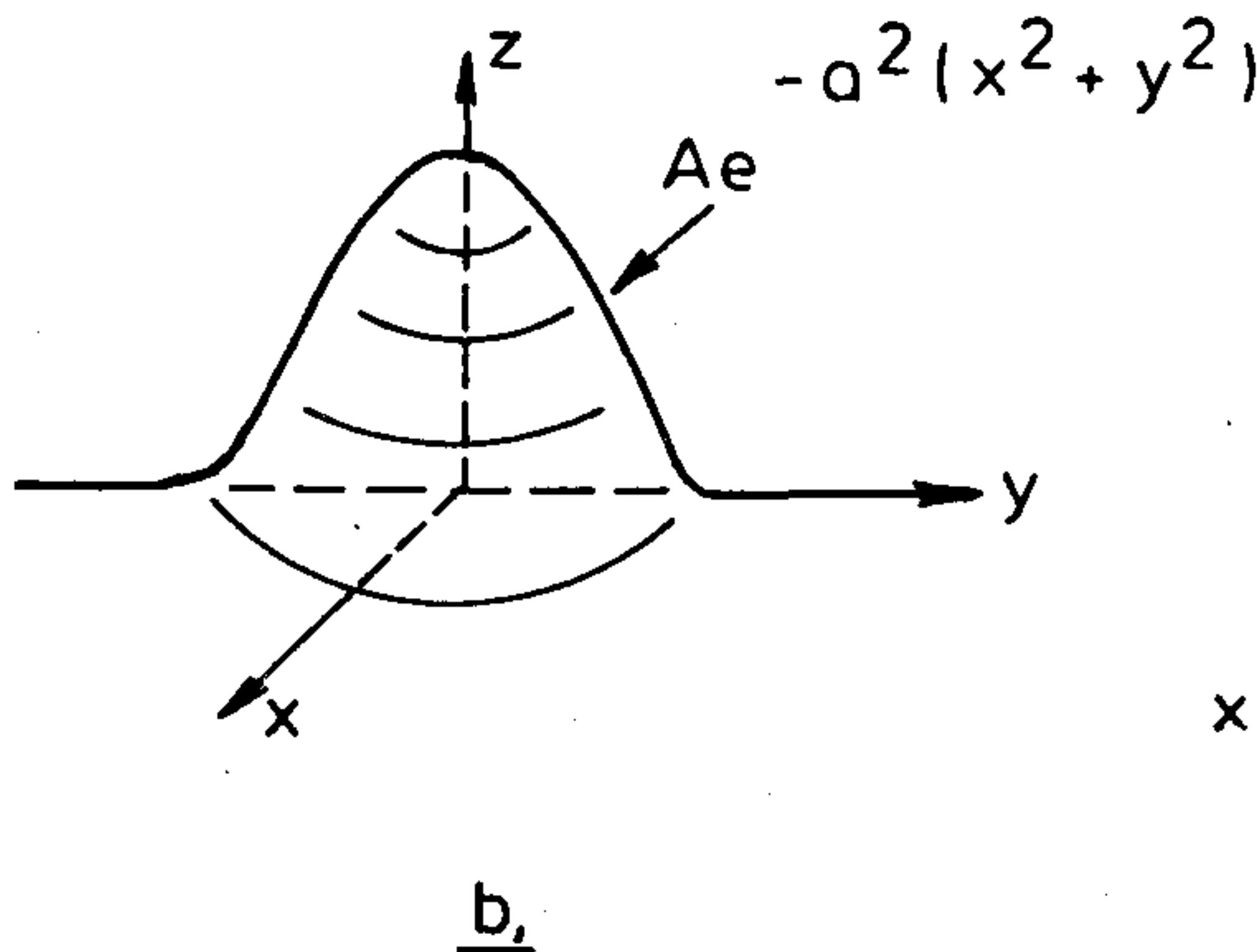
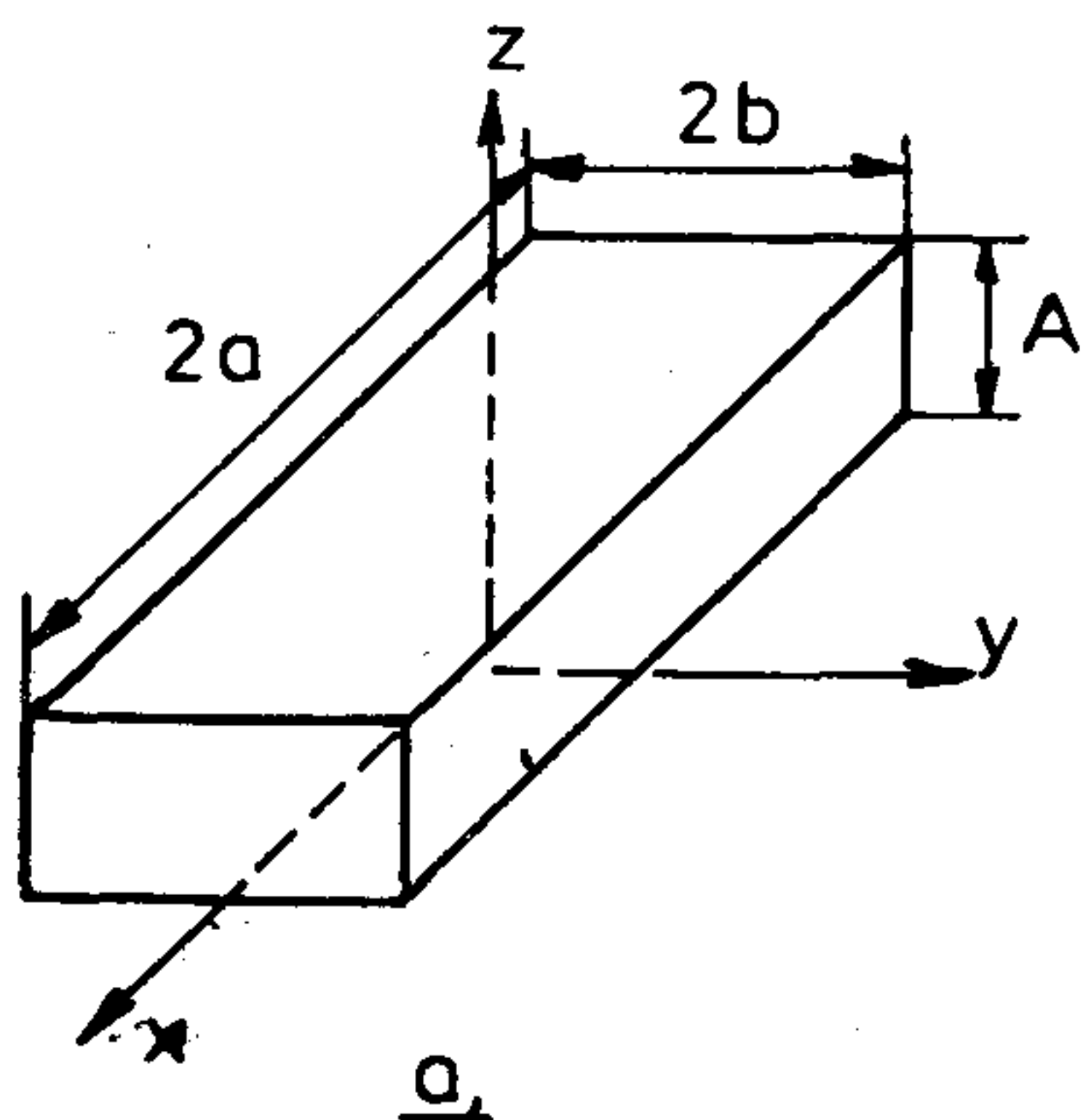
c) A kétdimenziós Dirac vonal-impulzus. Vegyünk a 19. ábra szerint az x,y síkban egy tetszőleges „g” görbét. A görbe lehet véges vagy végtelen hosszúságú, lehet nyitott vagy zárt. A görbe mentén vegyünk egy Δg szélességű csíkot és a csík mentén emeljünk mindkét oldalon $1/\Delta g$ magasságú palástot. Így egy lemezszerű testet kapunk, amelynek az egységnyi hosszra eső köbtartalma egységnyi. Ha $\Delta g \rightarrow 0$, akkor a kapott alakzatot – jobb elnevezés híján – Dirac vonal-impulzusnak nevezzük. Példákat vonal-impulzusokra a következő fejezetben közlünk.

A kétdimenziós Dirac szimbolika bevezetése az egydimenziós változathoz hasonlóan igen nagy segítséget nyújt kétdimenziós problémák megoldásánál. Amint látjuk, a Dirac szimbolika alkalmazása két dimenzió esetén sokkal változatosabb, mint egy dimenzió esetén.

7. Példák kétdimenziós Fourier integrál kiszámítására

1. Példa. Határozzuk meg a 20.a ábra szerinti hasáb spektrumát. A Fourier integrál 18.b alap-formulájából:

$$\begin{aligned} F(u, v) &= A \int_{-a}^{+a} \int_{-b}^{+b} e^{-j(ux+vy)} dx dy = \\ &= A \int_{-b}^{+b} \left[\int_{-a}^{+a} e^{-jux} dx \right] e^{-jvy} dy = \\ &= 4A \frac{\sin au \cdot \sin bv}{uv} \end{aligned} \quad (37)$$



H596-20

Hangsúlyozni kívánjuk, hogy példánkban a „spektrum” azt jelenti, hogy az $F(u, v)$ -vel jellemzett elemi kétdimenziós szinus hullámokból előállítható a hasáb felülete mint kétdimenziós függvény (pontosabban: a hasáb felületén az x,y síkban levő lap nélküli felületet értjük).

2. Példa. Határozzuk meg a 20.b ábra szerinti

$z = Ae^{-a^2(x^2+y^2)}$ függvény spektrumát. Ez a függvény az $z = Ae^{-a^2x^2}$ alakú Gauss görbe „z” tengely körüli forogásából származtatható. Alkalmazzuk a 18.b alap-formulát. A integrálásnál a változók szeparálhatók, tehát kapjuk:

$$\begin{aligned} F(u, v) &= A \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-a^2(x^2+y^2)} \cdot e^{-j(ux+vy)} dx dy = \\ &= A \left[\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(a^2x^2+jux)} dx \right] \cdot \left[\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(a^2y^2+jvy)} dy \right]. \end{aligned}$$

Az exponenciális kitevőkben vegyük az alábbi ekvivalens formákat: $a^2x^2+jux = a^2(x+ju/2a^2)^2 + u^2/4a^2$ és hasonlóképpen, ha „x” helyett „y” szerepel. Ezután bevezetve a $\xi = x+ju/2a^2$ és $\eta = y+jv/4a^2$ jelöléseket és felhasználva az

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-a^2x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{a} \text{ összefüggést, kapjuk:}$$

$$F(u, v) = \frac{A\pi}{a^2} e^{-(u^2+v^2)/4a^2} \quad (38)$$

3. Példa. Határozzuk meg a 20.c ábra szerinti henger spektrumát. A 23.a formulából kapjuk:

$$F(k) = 2\pi A \int_0^R J_0(kr) r dr = \frac{2\pi A}{k^2} \int_0^{kR} J_0(u) u du. \quad (39.a)$$

Itt bevezettük az $u=kr$ helyettesítést. Használjuk fel a Bessel függvények elméletéből ismert alábbi összefüggést:

$$J_0(u) \cdot u = \frac{d}{du} u \cdot J_1(u) \text{ ahol } J_1 \text{ az elsőrendű Bessel függvény.}$$

20. ábra. Kétdimenziós alakzatok

Mivel $J_1(0)=0$, a fenti kifejezést 39.a-be helyettesítve, kapjuk:

$$F(k) = \frac{2\pi AR}{k} J_1(kr). \quad (39.b)$$

4. *Példa.* A 2. példában szereplő Gauss felület alatti köbtartalom: $K=A\pi/a^2$, a 3. példában szereplő hengerre pedig: $K=Ar^2\pi$. Ha $A \rightarrow \infty$, de közben „a” illetve „R” értékét úgy változtatjuk, hogy a köbtartalom állandóan „K” maradjon, akkor mindkét esetben egy az origóban lévő tű-impulzust kapunk. Igazoljuk, hogy mindkét esetben $F(u, v) \rightarrow K$, vagyis egy az origóban lévő Dirac impulzus spektrumát kapjuk. Tehát a két tű-impulzus, bár eltérő alakú, Dirac impulzusnak tekinthető.

5. *Példa.* Határozzuk meg a 21.a ábra szerinti vékony lemez spektrumát. Legegyszerűbben úgy jutunk célhoz, hogyha felismerjük, hogy példánk azonos a 20.a ábrában szereplő hasábbal, $d=2b \rightarrow 0$ átmenettel. Tehát a 37. formulából, $\sin b v \approx b v$ helyettesítéssel kapjuk:

$$F(u, v) \approx 2Ad \frac{\sin au}{u}. \quad (40)$$

Ha $d \rightarrow 0$, miközben $A \rightarrow \infty$ olyan módon, hogy $Ad=K$ konstans, akkor az alakzat egy az egységnyi hosszra eső „K” köbtartalmú vonal-impulzusba megy át.

6. *Példa.* A 21.a ábra szerinti lemezt a „b” ábra szerint forgassuk el α szöggel. A spektrumot a 28.c formula alapján határozhatjuk meg. Az ott szereplő két formulából, az elsőt $\cos \alpha$, a másodikat $\sin \alpha$ -val szorozva és a két formulát összeadva, kapjuk: $u = u' \cos \alpha + v' \sin \alpha$. „u” fenti alakját 40-be behelyettesítve és a vessző jelet elhagyva (ugyanis nem a koordináta rendszert forgatuk el), kapjuk a spektrumot:

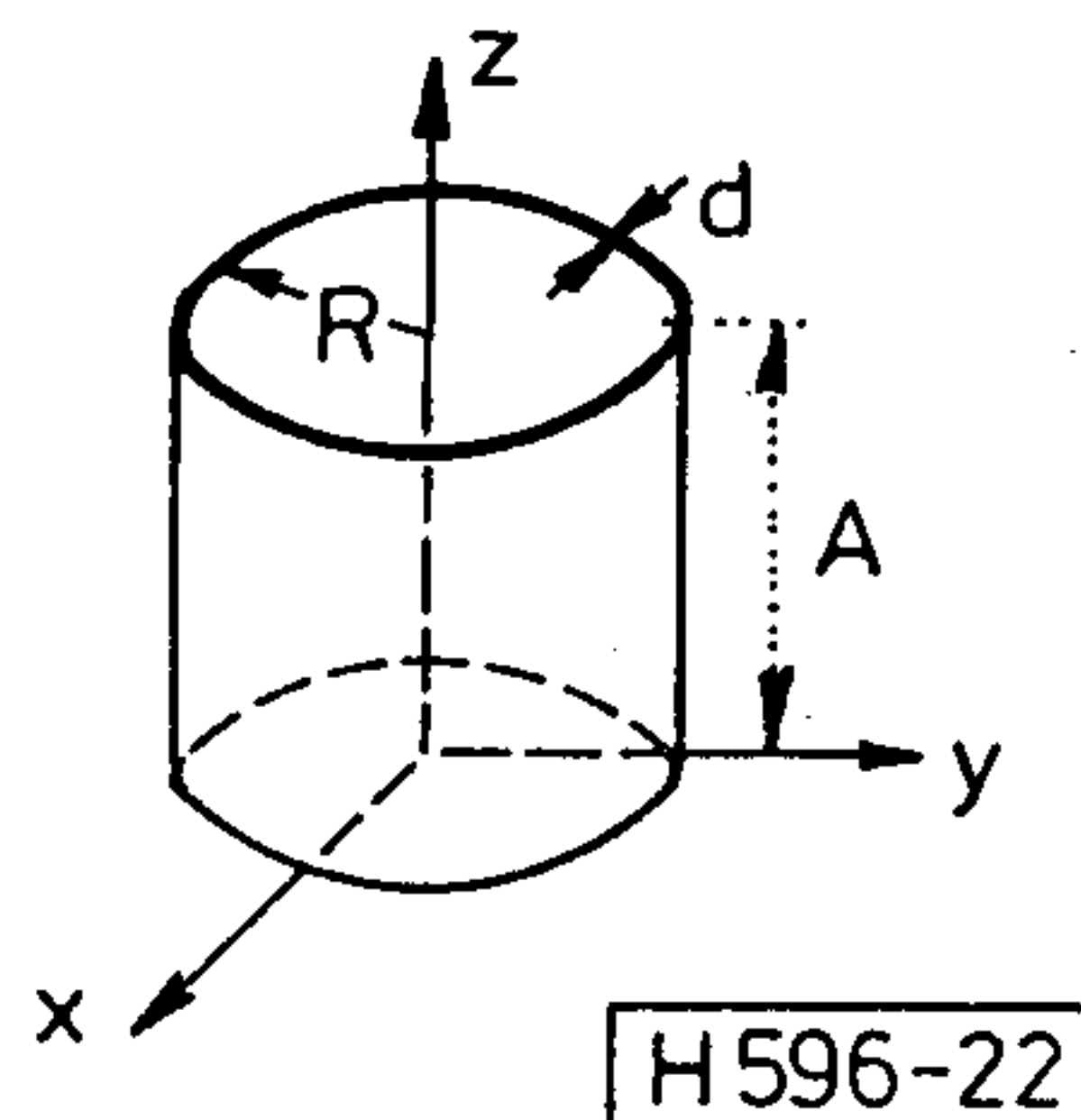
$$F(u, v) = 2Ad \frac{\sin a(u \cos \alpha + v \sin \alpha)}{u \cos \alpha + v \sin \alpha}. \quad (41)$$

7. *Példa.* Határozzuk meg a 21.a ábra szerinti lemez spektrumát, ha $a \rightarrow \infty$ („c” ábra). A spektrumot továbbra is a 40. formula adja meg, de a $\sin au/u$ függvény „a” növelésével egyre inkább egy „a” magasságú, igen keskeny, π területű Dirac impulzusba megy át („d” ábra). Tehát határesetben $F(u, v)$ egy „v” tengely menti vonal-impulzus, amelynek az egységnyi hosszra eső köb-

tartalma: $2\pi Ad$, ahol Ad a lemez egységnyi hosszára eső köbtartalom.

8. *Példa.* Határozzuk meg a 22. ábra szerinti „d” falvastagságú hengerpalást spektrumát. A 23.a formula szerint:

$$F(k) = 2\pi A \int_R^{R+d} J_0(kr) r dr. \quad (42.a)$$



22. ábra. Hengergyűrű

Ha $d \ll R$, akkor a kör alapú vonal-impulzus spektrumát a fenti formulából $d \rightarrow 0$ és $r \approx R$ helyettesítéssel kapjuk:

$$F(k) \approx 2\pi Ad R J_0(kR) \quad (42.b)$$

ahol Ad a kör mentén az egységnyi hosszra eső köbtartalom.

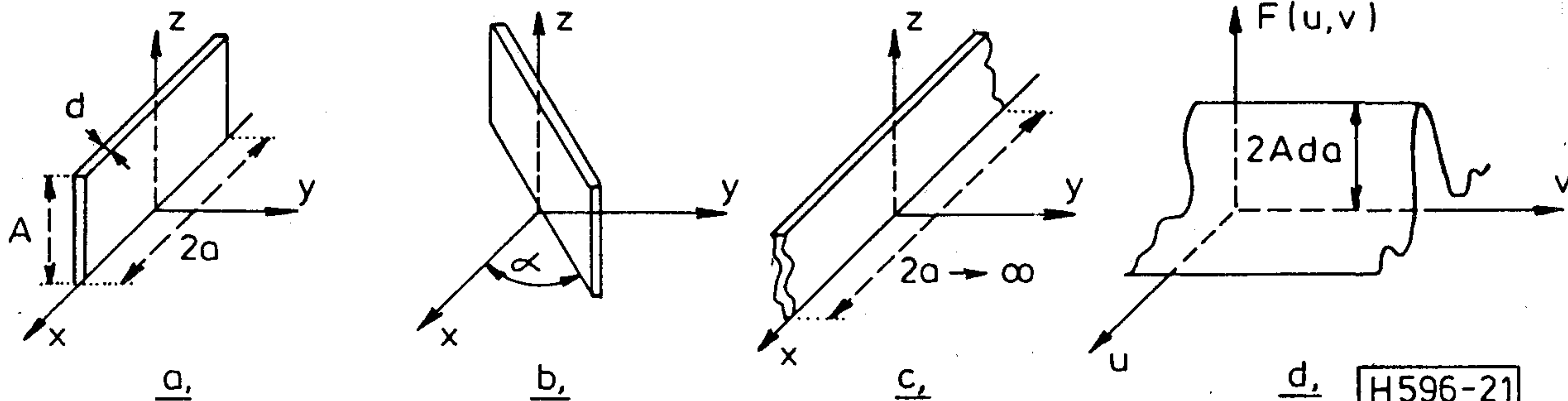
9. *Példa.* Határozzuk meg, hogy milyen kétdimenziós függvény $f(x, y) = A\delta(x-x_0)$? Mivel nem függ y -től, minden $y = \text{konstans}$ metszete egy az „y” koordinátánál emelt, az x, z síkkal párhuzamos síkban x_0 magasságban lévő, „A” területű Dirac impulzus. Tehát a függvényünk a 23.a ábra szerinti vonal-impulzus, az egységnyi hosszra eső köbtartalma „A”. Hasonlóképpen az $f(x, y) = B\delta(y-y_0)$ függvény egy erre merőleges irányú vonal-impulzus. Ezt szintén feltüntettük az ábrában.

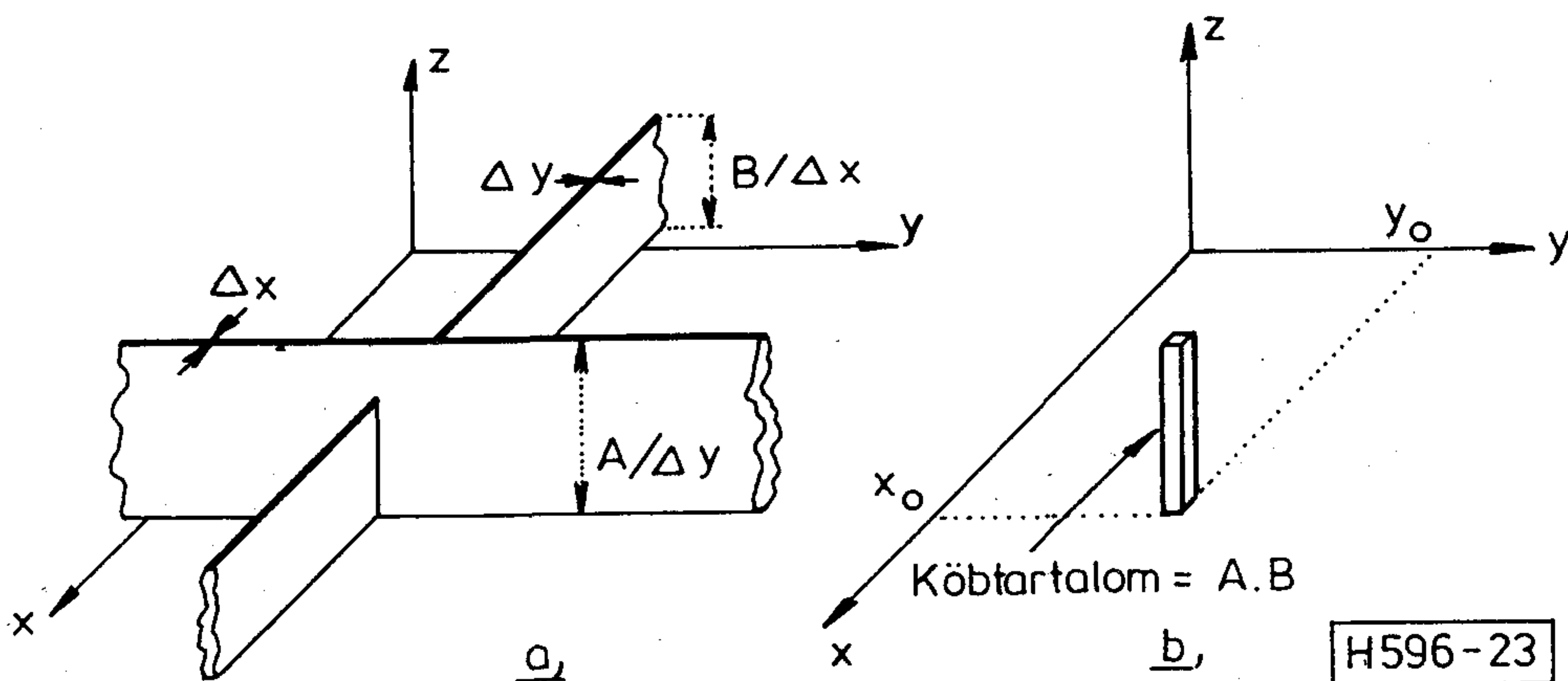
A fentiek alapján könnyen igazolható, hogy az

$$f(x, y) = A\delta(x-x_0) \cdot B\delta(y-y_0) = AB\delta(x-x_0, y-y_0) \quad (43)$$

egyenlőség. Vagyis két egydimenziós Dirac impulzus

21. ábra. Kétdimenziós lineáris vonal-impulzusok





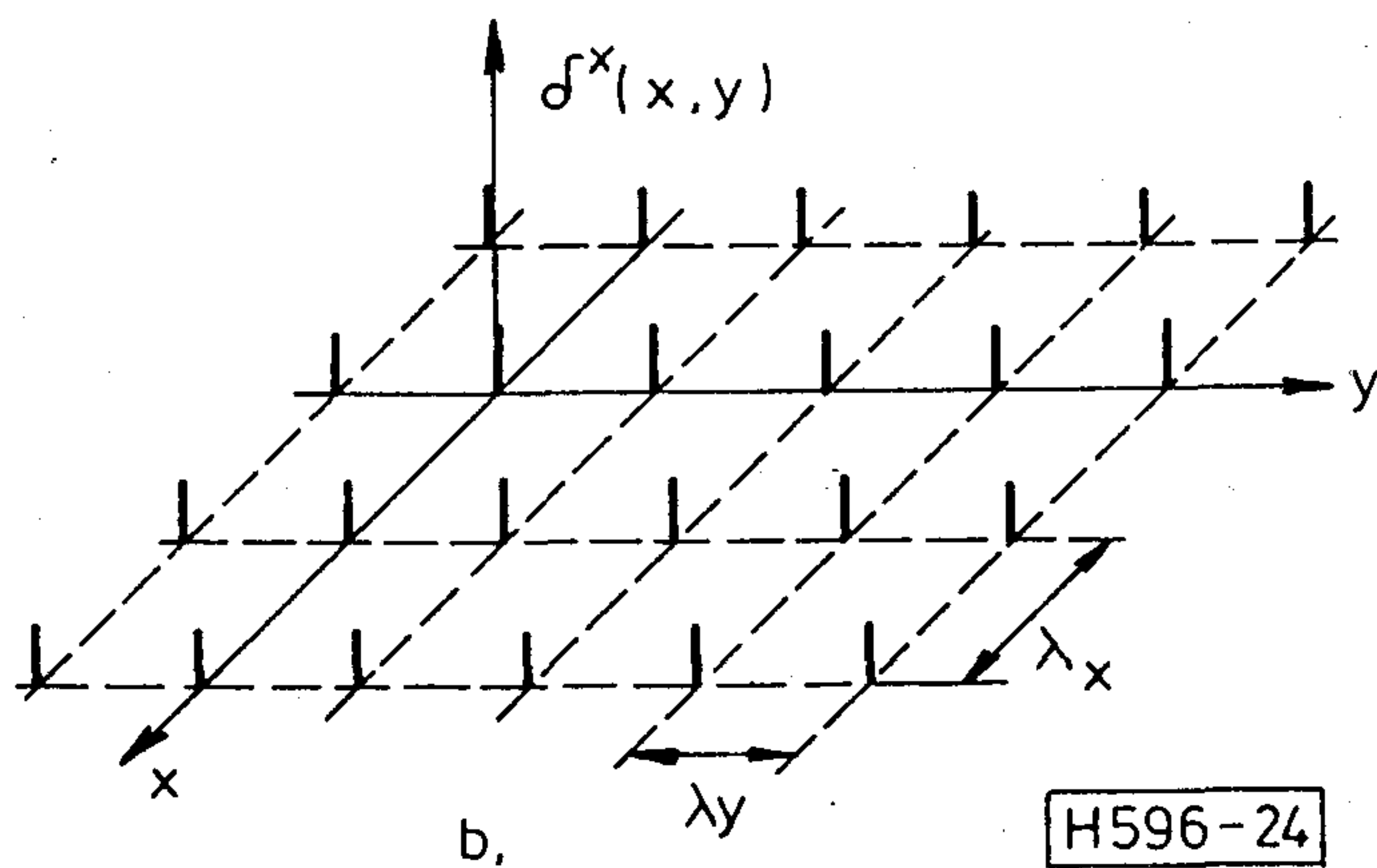
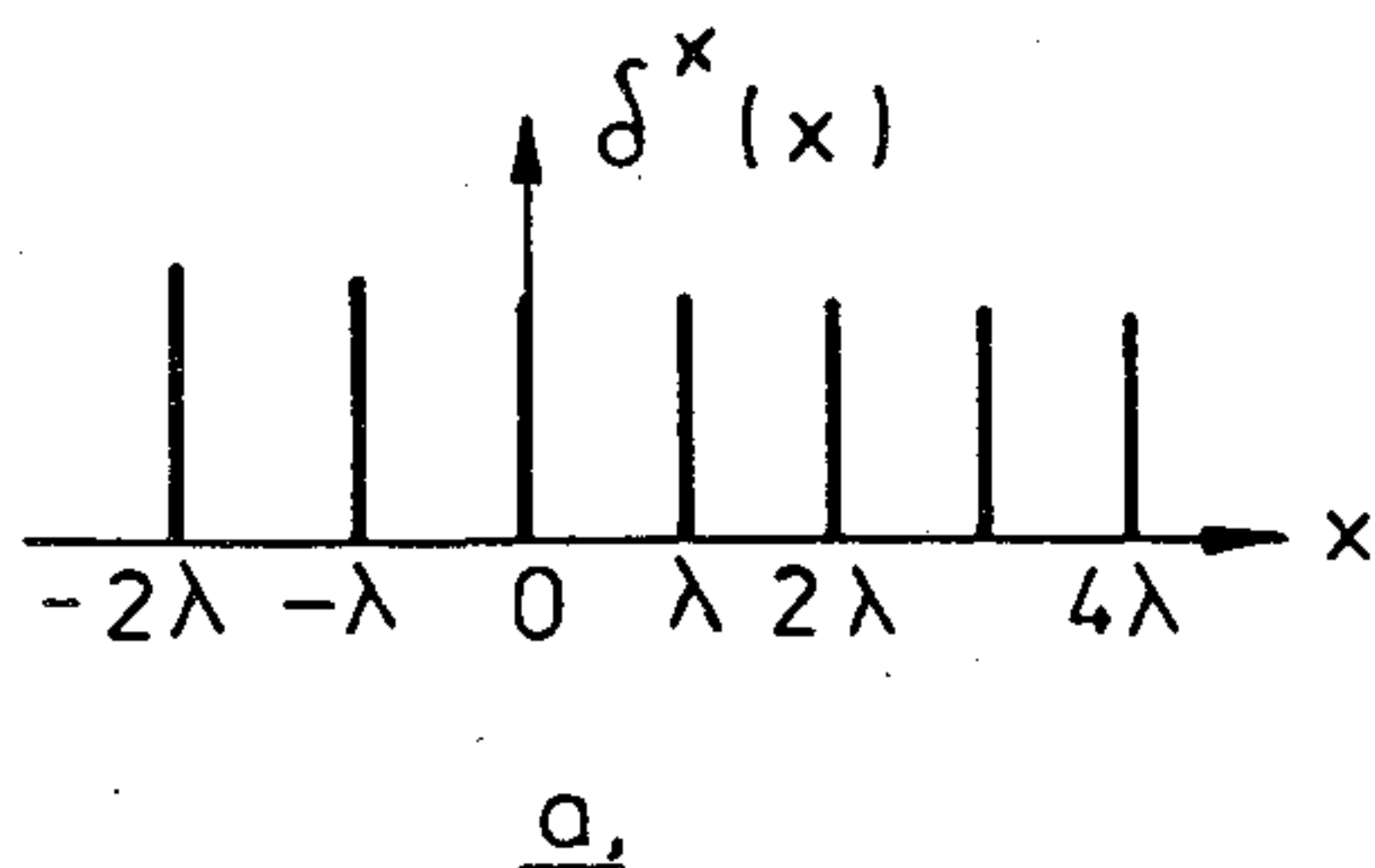
23. ábra. Kétdimenziós vonal-impulzusok

szorzata (amelyek esetünkben valójában kétdimenziós függvények) egy kétdimenziós Dirac impulzust eredményez (23.b ábra). Eredményünk helyességéről azonnal meggyőződhetünk, ha a vonal-impulzusokat első közelítésben Δx illetve Δy szélességű és $A/\Delta x$ illetve $B/\Delta y$ szélességű hasáboknak tekintjük és a szorzást az x, y sík minden pontjában elvégezzük.

8. A kétdimenziós mintavételezés

Ismeretes, hogy az egydimenziós sávkorlátozott függvények egyértelműen előállíthatók a függvényből egyenlő távolságoként (időközönként) vett mintákból. Ugyanez a helyzet a kétdimenziós függvényeknél, ha az $F(u, v)$ spektrum-függvény mind az „ u ”, mind a „ v ” irányban korlátozva van. Az egydimenziós mintavételezés képezi az egydimenziós jelátvitel digitális megvalósításának az alapját. Hasonlóan egyre nagyobb szerepet kap újabban a képátvitel, amely alapvetően kétdimenziós probléma (ha a képet előzetesen nem bontjuk fel sorokra). Az ilyen típusú képátvitelnél alapvető szerepet játszik a kétdimenziós Fourier analízis, a digitális átvitelnél pedig a kétdimenziós mintavételezés.

a) A kétdimenziós mintavételező függvény. Emlékeztetőül vegyük először az egydimenziós mintavételező függvényt, amelyet a 24.a ábrán tüntetünk fel. Matematikai alakja illetve Fourier sora:



24. ábra. Az egy- és a kétdimenziós mintavételező függvény

$$\delta^x(x) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta(x - m\lambda) = \frac{1}{\lambda} + \frac{2}{\lambda} (\cos \omega_0 x + \cos 2 \omega_0 x + \cos 3 \omega_0 x + \dots) \quad \text{ahol: } \omega_0 = 2\pi/\lambda. \quad (44)$$

A kétdimenziós mintavételező függvényt a 24.b ábra tünteti fel. Itt az egységnyi köbtartalmú kétdimenziós Dirac impulzusok „ x ” irányban λ_x , „ y ” irányban λ_y távolságoként követik egymást. Ennek az alakzatnak a matematikai alakja:

$$\delta^x(x) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(x - m\lambda_x, y - n\lambda_y). \quad (45.a)$$

Kétszeresen periodikus függvényről van szó, ezért felírhatjuk a kétdimenziós Fourier sorát. Mivel a 24.b ábrában felvett koordináta rendszerben a mintavételező függvény az x, y tengelyre szimmetrikus, a Fourier sora csak „cos” tagokat tartalmazhat. Így a Fourier sor alakja a 15.c formula alapján:

$$\delta^x(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} \cos m k_x x \cdot \cos n k_y y \quad (45.b)$$

ahol: $k_x = 2\pi/\lambda_x$ és: $k_y = 2\pi/\lambda_y$. A Fourier együtthatókat a 16.a,b,c formulákból határozhatjuk meg. A formulákban célszerű az integrálási határokat $\pm \lambda_x/2$ illetve: $\pm \lambda_y/2$ -nek venni. Így egyszerű számítással adódik:

$a_{00}=1/\lambda_x\lambda_y$, $a_{m0}=a_{0n}=2/\lambda_x\lambda_y$ és: $a_{mn}=4/\lambda_x\lambda_y$. Tehát a Fourier sor:

$$\delta^x(x, y) = \frac{1}{\lambda_x\lambda_y} \left[1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \cos \frac{2\pi}{\lambda_x} mx + \right. \\ \left. + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{2\pi}{\lambda_y} ny + 4 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{2\pi}{\lambda_x} mx \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda_y} ny \right]. \quad (45.c)$$

A Fourier sor egy további alakját kapjuk, ha a fenti formulában az utolsó tagban a trigonometrikus szorzatot trigonometrikus összegé alakítjuk át. Tehát:

$$\delta^x(x, y) = \frac{1}{\lambda_x\lambda_y} \left[1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \cos \frac{2\pi}{\lambda_x} mx + \right. \\ \left. + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{2\pi}{\lambda_y} ny + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_x} mx + \cos \frac{2\pi}{\lambda_y} ny \right) \right]. \quad (45.d)$$

Megjegyezzük, hogy $\delta^x(x, y)$ -ont a 43. formula illetve a 23. ábra alapján a következő módon is írhatjuk:

$$\delta^x(x, y) = \delta^x(x) \cdot \delta^x(y) \quad (45.e)$$

ahol $\delta^x(x)$ és $\delta^x(y)$ az x illetve az y tengely irányú egydimenziós mintavételező függvények illetve mint kétdimenziós függvények, a 23.a ábra értelmében az „ x ” és az „ y ” tengellyel párhuzamos vonal-impulzus sorozatok. A keresztezési pontokban egy-egy egységnyi köbtartalmú Dirac impulzust adnak az egyes szorzatok, így a 45.e formula valóban a 24.b ábra szerinti kétdimenziós mintavételező függvényt állítja elő.

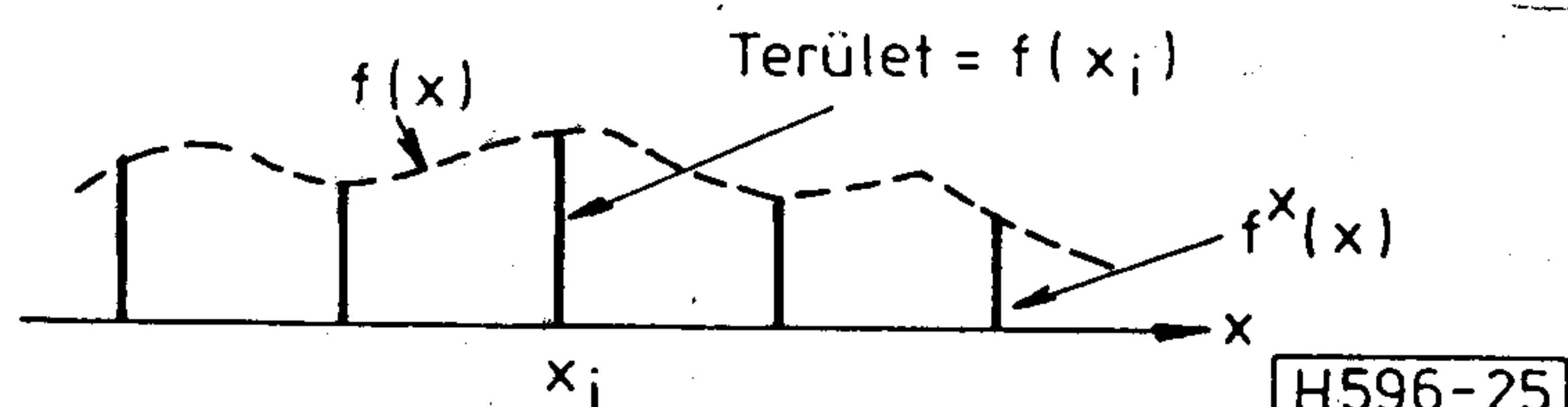
b) *A mintavételezés.* Egydimenziós esetben ha egy tetszőleges $f(x)$ függvényt megszorozzuk a $\delta^x(x)$ mintavételező függvénnyel, akkor eredőül az

$$f^x(x) = f(x) \cdot \delta^x(x) \quad (45.f)$$

mintavételezett függvényt kapjuk. Az egyes x_i mintavételezési helyeken $f^x(x)$ egy-egy $f(x_i)$ területű Dirac impulzust tartalmaz (25. ábra). Teljesen hasonlóan, ha egy tetszőleges $f(x, y)$ függvényt megszorozunk a $\delta^x(x, y)$ mintavételező függvénnyel, akkor eredőül az

$$f^x(x, y) = f(x, y) \cdot \delta^x(x, y) \quad (45.g)$$

kétdimenziós mintavételezett függvényt kapjuk. Az



25. ábra. Egydimenziós mintavételezett függvény

egyes x_i, y_i mintavételezési helyeken, vagyis az $m\lambda_x, n\lambda_y$ helyeken $f^x(x, y)$ egy-egy $f(x_i, y_i)$ köbtartalmú Dirac impulzust tartalmaz.

Ismeretes, hogy egydimenziós függvényeknél, ha a spektrum korlátozott, akkor a mintákból – ha a mintavételezés sebessége kielégíti a Nyquist feltételt – egyértelműen előállítható az eredeti $f(x)$ függvény. Hasonló a helyzet a kétdimenziós függvényeknél. Ha az $f(x, y)$ függvény x és y irányban sávkorlátozott, akkor a kétdimenziós mintákból előállítható az eredeti $f(x, y)$ függvény.

9. A három és többdimenziós Fourier sor és integrál

Az előzőekben tárgyalt kétdimenziós Fourier sor és integrál értelemszerűen kiterjeszthető három és több dimenzióra. A dimenzió-szám növelésével a formulák rohamosan bonyolódnak és nehézséget okoz a geometriai értelmezés is (három független változó esetén az ábrázoláshoz már négydimenziós tér szükséges). A következőkben röviden foglalkozunk a háromdimenziós esettel, a háromnál több dimenziós esetekre pedig csak utalunk.

9. 1. A háromdimenziós szinusz függvények

A 4. formulában magadott szinusz függvény a legáltalánosabb szinusz függvénynek tekinthető. Ugyanis az

$$f(x, y, z, \dots) = A \cos(\bar{k} \cdot \bar{r} - \varphi) \quad (46.a)$$

szinusz függvény dimenzió-számát a $\bar{k}$ és $\bar{r}$ vektorok dimenzió-száma határozza meg. Így például $n=3$ esetén:

$$\bar{r} = \bar{e}_1 x + \bar{e}_2 y + \bar{e}_3 z$$

$$\bar{k} = \bar{e}_1 k_x + \bar{e}_2 k_y + \bar{e}_3 k_z.$$

Tehát a 46.a formula a következő alakú lesz:

$$f(x, y, z) = A \cos(k_x x + k_y y + k_z z - \varphi) = \\ = A R_e[e^{j(k_x x + k_y y + k_z z - \varphi)}]. \quad (46.b)$$

A fenti formulában felírtuk a háromdimenziós szinusz függvény komplex alakját is. A komplex alakot röviden így is írhatjuk:

$$f(x, y, z) = A e^{j(\bar{k} \cdot \bar{r} - \varphi)} = A e^{j(k_x x + k_y y + k_z z - \varphi)} \quad (46.c)$$

ahol mindig csak a valós résszel számolunk.

A 46.b formulában egy összeg koszinusza szerepel. A trigonometriai alapformulákkal ezt trigonometrikus szorzatok összegévé alakíthatjuk át. Az egyszerű számításokat elvégezve, a 46.b formula az alábbi típusú szorzatok összegeként is felírható:

$$\left. \begin{array}{l} \cos k_x x \cdot \cos k_y y \cdot \cos k_z z \\ \cos k_x x \cdot \cos k_y y \cdot \sin k_z z \\ \sin k_x x \cdot \cos k_y y \cdot \cos k_z z \\ \sin k_x x \cdot \cos k_y y \cdot \sin k_z z \\ \sin k_x x \cdot \sin k_y y \cdot \cos k_z z \\ \sin k_x x \cdot \sin k_y y \cdot \sin k_z z \end{array} \right\} 2^n = 8 \text{ tag} \quad (46.d)$$

Mind a 46.b formula szerinti szinusz függvényt, mind a fenti szorzat-függvényeket alapvető háromdimenziós szinusz függvényeknek kell tekintenünk. Amint látjuk, a szorzat-tagok száma a dimenzió-szám növekedésével rohamosan növekszik.

Az ábrázolási nehézségek miatt a többdimenziós szinusz függvényeket a metszeteikkel szemléltetjük (egyenes, sík, stb. mentén vett metszetekkel).

1. *Példa.* Legyen a háromdimenziós szinusz függvény egyenlete: $w = A \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \varphi)$. Határozzuk meg, hogy milyen függvényt kapunk az $\vec{r} = \vec{a} + \vec{e}t$ egyenes mentén? Behelyettesítéssel kapjuk:

$$f(t) = A \cos [\vec{k}(\vec{a} + \vec{e}t) - \varphi] = A \cos (k_e t - \varphi_e)$$

ahol: $k_e = \vec{k} \cdot \vec{e}$ és: $\varphi_e = \vec{k} \cdot \vec{a} - \varphi$.

Tehát egy egydimenziós szinusz függvényt kaptunk.

2. *Példa.* Az előbbi példában milyen függvényt kapunk az $\vec{r} = \vec{a} + \vec{e}t + \vec{g}s$ sík mentén? Behelyettesítéssel kapjuk:

$$f(s, t) = A \cos [\vec{k}(\vec{a} + \vec{e}t + \vec{g}s) - \varphi] = A \cos (\vec{k}_e t + \vec{k}_g s - \varphi_e)$$

ahol: $k_e = \vec{k} \cdot \vec{e}$, $k_g = \vec{k} \cdot \vec{g}$ és: $\varphi_e = \vec{k} \cdot \vec{a} - \varphi$.

Tehát egy kétdimenziós szinusz függvényt kaptunk.

9. 2. A három- és többdimenziós Fourier sor

Ha a háromdimenziós $f(x, y, z)$ függvény periodikus az x, y, z , irányokban $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ periodus-hosszakkal, akkor felírhatjuk a Fourier sorát. A kétdimenziós Fourier sorra kapott 17.c,d formulákkal való analógia alapján azonnal írhatjuk:

$$f(x, y, z) = \sum_{m,n,p=-\infty}^{+\infty} C_{mnp} e^{-j(mk_x x + nk_y y + pk_z z)} \quad (47.a)$$

ahol:

$$C_{mnp} = \frac{1}{\lambda_x \lambda_y \lambda_z} \int_0^{\lambda_x} \int_0^{\lambda_y} \int_0^{\lambda_z} f(x, y, z) \cdot e^{-j(k_x x + k_y y + k_z z)} dx dy dz. \quad (47.b)$$

Ezzel megkaptuk a háromdimenziós Fourier sor komplex alakját. A fenti komplex alakból áttérhetünk a Fourier sor trigonometrikus alakjára. A 15.e,f formulákhoz hasonlóan kapjuk:

$$\tilde{f}(x, y, z) = \sum_{m=0}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} [A_{mnp} \cos (mk_x x + nk_y y + pk_z z) +$$

$$+ B_{mnp} \sin (mk_x x + nk_y y + pk_z z)] \quad (47.c)$$

A fenti formulában a sin és a cos tagokat összevonva:

$$f(x, y, z) = \sum_{m=0}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} D_{mnp} \cos (k_x x + k_y y + k_z z - \varphi_{mnp}). \quad (47.d)$$

Végül a 15.c formulával analóg módon, a 46.d szerinti trigonometrikus szorzatokkal:

$$f(x, y, z) = \sum_{m=0}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} (a_{mnp} \cos mk_x x \cdot \cos nk_y y \cdot \cos pk_z z + b_{mnp} \cos mk_x x \cdot \cos nk_y y \cdot \sin pk_z z + \dots + h_{mnp} \sin mk_x x \cdot \sin nk_y y \cdot \sin pk_z z) \quad (47.e)$$

A fenti formulában szereplő nyolc tag azonos a 46.d-ben felírt nyolc alap-függvénnyel. Ezek a háromdimenziós szinusz alapfüggvények is ortogonális rendszert képeznek (teljesen analóg módon az 1.d pontban tárgyalt kétdimenziós esettel). Ez lehetőséget ad az a_{mnp}, b_{mnp} stb. együtthatók meghatározására.

Az együtthatók meghatározása a 4. 1. pontban ismertett módon történik. Ugyancsak a kétdimenziós Fourier sorral kapcsolatban a 4. 2. pontban ismertett módon határozhatjuk meg a C_{mnp} komplex együtthatókat illetve ezekből az $A_{mnp}, B_{mnp}, D_{mnp}$ együtthatókat. Az együtthatókat itt nem írjuk fel, csupán irodalomban hivatkozunk (például az 5. irodalom).

A háromdimenziós Fourier soroknak térbeli periodikus jelenségek tárgyalásánál van nagy jelentőségük (például hullámterjedésnél, kristályszerkezetek röntgen vizsgálatánál, stb.).

A 47.a,b,...e formulák alapján azonnal felírhatjuk a háromnál több dimenziós periodikus függvények Fourier sorát, de ezek a gyakorlatban nem igen fordulnak elő.

9. 3. A három- és többdimenziós Fourier integrál

A három- és többdimenziós Fourier sorok formuláiból származtatjuk $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z \dots \rightarrow \infty$ átmenettel a megfelelő Fourier integrál formuláit. De a kétdimenziós Fourier integrál komplex alakjából, a 18.b,c formulákból az analógia alapján azonnal felírhatjuk a végeredményt „n” dimenzió esetére. Így kapjuk $n=3$ esetén:

$$F(u, v, w) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y, z) \cdot e^{-j(ux+vy+wz)} dx dy dz \quad (48.a)$$

és fordítva:

$$f(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(u, v, w) \cdot e^{-j(ux+vy+wz)} du dv dw. \quad (48.b)$$

Ha $n > 3$, akkor az exponenciális kitevők további tagokkal bővülnek, a 48.b formulában pedig a konstans szorzóban (2π) az n -ik hatványon szerepel.

A Fourier integrál jelentősége abban van, hogy tetszőleges alakú függvényt (kevés korlátozással) elemi szinusz függvények összegeként állít elő. Egydimenziós esetben az ismert szinusz függvények összegeként, többdimenziós esetben pedig az előzőekben ismerttett többdimenziós szinusz függvények összegeként. Többdimenziós esetben különösen fontos a 48.b formula, amelyben $e^{j(ux+vy+wz)}$ egy $\vec{e}_1 u + \vec{e}_2 v + \vec{e}_3 w$ hullámvektorú síkhullám. Tehát a 48.b Fourier integrál azt a tényt fejezi ki, hogy minden térbeli alakzat, hullám, síkhullámok, pontosabban háromdimenziós elemi szinusz hullámok összegeként állítható elő.

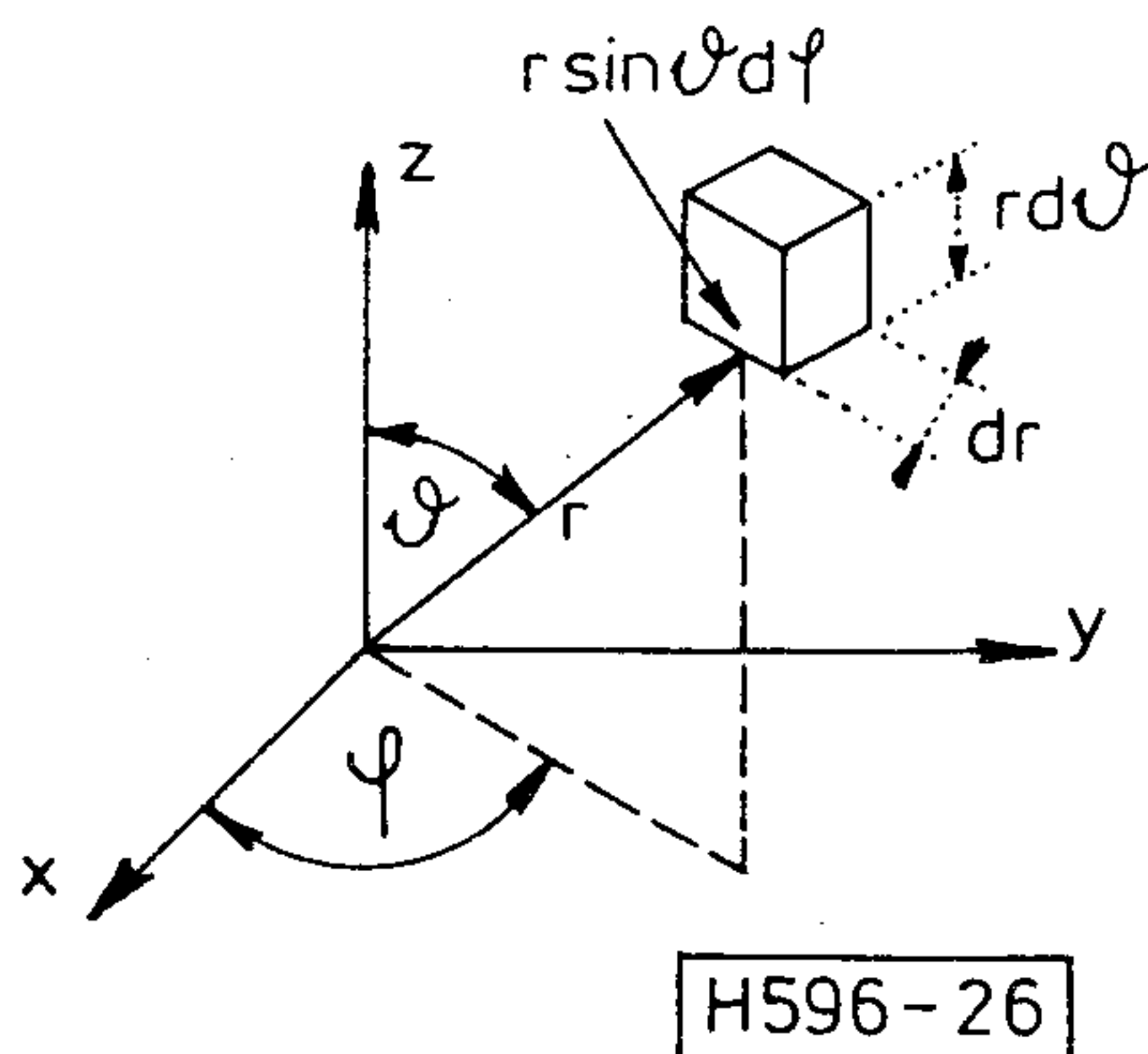
A háromdimenziós Fourier integrállal kapcsolatban is levezethetők a kétdimenziós esetben tárgyaltakkal analóg tételek, de ezeket itt helyhiány miatt mellőzzük. Csupán néhány kiegészítést teszünk.

a) Gömbszimmetrikus esetben a Fourier integrál formulái nagy mértékben egyszerűsödnek. Ilyenkor célszerű a 26. ábra szerinti gömbi koordináta rendszert választani. Itt:

$$\begin{aligned} x &= r \sin\theta \cdot \cos\varphi \\ y &= r \sin\theta \cdot \sin\varphi \\ z &= r \cos\theta \end{aligned} \quad (49.a)$$

és az elemi térfogat az ábrából leolvashatóan:

$$dK = r^2 \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi \cdot dr. \quad (49.b)$$



26. ábra. A gömbi koordinátarendszer

Írjuk fel ezeketán a 48.a formulát gömbi koordinátákban. A $dx dy dz$ elemi térfogat helyett a 49.b formulát írjuk, $f(x, y, z)$ helyett $f(r, \theta, \varphi)$ -it, $ux+vy+wz$ helyett $\vec{k} \cdot \vec{r}$ -et, $F(u, v, w)$ helyett pedig $F(\vec{k})$ -át. Az integrálás határait az új változóknak megfelelően vesszük fel. Így kapjuk:

$$F(\vec{k}) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^\pi f(r, \theta, \varphi) e^{j\vec{k} \cdot \vec{r}} r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \, dr. \quad (50.a)$$

Gömbszimmetrikus esetben megszűnik a θ, φ -tól való függés. A φ szerinti integrálás 2π -it ad, tehát a fenti integrál az alábbi alakú lesz:

$$F(k) = 2\pi \int_0^\infty f(r) \left[\int_0^\pi e^{j\vec{k} \cdot \vec{r}} r^2 \sin\theta \, d\theta \right] dr. \quad (50.b)$$

Mivel „ $\vec{k}$ ” irány-független lett, $F(\vec{k})$ helyett $F(k)$ -át írunk. Az irány-függetlenség miatt elegendő k -át csak egyetlen irányban kiszámítani. Egyszerűen kapjuk meg k -át a „ z ” irányban. Ugyanis ha a k vektor ebbe az irányba mutat, akkor $\vec{k} \cdot \vec{r} = kr \cos\theta$. Ezt behelyettesítve 50.b-be, a szögletes zárójelben lévő integrál egyszerűen számítható. $\eta = jkr$ új változó bevezetésével. Az egyszerű számítás eredményeképpen az integrál $2r \sin kr$ -nek adódik. Ezt behelyettesítve 50.b-be kapjuk:

$$F(k) = 4\pi \int_0^\infty f(r) r \sin kr \, dr. \quad (50.c)$$

És hasonló számításmenettel kapjuk fordítva:

$$f(r) = \frac{2}{(2\pi)^2} \int_0^\infty F(k) k \sin kr \, dk. \quad (50.d)$$

b) A háromdimenziós Dirac impulzus csak egyetlen x_0, y_0, z_0 pontban vesz fel végtelen nagy értéket, mindenütt másutt zérus értékű. Tehát definíciószerűen:

$$\delta(x-x_0, y-y_0, z-z_0) = \begin{cases} \infty, & \text{ha: } x=x_0, y=y_0, z=z_0 \\ 0, & \text{mindenütt másutt} \end{cases} \quad (51.a)$$

és:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x-x_0, y-y_0, z-z_0) dx dy dz = 1. \quad (51.b)$$

A mintavételező tulajdonság:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y, z) \cdot \delta(x-x_0, y-y_0, z-z_0) dx dy dz = \\ = f(x_0, y_0, z_0). \end{aligned} \quad (51.c)$$

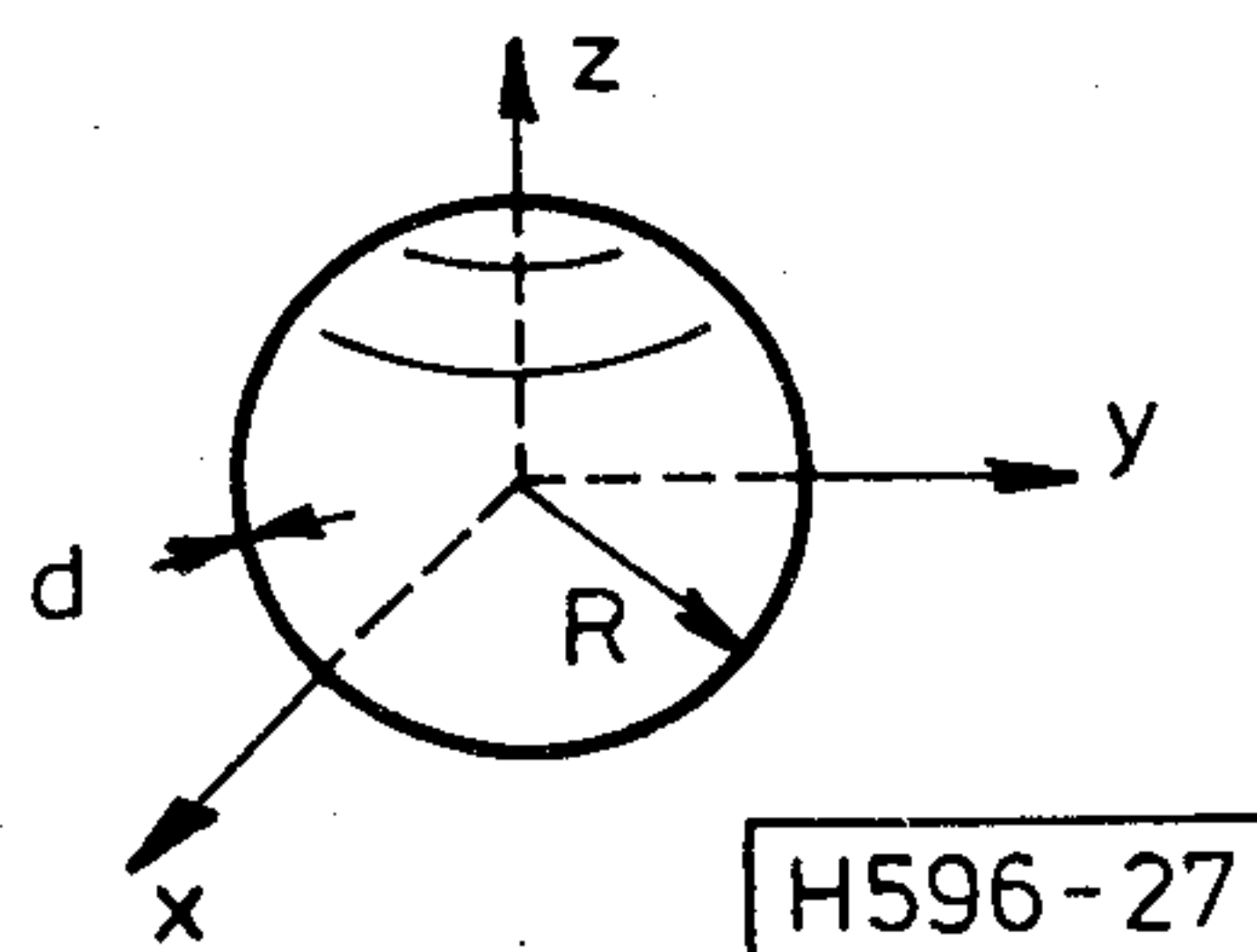
A spektrum:

$$K \cdot \delta(x, y, z) \leftrightarrow K \quad (51.d)$$

$$K \cdot \delta(x-x_0, y-y_0, z-z_0) \leftrightarrow K \cdot e^{-j(ux_0+vy_0+wz_0)} \quad (51.e)$$

Formáink teljes összhangban vannak a kétdimenziós Dirac impulzus 34,35,36 formuláival.

Ha egy $f(x, y, z)$ függvény csak egy térgörbe vagy egy felület mentén vesz fel véges (vagy végtelen nagy)



27. ábra. Vékony gömbhéj

értéket és mindenütt másutt zérus értékű, akkor vonal illetve felület-impulzusról beszélünk.

c) *Példák.*

1. *Példa.* Legyen a 27. ábra szerinti vékony gömbhéj tartományában $f(x, y, z) = A$ és mindenütt másutt zérus. Tehát:

$$f(r) = \begin{cases} A & \text{ha: } R < r < R+d \\ 0 & \text{mindenütt másutt} \end{cases}$$

Mivel példánkban gömbszimmetrikus alakzat szerepel, alkalmazhatjuk az 50.c formulát a spektrum kiszámításánál. Tehát:

$$F(k) = 4\pi \int_R^{R+d} Ar \sin kr \, dr$$

Ha $d \ll R$, akkor az integrál alatt $r \approx R$. Így kapjuk:

$$F(k) \approx 4\pi A d \frac{\sin kR}{k} R. \quad (52)$$

Ha példánkban $d \rightarrow 0$ és $A \rightarrow \infty$, de $A \cdot d = \text{konstans}$, akkor a példánkban szereplő alakzat egy gömbfelület alapú háromdimenziós felület-impulzusba megy át és az 52. formula pontossá válik.

2. *Példa.* Legyen $f(r) = A$ ha: $r < R$ és mindenütt másutt zérus. Tehát egy az „R” sugarú gömbön belül konstans értéket felvevő függvényről van szó. Határozzuk meg a spektrumát. Az 50.c formula alapján:

$$F(k) = \frac{4\pi A}{k} \int_0^R r \sin kr \, dr = \frac{4\pi A}{k^3} (\sin kR - kR \cos kR) \quad (53)$$

3. *Példa.* Határozzuk meg az $f(r) = Ae^{-a^2(x^2+y^2+z^2)} = Ae^{-a^2 r^2}$ három változós Gauss függvény spektrumát. Mivel a függvény gömbszimmetrikus, az 50.c formulával kapjuk:

$$F(k) = \frac{4\pi A}{k} \int_0^\infty r e^{-a^2 r^2} \sin kr \, dr = \frac{A\pi\sqrt{\pi}}{a^3} e^{-k^2/4a^2} \quad (54)$$

A fenti határozott integrált integráltáblázatból olvashatjuk ki, vagy pedig közvetlenül is kiszámíthatjuk, ha $\sin kr$ -et exponenciális alakban írjuk fel.

4. *Példa.* Határozzuk meg az $f(r) = A \frac{e^{-ar}}{r}$ függvény spektrumát. Szintén az 50.c formulával kapjuk:

$$F(k) = \frac{4\pi A}{k} \int_0^\infty e^{-ar} \sin kr \, dr = \frac{4\pi A}{a^2 + k^2} \quad (55)$$

5. *Példa.* Bizonyítsuk be, hogy 2. példánk, ha $R \rightarrow 0$, egy Dirac impulzusba megy át. A bizonyítás: az 53. formulában vagy az integrálban $\sin kr \approx kr$ -et írunk, vagy az

eredményben $\sin kr$ és $\cos kr$ sorainak első két tagját vesszük, eredményül kapjuk: $F(k) = 4\pi AR^3/3$, valóban független k -tól, tehát Dirac impulzusról van szó. Ebben az esetben $F(k)$ értéke azonos a köbtartalommal (a gömb köbtartalma szorozva A -val, tehát négydimenziós köbtartalomról van szó). Ha R csökkentésével A -t megfelelőképpen növeljük, akkor $A \rightarrow \infty$ -el egységnyi köbtartalmú Dirac impulzust kapunk, amelyre: $F(k) = 1$.

6. *Példa.* Bizonyítsuk be, hogy a 3. példában szereplő Gauss alakzat és a 4. példában szereplő exponenciális függvény a $\rightarrow \infty$ esetben szintén Dirac impulzusba megy át.

Összegzés

A Fourier analízis célja végső fokon egy függvénynek – amely lehet periodikus vagy aperiodikus – szinusz függvényekre való felbontása. A felbontás a dimenzió számnak megfelelő dimenziójú szinusz függvényekre történik, így egy dimenziójú függvények esetén a jól ismert szinusz függvényekre, két és több dimenzió esetén a tárgyalt két- és többdimenziós szinusz függvényekre. Bár a felbontás elve független a dimenzió számától, a felbontás bonyolultsága a dimenziószám növelésével rohamosan növekszik. Ennek oka, amint láttuk, hogy a hullámhossz helyébe a dimenzió számának megfelelő komponens-számú k hullámvektor lép.

Felmerül a kérdés, hogy hol van szükség a többdimenziós Fourier sorra és integrálra. Egy dimenzió esetén világos volt, hogy egy feladatban szereplő függvényeket szinusz komponensekre bontva, és a feladatot az egyes szinusz komponensekre megoldva – ami nyilván sokkal egyszerűbb probléma – a kívánt végeredményt ezen részmegoldások lineáris szuperpozíciójával kapjuk. Ugyanezen okból használhatjuk többdimenziós problémák megoldásánál a dimenzió számnak megfelelő dimenziójú szinusz komponensekre való felbontást (például rezgő lemeznél kétdimenziós, rezgő testeknél, hullámterjedési problémáknál a háromdimenziós szinusz függvényekre való felbontást).

Végül egy gyakori félreértésre kívánjuk felhívni a figyelmet. Ha $f(x, y, \dots)$ egy „ n ” változós függvény, mi ezt „ n ” dimenziós függvénynek is neveztük. Nem szabad azonban elfelejtenünk, hogy az ábrázoláshoz $n+1$ dimenziós térre van szükségünk. Gondolja át az olvasó, hogy a tárgyalt két- és háromdimenziós esetekben hogyan kell értelmezni a függvényeket, az ábrázolásban a vonalakat, felületeket, köbtartalmakat. Különösen lényeges ez három dimenzió esetén, ahol a kép már nem szemléletes.

IRODALOM

- [1] R. Bracewell: The Fourier Transform and its Application, McGraw-Hill, 1965
- [2] D. C. Champeney: Fourier Transforms and their Physical Applications, Academic Press, London 1973

- [3] *J. D. Gaskill*: Linear Systems, Fourier Transforms and Optics J.Wiley & Sons, New York 1978
- [4] *C. A. Coulson*: Waves, Oliver & Boyd, Edinburg, London 1952
- [5] *W. Nowacki*: Fourier Synthese von Kristallen und ihre Anwendung in der Chemie, Verlag Birkhäuser, Basel 1952
- [6] *V. L. Saphiro*: Fourier Series in Several Variables, Bulletin of the American Mathematical Society, 1964 Jan.

- [7] *E. M. Stein*: Introduction to Fourier Analysis on Euclidean Spaces, Princeton University Press, 1971
- [8] *G. P. Tolszov*: Rjadü Fourier, Gosz. Izd. Tech. Teoreticeszkoj Literaturi, Moszkva 1951
- [9] *A. Zygmund*: Trigonometric Series, Cambridge University Press, Cambridge 1959
- [10] *H. B. Dwight*: Tables of Integrals, The MacMillan Company, New York 1961

Beszámoló

XIII. International Switching Symposium

(ISS' 90)

Stokholm 1990. május 27 – június 1.

A sorozatban a XIII. International Switching Symposium (ISS' 90) Stokholmban került megrendezésre 1990. május 27 – június 1. között.

Az ISS történelme az alábbi üléseket tartalmazza:

1.	1957	Whippany and Murray Hill
2.	1960	London
3.	1963	Holmdel
4.	1966	Paris
5.	1969	London
6.	1972	Boston
7.	1974	München
8.	1976	Kyoto
9.	1979	Paris
10.	1981	Montreal
11.	1984	Firenze
12.	1987	Phoenix
13.	1990	Stokholm

A részvétel, csúcsokat döntött meg, hiszen 89 országból több mint 3500 küldött és több mint 500 kísérő volt jelen.

A szervezés a hatalmas tömeg ellenére mintaszerű és zökkenőmentes volt.

Az ISS' 90-re beküldött 480 előadásból 120-at fogadott el a Tudományos Bizottság. Ezek az előadások 1 nyitó plenáris ülésen, 30 szekcióülésen, 1 poster ülésen és 1 záró plenáris ülésen hangzottak el.

Az előadások anyagát „Proceedings of the XIII. International Switching Symposium” címmel adták ki,

amit kiegészít az első napi 5 előadás anyaga „Welcome to the First Day of an Exciting Week” címen.

A szekció ülések témacsoportok köré szerveződtek és az alábbi főbb témacsoportok kerültek fel a napi-rendre:

- 1. Szélessávú hálózatok fejlődése
- 2. Nagyvárosi hálózatok
- 3. ATM kapcsolási elrendezések
- 4. Szélessávú hozzáférés és kapcsolás
- 5. Szélessávú üzemi tapasztalatok
- 6. Jelzésátvitel és protokollok
- 7. Hangszolgálatok
- 8. ISDN fejlődés
- 9. ISDN tapasztalatok
- 10. Intelligens Hálózat (IN) fejlődés
- 11. IN szolgálat és adatirányítás
- 12. IN megvalósítás
- 13. IN szolgálat megformálása
- 14. Távközlés igazgatási hálózat
- 15. Optikai kapcsolás és VLSI
- 16. Objektív – orientált szoftver
- 17. Szoftver – fejlesztés és mozgathatóság
- 18. Vizsgálat és minőség
- 19. Hálózatok teljesítő képessége
- 20. Rurál hálózatok és tapasztalatok
- 21. Rendszer – megvalósítás
- 22. Mozdó hálózatok
- 23. Mozdó- és műholdas kommunikáció

(Folytatás a 275. oldalon)

FIR szűrők együttes amplitúdó- és fázisapproximációja

LEEB FERENC - DR. HENK TAMÁS

Távközlési Kutató Intézet

Összefoglalás

A cikkben együttes amplitúdó- és fázisapproximációt ismertetünk FIR szűrők tervezésére. A módszer két részből áll: az áteresztősávi amplitúdó és fázis együttes interpolációjából és a zárósávi amplitúdó interpolációjából. A két részt a Remez-algoritmus köti össze.

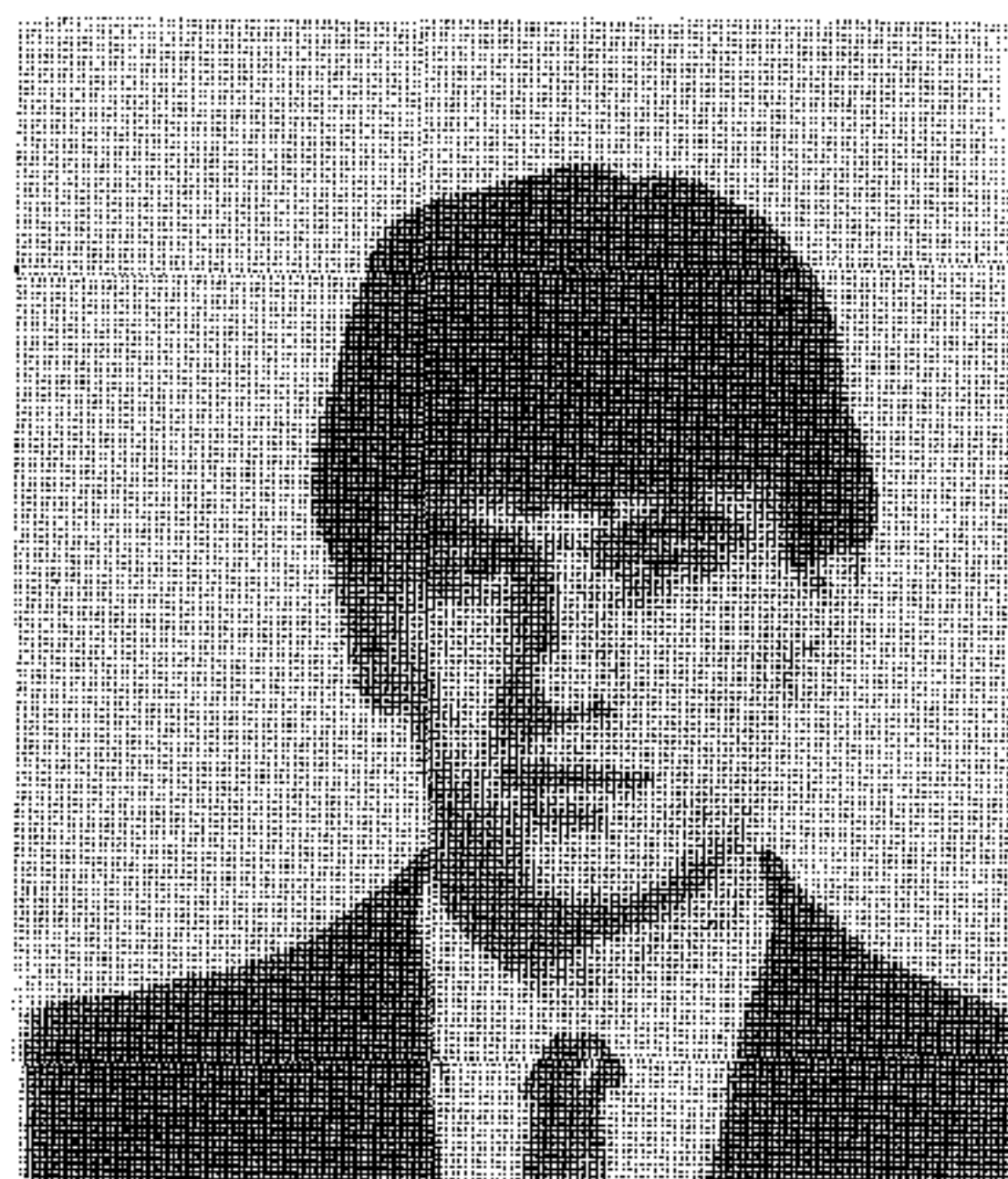
Az interpolációs polinomok rekurziós formulákkal állíthatók elő. Az együttes approximáció eredményeként adódó szűrők tulajdonságait összehasonlíthatjuk az egzakt lineárfázisú és a minimálfázisú szűrők tulajdonságaival.

Bevezetés

E cikkben együttes amplitúdó- és fázisapproximációs módszert ismertetünk FIR szűrők tervezésére, amely az áteresztősávban lineáris fázist valósít meg. A módszer átmenetet jelent az egzakt lineárfázisú szűrők és a minimálfázisú szűrők tervezése között. Az irodalomból számos olyan módszert ismerünk, amelyekkel hatékonyan tervezhetők egzakt lineárfázisú és minimálfázisú FIR szűrők [1-5]. Az egzakt lineárfázisú szűrők hossza és késleltetése azonban nagy, a minimálfázisú szűrőknek pedig nagy a fázistorzítása. Mindebből arra következtethetünk, hogy a két típus két szélső megoldást képvisel. Az egzakt lineárfázisú szűrőtervezéskor az egész frekvenciatartományban megköveteljük a lineáris fázismenetet, a minimálfázisú szűrőtervezés pedig egyáltalán nem foglalkozik a fázis közelítésével.

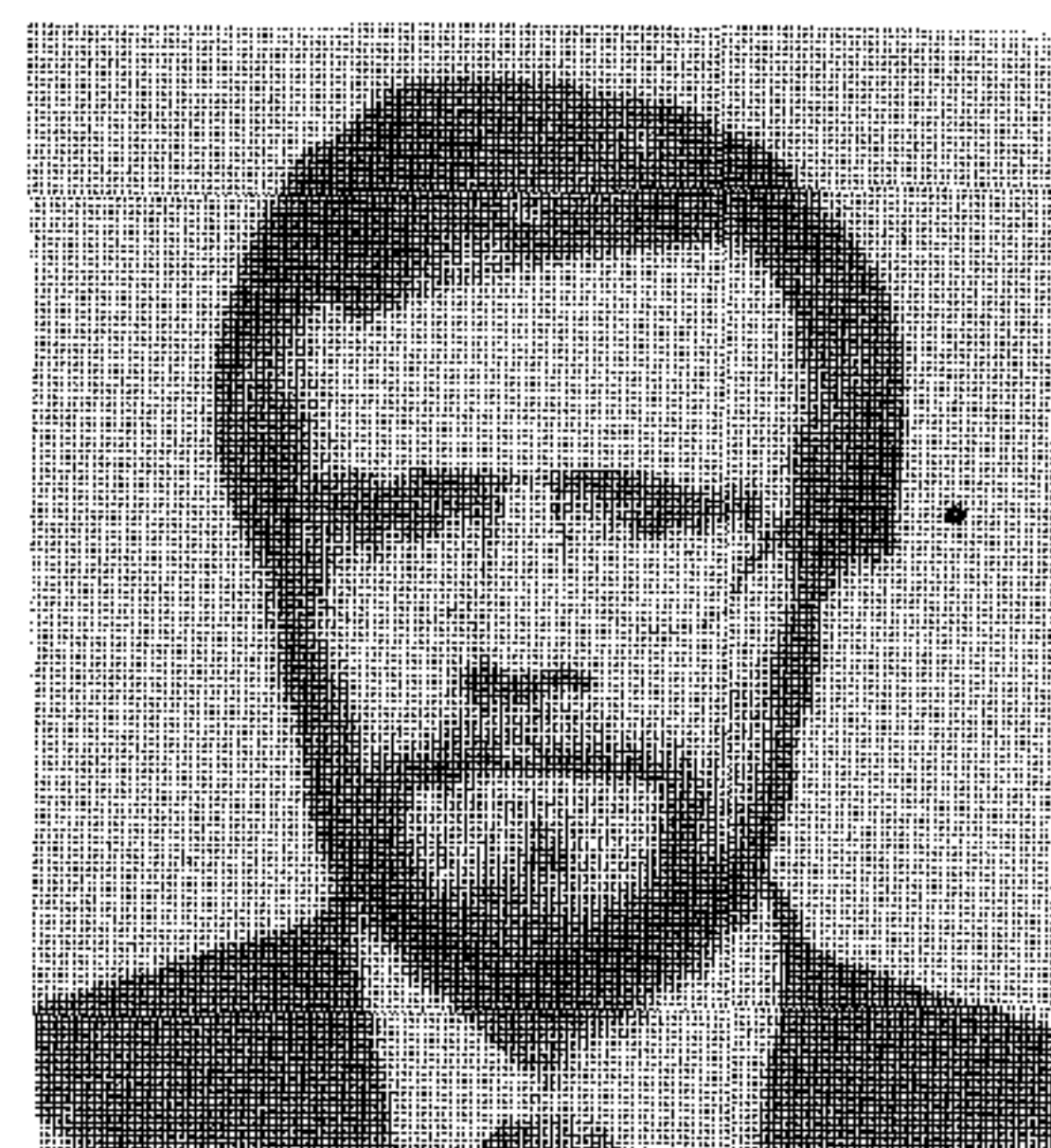
Olyan szűrőket tervezünk, amelyek tulajdonságai az egzakt lineárfázisú és minimálfázisú szűrők tulajdonságai között helyezkednek el, így az általunk tervezett szűrőket a másik két szűrőcsoport átviteli zérusainak mozgatásával származtatjuk. Az 1. ábrán egy egzakt lineárfázisú aluláteresztő FIR szűrő lehetséges zérus-elrendezését látjuk, ahol az áteresztősávi zérusok négyes szimmetriában helyezkednek el. Új szűrőket úgy származtathatunk, hogy feladjuk a zérusok szimmetriáját és a lineáris fázist csak az áteresztő sávban közelítjük. A minimálfázisú hálózattól indulva (2. ábra) új szűrőket az egységkörön kívül elhelyezett új zérusok beiktatásával kapunk lehetővé téve a fázis kiegyenlítését.

A maximálisan lapos approximációt választva az átviteli függvény explicit formában megadható koncentrált, elosztott paraméterű és digitális szűrőkre [6-8]. Egyenletes közelítés esetére iterációs módszereket publikáltak [9-11].



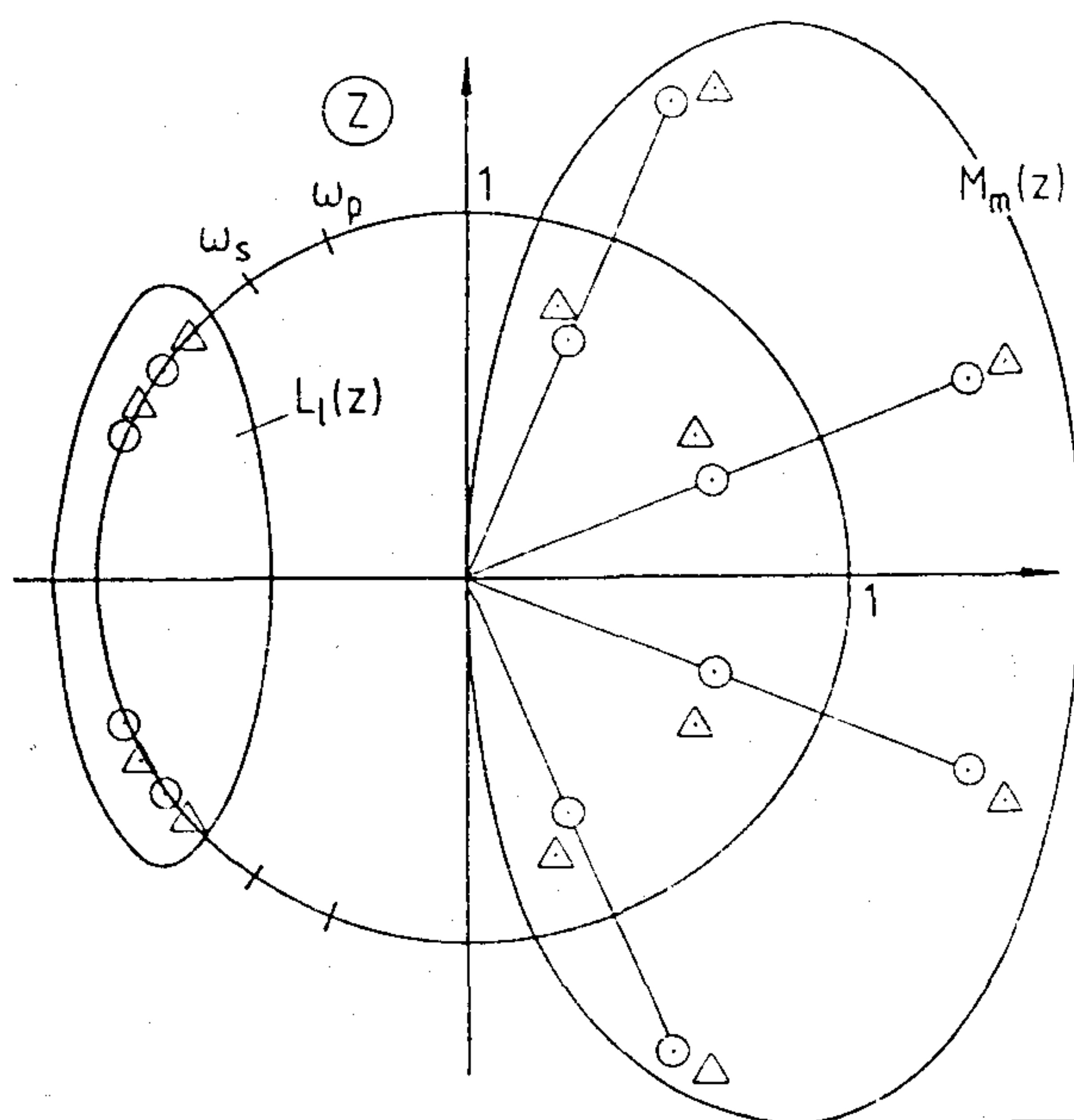
LEEB FERENC

1986-ban végzett a BME Villamosmérnöki Karán. 1986-tól 1989-ig az MTA tudományos ösztöndíjasa, kijelölt kutatóhelye a TKI volt. 1989-től a TKI-ban tudományos munkatárs. 1988-ban, majd 1989-től a Bochumi Egyetemen (NSZK) vendégkutató. Kutatási területe: lineáris hálózatelemzés, digitális jelfeldolgozás. Jelenleg kandidátusi értekezésen dolgozik.



DR. HENK TAMÁS

1973-ban végzett a BME Villamosmérnöki Karán. Azóta a TKI-ban dolgozik, jelenleg tudományos főosztályvezetőként. A TKI-ban az adatátviteli modemcsalád, számítógéppel segített tervezésében és az Intercsat SCPC úrtávközlő berendezés kidolgozásában vett részt. Kutatási területei: lineáris és nemlineáris hálózatelemzés, adatátvitel, digitális jelfeldolgozás. 1977-79-ben a Dublini Egyetemen (Írország) volt vendégkutató. 1980-ban kapta egyetemi doktorátusát a BME-en és 1985 óta a műszaki tudomány kandidátusa.



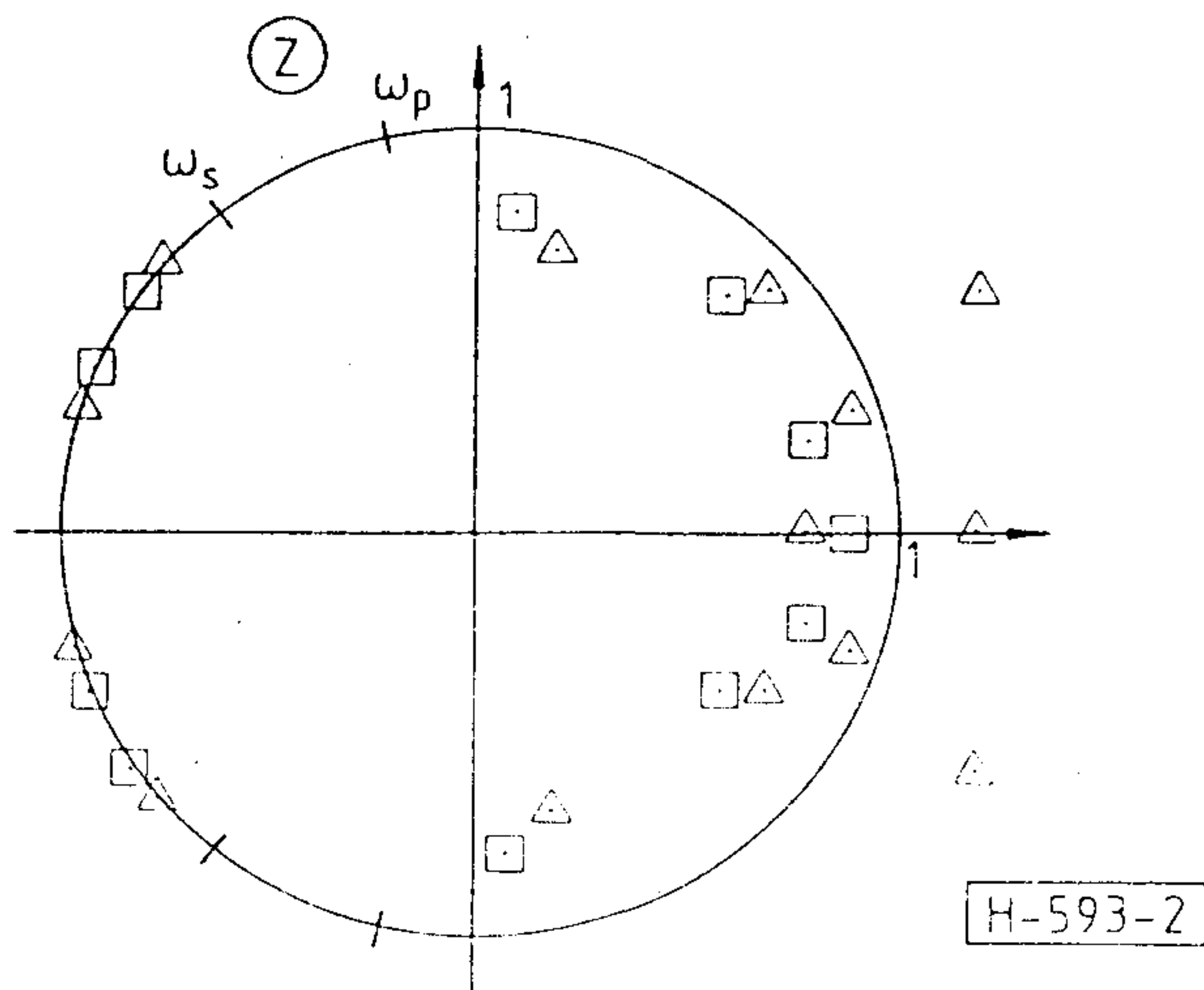
H-593-1

1. ábra. Közel lineárfázisú szűrő származtatása egzakt lineárfázisú szűrőből

○ – egzakt lineárfázisú szűrő zérusai

Δ – közel lineárfázisú szűrő zérusai

Beérkezett: 1990. II. 27. (□)



2. ábra. Közel lineárfázisú szűrő származtatása minimálfázisú szűrőből

□ – minimálfázisú szűrő zérusai
 Δ – közel lineárfázisú szűrő zérusai

Tervezési stratégia

A FIR szűrők átviteli függvénye p-tartományban

$$H(p) = \frac{N(p)}{(1+p)^N} \quad (1)$$

alakban fogalmazható meg. Az $N(p)$ polinomot

$$N(p) = M_m(p) \cdot L_l(p), \quad m + 2l = N \quad (2)$$

alakban írhatjuk fel, ahol $M_m(p)$ m -ed fokú polinom, amely az áteresztősávi zérusokat foglalja magában, míg $L_1(p)$ $2l$ -edfokú polinom, amely a zárósávi zérusokat tartalmazza.

A FIR szűrők együttes amplitúdó- és fázisapproximációja hasonlóan a [12]-ben található együttes approximációs módszerekhez külön áteresztősávi és külön zárósávi approximációs eljárásból épül fel.

A feladat $M_m(p)$ generálása, amely az adott amplitúdó- és fáziselőírásokat valósítja meg áteresztőszámban, miközben $L_1(p)$ -t ismertnek tekintjük az áteresztőszávi approximáció szempontjából ill. $L_1(p)$ meghatározása, amely az adott amplitúdó előírásokat interpolálja zárószámban és ebben az esetben $M_m(p)$ -t ismertnek tekintjük. Ezeket a lépéseket iteratíven ismételjük.

A fenti interpolációs eljárásokat a Padé-approximáción [13] alapuló lineáris problémaként fogalmaztuk meg, amely széleskörűen használt a hálózatelméletben. Az interpolációs polinomok meghatározása rekurzív úton történik és a rekurzióban szereplő együtthatókat is rekurziós formulákkal határozzák meg.

Ezek az interpolációs eljárások Remez-ciklusba foglalhatók, [14], amely lehetővé teszi az egyenletes ingadozású amplitúdó karakterisztika kialakítását.

A tervezési eljárás interpolációs algoritmusait a komplex p-tartományban fogalmaztuk meg, így szükséges az előírások előtorzítása a bilineáris transzformációnak megfelelően, míg a tervezés végén szintén a

bilinéáris transzformációval kaphatjuk meg a FIR szűrő z -tartománybeli transzferfüggvényét. A közvetlenül z -tartományban kidolgozott algoritmusok [15] -ben és az algoritmusok bizonyítása a [16] található meg.

Áteresztősávi approximáció

A tömörebb kezelés érdekében bevezetjük az $F(p)/G(p)$ racionális törtfüggvényt, amely az amplitúdó- és fáziselőírásokat hordozza. A feladat $M_m(p)$ meghatározása, amely az előírt amplitúdó- és fáziselő-

Az $M_m(p)$ polinómok meghatározása lineáris egyenlettel fogalmazható meg,

$$\begin{aligned} & \frac{M_m(p) \cdot L_l(p)}{(l+p)^N} = \\ & = \frac{F(p)}{G(p)} + W_n(p) \cdot \frac{L_l(p)}{(1+p)^N} \cdot p^q \cdot \prod_{l=1}^n (p^2 + v_l^2) \quad (3) \end{aligned}$$

ahol $L_n(p)$ rögzített, $W_n(p)$ tetszőleges hibafüggvény pólusok nélkül az előírt ξ_i és $\xi = 0$ frekvenciákon, n és q az előírt frekvenciák számára utal és a (3)-ban szereplő m, n és q között az

$$m + 1 = 2n + q$$

kötés áll fenn. A q értéke 1 és 0 lehet m páros ill. páratlan értékére, $q=1$ -nek csak aluláteresztő esetben van értelme.

A (3) egyenlet rendezésével az

$$M_m(p) = \frac{F(p) \cdot (1+p)^n}{G(p) \cdot L_l(p)} + W_n(p) \cdot p^q \cdot \prod_{l=1}^n (p^2 + v_l^2) \quad (5)$$

alakú lineáris problémára jutunk. Az $M_m(p)$ polinomra vonatkozó rekurziós összefüggés a [12] 6-1 táblázat alapján

$$M_{m+2}(p) = M_m(p) + (\lambda_n + \mu_n p) \cdot p^q \cdot \prod_{l=1}^n (p^2 + v_l^2),$$

$$n = \left\lceil \frac{m+1}{2} \right\rceil \quad (6)$$

alakban írható, míg a rekurzióban szereplő λ_n , μ_n rekurziós együtthatók és a $W_n(p)$ hibafüggvény szintén rekurzív úton származtatható. Vezessük be a

$$\begin{aligned} W_n(p) &= U_n(p) + p \cdot V_n(p), \\ U_n(p) &= Ev[W_n(p)], \\ V_n(p) &= Od[W_n(p)] \end{aligned} \quad (7)$$

jelöléseket, ahol $Ev [P_n(p)]$ ill. $Od [P_n(p)]$ a $P(p)$ polinom páros ill. páratlan részét jelöli. A (7) felhasználásával a λ_n, μ_n rekurziós együtthatókra és a $W_n(p)$ hibafüggvényre az alábbi összefüggések származtathatóak:

$$\lambda_n = -U_n(p)|_{p=j\nu_{n+1}}, \mu_n = -V_n(p)|_{p=j\nu_{n+1}}, n \geq 0 \quad (8)$$

$$W_n(p) = \frac{W_{n-1}(p) + \lambda_{n-1} + \mu_{n-1} \cdot p}{p^2 + \nu_n^2} \quad (9)$$

$$U_n(p) = \frac{U_{n-1}(p) + \lambda_{n-1} \cdot p}{p^2 + \nu_n^2} \quad (10)$$

$$V_n(p) = \frac{V_{n-1}(p) + \mu_{n-1}}{p^2 + \nu_n^2} \quad (11)$$

A rekurzió során az $M_m(p)$ polinom fokszáma 2-vel növekszik, így különböző kezdőfüggvények adódnak páros ill. páratlan fokszámú polinomok esetén.

Páros esetre az $M_m(p)$ és $W_n(p)$ kezdőfüggvényei

$$M_o(p) = \lambda_{-1},$$

$$W_o(p) = \frac{\lambda_{-1}}{p} - \frac{F(p) \cdot (1+p)^N}{pL_l(p) \cdot G(p)} \quad (12)$$

ahol

$$\lambda_{-1} = \frac{F(p) \cdot (1+p)^N}{G(p) \cdot L_l(p)} \Big|_{p=0} \quad (13)$$

míg páratlan esetben a kezdőfüggvények

$$M_1(p) = \lambda_o + \mu_o \cdot p,$$

$$W_o(p) = -\frac{F(p)(1+p)^N}{G(p)L_l(p)} \quad (14)$$

Zárósávi approximáció

Ebben az esetben a feladat az $L_1(p)$ polinom generálása, amely az ismert $M_m(p)$ polinommal együtt az előírt amplitúdóértékeket interpolálja az adott zárósávi frekvenciasávon. Pontosabban a tervezésnél a szabad paraméter a zárósávi csillapítás, ugyanis az áteresztőtartomány, a zárótartomány sávszélfrekvenciája, továbbá az áteresztősávi ingadozás rögzített. Az $L_1(p)$ polinom $2l$ -edfokú páros polinom, így a feladatot rögtön lineáris formában fogalmazzuk meg.

$$L_e(p) = a_e(-1)^i \sqrt{\frac{(1+p^2)^N \cdot \tilde{F}(p)}{\tilde{M}_m(p) \cdot \tilde{G}(p)}} + Z_e(p) \prod_{i=1}^l (p^2 + \omega_i^2) \quad (15)$$

ahol $F(p)/G(p)$ az előírást hordozza, $M_m(p)$ a zárósávi interpoláció szempontjából ismert polinom, a $\sim$ jelölés a $P(p) = P(p) \cdot P(-p)$ jelölésre szolgál, az $(1+p^2)^N$ valójában a $(1+p)^N$, $Z_1(p)$ tetszőleges páros hibafüggvény pólusok nélkül az ω_i frekvenciákon és $(-1)^i$ az előírás váltakozó előjelét valósítja meg a

3. ábrának megfelelően. A zárósávi előírás váltakozó előjele biztosítja, hogy a zárósávi zérusok a $j\omega$ tengelyre kerüljenek. A (15) egyenlet $L_1(p)$ polinomja is rekurzív úton származtatható, az

$$L_{k+1}(p) = (p^2 + \xi_k)L_k(p) - \frac{a_k}{a_{k-1}}(p^2 + \omega_{k+1}^2)L_{k-1}(p) \quad (16)$$

egyenletnek megfelelően. A (16) polinomrekurzió a_k, ξ_k rekurziós együtthatói valamint a $Z_k(p)$ hibafüggvény a következő rekurzív összefüggésekkel származtatható:

$$a_{k+1} = a_k(\xi_k - \omega_{k+1}^2), 0 \leq k \leq l-1 \quad (17)$$

$$\xi_k = \frac{a_k}{a_{k-1}} \cdot \frac{Z_{k-1}(j\omega_{k+2})}{Z_k(j\omega_{k+2})} + \omega_{k+2}^2, 0 \leq k \leq l-1$$

$$Z_k(j\omega_i) = \frac{(\xi_{k-1} - \omega_i^2) \cdot Z_{k-1}(j\omega_i) - \frac{a_{k-1}}{a_{k-2}} Z_{k-2}(j\omega_i)}{\omega_{k+1}^2 - \omega_i^2}, \quad (18)$$

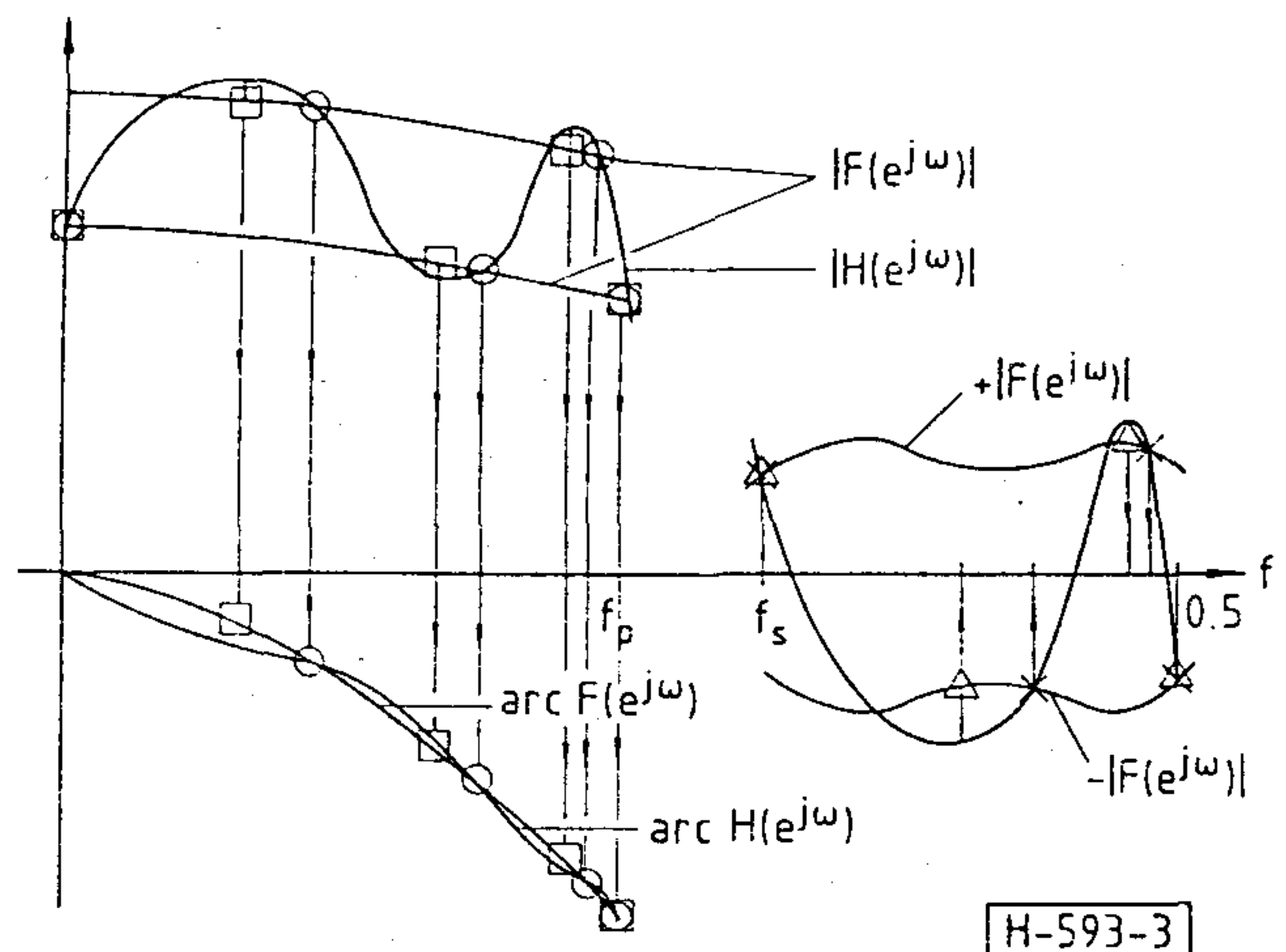
$$1 \leq k \leq l-1, \quad k=2 \leq i \leq l+1 \quad (19)$$

$$L_{-1}(p) = 0, \quad L_o(p) = 1 \quad (20)$$

$$Z_{-1}(j\omega_i) = -(-1)^i \cdot \sqrt{\frac{(1-j\omega_i^2)^N \cdot \tilde{F}(j\omega_i)}{\tilde{M}_m(j\omega_i) \cdot \tilde{G}(j\omega_i)}} \quad (21)$$

$$Z_o(j\omega_i) = \frac{1 + a_o \cdot Z_{-1}(j\omega_i)}{\omega_1^2 - \omega_i^2} \quad (22)$$

$$a_{-1} = 1, \quad a_o = -\sqrt{\frac{\tilde{M}_m(j\omega_1) \cdot \tilde{G}(j\omega_1)}{(1-j\omega_1^2)^N - \tilde{F}(j\omega_1)}} \quad (23)$$



3. ábra. A Remez-algoritmus alkalmazása

- - interpolációs pontok az áteresztősávban
- × - interpolációs pontok a zárósávban
- - új interpolációs pontok az áteresztősávban
- △ - új interpolációs pontok a zárósávban

Az áteresztő- és zárósávi approximáció kombinálása

A tervezés áteresztősávi approximációval indul, ahol $L_1(p)$ a referencia egzakt lineáris vagy minimálfázisú szűrő zérusait tartalmazza. A kezdő amplitúdó interpolációs pontokat az előírt toleranciasémán felváltva vesszük fel, mégpedig azokon a frekvenciákon, ahol a referenciaszűrő amplitúdómenetének szélső értékei vannak és a kezdő fázis interpolációs pontokat magán a báziskarakterisztikán vesszük fel, mégpedig ugyanazokon az áteresztősávi frekvenciákon, ahol az amplitúdóelőírásokat választottuk. (3. ábra).

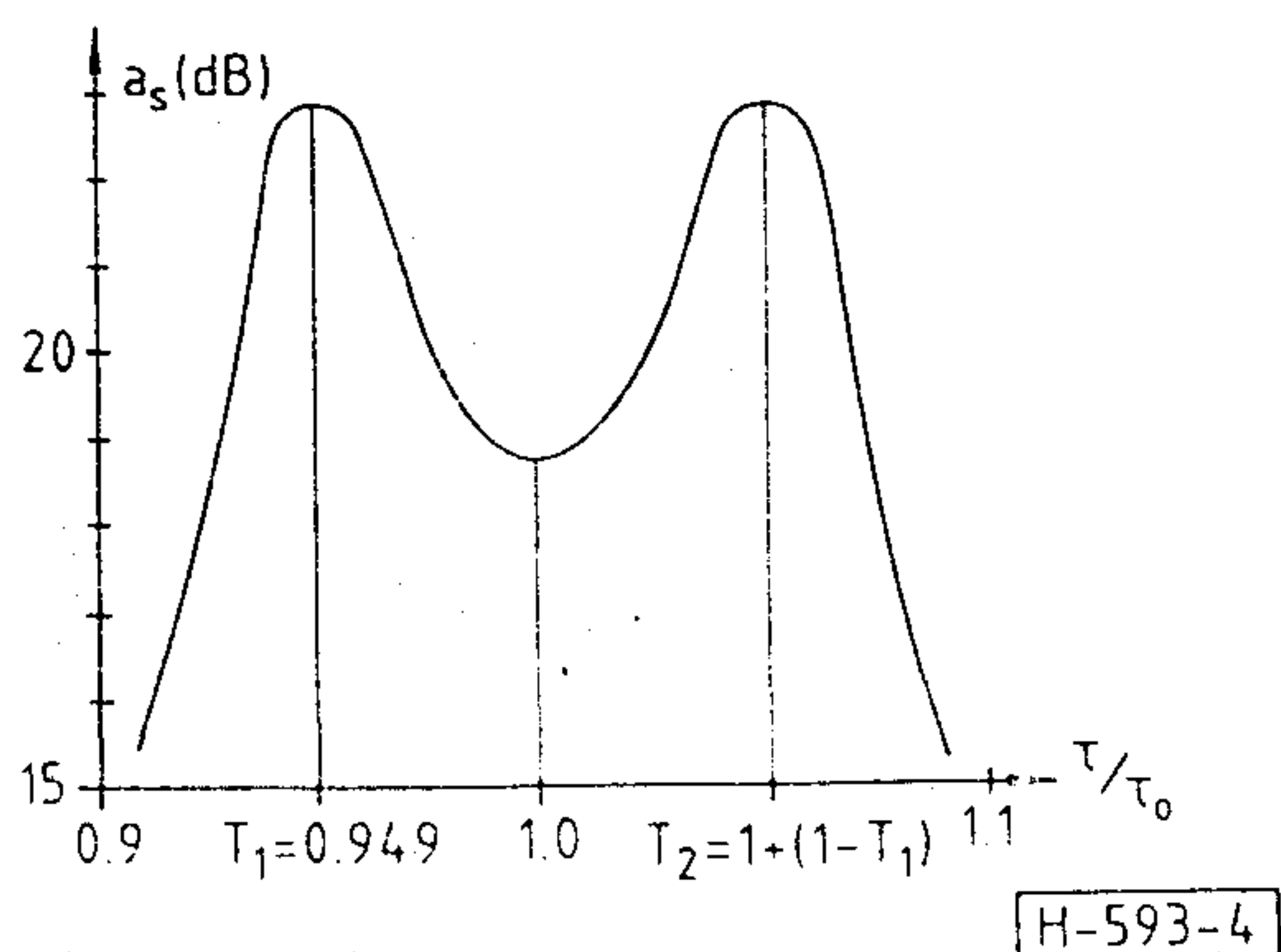
Az áteresztősávi interpoláció után a zárósávi interpolációs pontokat az előírt toleranciasémán vesszük azokon a frekvenciákon, ahol az eltérés a legnagyobb az előírás és az első interpoláció között (3. ábra).

A zárósávi approximáció után az új áteresztősávi interpolációs pontokat az amplitúdóelőírás és az interpoláció eredményeként előálló $H(p)$ amplitúdómenetnek legnagyobb eltéréseinél választjuk, míg a fázis előírásokat ehhez választjuk, hasonlóan mint az első áteresztősávi interpolációnál (3. ábra).

Az interpolációs eljárásokat felváltva alkalmazva érjük el az egyenletes ingadozású amplitúdókarakterisztikákat. A Remez-algoritmus felváltva használja a két interpolációs eljárást és az új interpolációs pontokat mindig az előírás és eredmény legnagyobb eltéréseinél választjuk. A végső eredmény egyenletes ingadozású amplitúdókarakterisztikákat és egyenlőtlen ingadozású fáziskarakterisztikát biztosít.

A szelektivitás növelése fázistorzítással

Az áteresztősávi interpoláció az adott frekvenciákon egyszerre valósít meg amplitúdó- és fáziselőírásokat, így valójában mindkét karakterisztikát azonos sávszélességgel valósítjuk meg. Azonban a fáziskarakterisztikát elegendő keskenyebb sávban approximálni, ugyanis a jel spektruma általában a sáv szélénél kisebb [6]. A különböző sávszélességű approximáció az előzőekben ismertetett algoritmusok segítségével a következő fázistorzítás felhasználásával valósítható meg [6]:



4. ábra. Összefüggés a zárócsillapítás és a késleltetés között

$$\varphi_t(\omega) = -\omega\tau \left[1 + \left(\frac{|\omega|}{\omega_t} \right)^t \right], \quad \omega_a \leq \omega_t \leq \omega_z \quad (24)$$

ahol τ a közelítendő késleltetés, $\varphi_t(\omega)$ a torzított fáziselőírás és ω_t, t a torzítási paraméterek, amelyeket kísérletileg határoztunk meg a megengedett fázistorzítás figyelembevételével. Így a zárósávi csillapítás jelentős növekedését érthetjük el.

Tervezési példák

Tervezési példákon keresztül vizsgáljuk az együttes approximációval tervezett aluláteresztő FIR szűrő tulajdonságait és összehasonlító vizsgálatot végzünk a minimálfázisú, közel lineárfázisú és az egzakt lineárfázisú FIR szűrők között.

Az 1. tervezési példával vizsgáljuk az egzakt lineárfázisú szűrőből kiindulva tervezett közel lineáris fázisú FIR szűrők tulajdonságait, míg a 2. tervezési példában egy minimálfázisú szűrőből származtatjuk a közel lineárfázisú szűrőt.

Tervezési példa 1.

A mintapéldában különböző késleltetésű közel lineárfázisú szűrőket tervezünk, amelyek késleltetését a referencia $N=16$ -odfokú egzakt lineárfázisú szűrő $\tau_0 = T \cdot N/2$ késleltetése körül változtattuk. A szűrők áteresztősávja $[0.0; 0.4]$, zárósávja pedig $[0.45; 0.5]$.

Az áteresztősávi ingadozás minden esetben ugyanaz és a 4. ábra mutatja a zárósávi csillapítást az előírt késleltetés függvényében. A közel lineárfázisú szűrők tervezésénél nem használtuk az előző fejezetben ismertetett fázistorzítást.

Tekintsük a

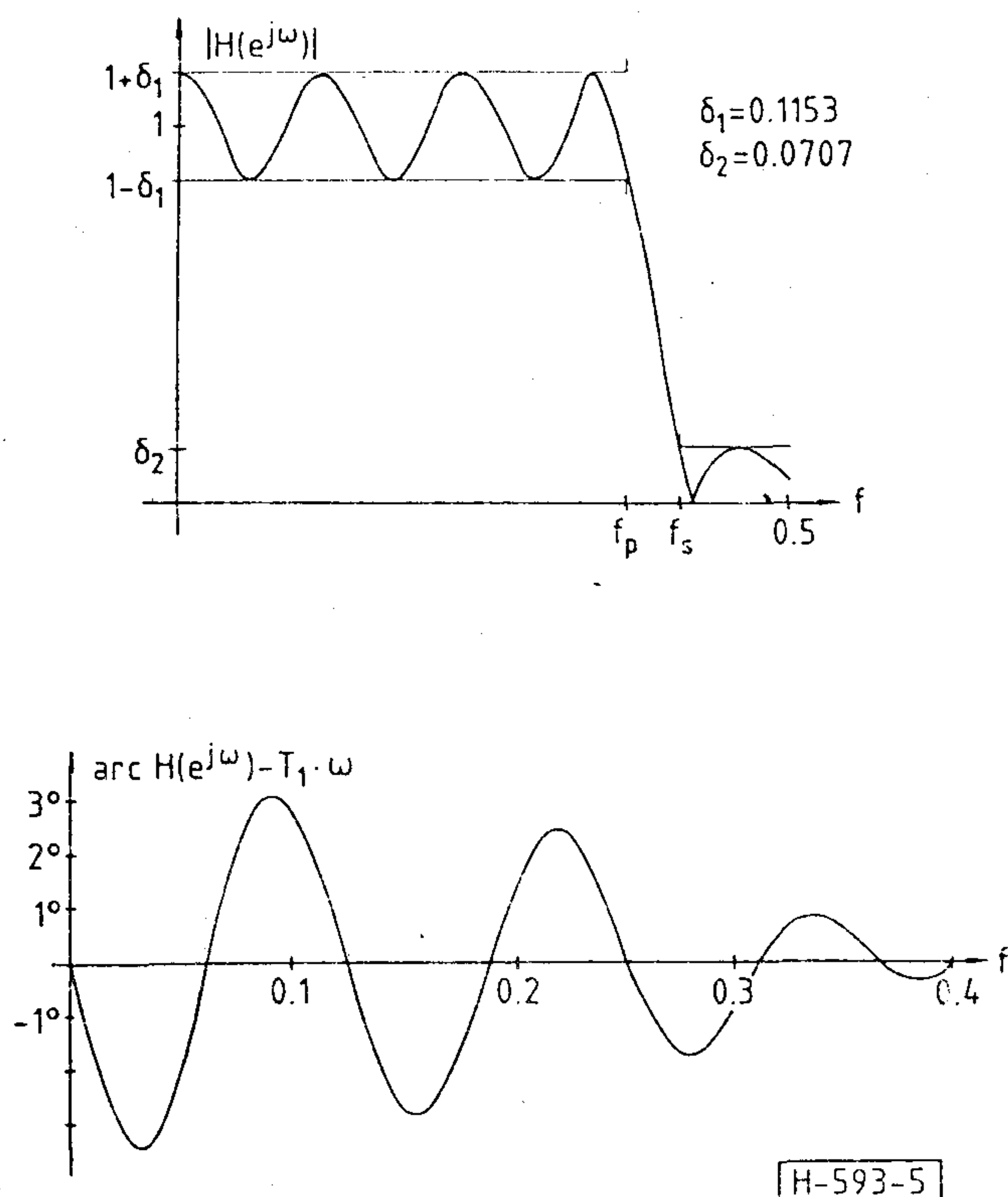
$$H_-(p) = \frac{N(p)}{(1+p)^N} \quad (25)$$

transzferfüggvényt, amely a $(\tau_0 - \Delta\tau)$ késleltetést approximálja, ebben az esetben a

$$H_+(p) = \frac{N(-p)}{(1+p)^N} \quad (26)$$

transzferfüggvény ugyanolyan amplitúdókarakterisztikával rendelkezik és fáziskarakterisztikájának a $(\tau_0 + \Delta\tau)$ -tól való eltérése éppen ellentétes, mint $H_-(p)$ fáziskarakterisztikájának $(\tau_0 - \Delta\tau)$ -tól. Tekintve az új eljárással tervezett, a $(\tau_0 + \Delta\tau)$ ill. $(\tau_0 - \Delta\tau)$ késleltetést közelítő közel lineárfázisú FIR szűrőt a két transzferfüggvény ugyanolyan tulajdonságot mutat, mint $H_+(p)$ ill. $H_-(p)$ azonos kezdeti feltételekből indítva a két approximációt. Így a 4. ábrán látható zárócsillapítás-késleltetés grafikonja szimmetrikus τ_0 körül.

A legnagyobb zárócsillapításhoz tartozó $\tau_1 = 0,949 \tau_0$ késleltetésű közel lineárfázisú szűrő fázishibakarakterisztikája az 5. ábrán látható.



5. ábra. 1. mintapélda

Közel lineárfázisú szűrő $T_1 = 0,949 \tau_0$ késleltetéssel

- a) Amplitúdókarakterisztika
b) Fáziskarakterisztika

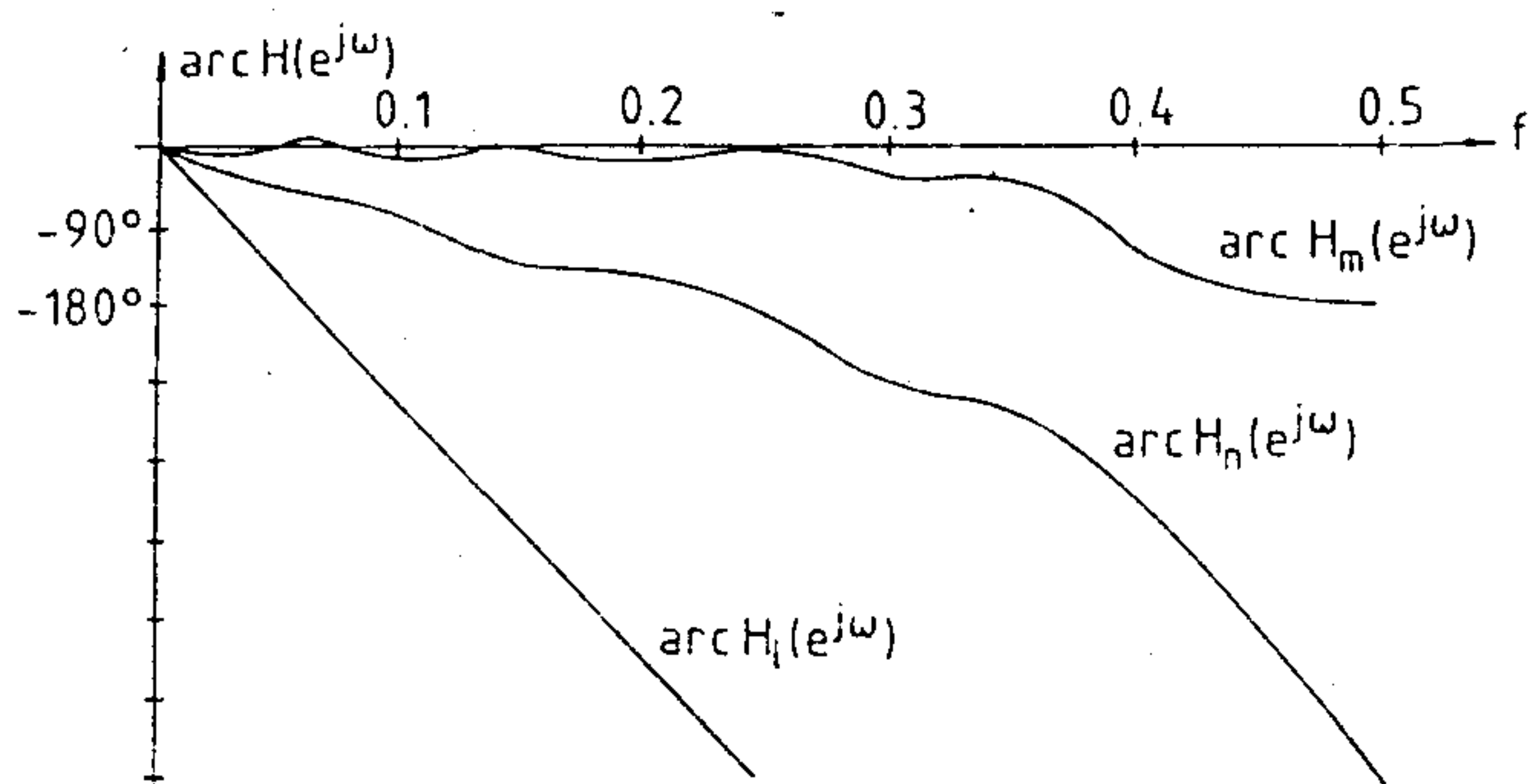
I. táblázat.

A 2. mintapélda szűrőinek összehasonlítása

Szűrő	Minimál-fázisú	Közel lineárfázisú	Egzakt lineárfázisú
Fokszám	11	14	16
Ingadozás az áteresztőszávon	0.10679 (1.862dB)	0.10567 (1.842dB)	0.1153 (2.012dB)
Ingadozás a zárószávon	0.09983 (20.01dB)	0.09826 (20.15dB)	0.1153 (18.76dB)
Késleltetés	0.264	2.31	8.0
Futásidő ingadozás	2.6333	1.4918	0.0
Fázisingadozás	18.6°	13.8°	0.0°

Tervezési példa 2.

A mintapéldában összehasonlítjuk egy ugyanarra az amplitúdóelőírásokra tervezett egzakt lineárfázisú, közel lineárfázisú és minimálfázisú szűrők tulajdonságait. A közel lineárfázisú szűrő esetén alkalmaztuk a fázistorzítást, amelynél a torzítási paraméterek $f_t=0.45$ és



6. ábra. 2. mintapélda

Összehasonlítás a minimálfázisú, a közel lineárfázisú és az egzakt lineárfázisú aluláteresztő FIR szűrők között

- a) Fáziskarakteristikák
b) Fázishiba-karakteristikák,
(folytonos görbe: minimálfázisú szűrő,
szaggatott görbe: közel lineárfázisú szűrő)

$t=14$. A közel lineárfázisú szűrő tervezéséhez 8 iterációra volt szükség és 36,3 sec CPU időre IBM 4331 gépen.

Az I. táblázat összehasonlítást mutat a minimálfázisú, a közel lineárfázisú és az egzakt lineárfázisú szűrők között. A minimálfázisú szűrőnél a késleltetést úgy értelmezzük, hogy az ez által a késleltetés által meghatározott lineárfázistól a szűrő valóságos fázismenete ugyanolyan mértékben térjen el mind pozitív mind negatív irányban ugyanabban a frekvenciasávban, amelyben a közel lineárfázisú szűrőnél a fázist közelítettük.

A szűrő fáziskarakteristikáit és a fázishiba-karakteristikákat a 6. ábra mutatja.

Összegezés

Az előzőekben új tervezési eljárást adtunk FIR szűrők együttes amplitúdó- és fázisapproximációjára. A tervezési eljárás külön áteresztő és külön zárószávi interpolációból épül fel, az interpolációs polinomok számítása rekurzív úton történik, továbbá a rekurziós együtthatókat is rekurzíven származtatjuk.

Az interpolációs algoritmusokat a Remez-algoritmusba ágyazva valósítjuk meg az iteratív tervezést, oly

módon, hogy az algoritmusokat felváltva alkalmazzuk és az új interpolációs pontokat az előírás és az előző interpolációs eredményként kapott $H(j\omega)$ legnagyobb eltéréseinél választjuk.

Mintapéldák segítségével vizsgáltuk a közel lineárfázisú szűrők tulajdonságait és megadtuk az azonos amplitúdókarakterisztikával, de ellentétes fázismenettel rendelkező szűrők közötti összefüggést.

Összehasonlítottuk egy mintapéldán keresztül a minimálfázisú, a közel lineárfázisú és az egzakt lineárfázisú aluláteresztő FIR szűrőket. A tervezett közel lineárfázisú szűrő kisebb fokszerű és késleltetésű, mint az egzakt lineárfázisú szűrő viszonylag csekély fázistorzítás árán.

IRODÁLOM

- [1] J. M. McClellan, T. W. Parks: „A unified approach to the design of optimum FIR linear phase digital filters”, IEEE Tr. Circuit Theory, CT-20, pp. 697-701, Nov., 1973.
- [2] J. M. McClellan, T. W. Parks, L. R. Rabiner: „A computer program for designing optimum FIR linear phase digital filters”, IEEE Tr. Audio and Electroacoustics, AU-21, pp. 506-526, Dec., 1973.
- [3] H. W. Schüssler, O. Herman: „Design of nonrecursive digital filters with minimum phase”, Electronics Letters, 6., pp. 329-330, May 28, 1980.
- [4] T. Aoyama, H. Ueda: „A practical procedure for designing FIR filters with optimum magnitude and minimum phase”, Proc. of Int. Symposium of Circuits and Systems /Tokio/, pp. 24-25, 1979.

- [5] M. Feldmann: „Direct synthesis of minimum phase transversal filters”, Proc. of Int. Symposium on Circuits and Systems /Tokio/, pp. 15-18, 1979.
- [6] J. D. Rhodes: Theory of Electrical Filters, Wiley, 1976.
- [7] H. Baher: Synthesis of Electrical Networks, Wiley, 1984.
- [8] S. O. Scanlan, H. Baher: „Filters with maximally flat amplitude and controlled delay responses”, IEEE Tr. Circuits and Syst., CAS-23, pp. 270-278, May, 1976.
- [9] L. G. Cuthbert: „Optimizing non-recursive digital filters to nonlinear phase characteristics”, The Radio and Electronic Engineer, 44., pp. 645-651, Nov., 1974.
- [10] A. G. J. Holt: J. Attikiouzel, R. Bennett, „Iterative technique for designing non-recursive digital filter nonlinear phase characteristics”, The Radio and Electronic Engineer, 46., pp. 589-592, Dec., 1976.
- [11] K. Steiglitz: „Design of FIR digital phase networks”, IEEE Tr. Acoust., Speech, Signal Processing, ASSP-29, pp. 171-176, April, 1981.
- [12] T. Henk: „Szűrőapproximáció interpolációs eljárásokkal, Kandidátusi értekezés. MTA, 1984.”
- [13] K. L. Su: „Time-domain synthesis of linear networks”, Prentice-Hall, 1970.
- [14] G. C. Temes, J. A. C. Bingham: „Iterative Chebyshev approximation technique for network synthesis” IEEE Tr. Circuit Theory, CT-14, pp. 31-37, March, 1967.
- [15] F. Leeb, T. Henk: „Simultaneous amplitude and phase approximation for FIR filters”, Proc. ISCAS '88, Espoo, Finland, pp. 61-64.
- [16] F. Leeb, T. Henk: „Simultaneous amplitude and phase approximation for FIR filters”, Int. Journal on Circuit Theory and Appl., Vol. 17, 1989, pp. 363-374.

(Folytatás a 269. oldalról.)

Fentiek közül kiemelten kezelve, a záró ülés is foglalkozott az alábbi témákkal:

1. ISDN
2. ATM
3. Szélessávú ISDN
4. Optikai áramkörök
5. Intelligens hálózatok
6. Szoftver
7. Általános áttekintés

Az ISS-ek jövőt meghatározó szerepét mutatják az alábbi változások, amelyek 1987 óta következtek be:

- az ülések egy teljes sorozatát szentelték a szélessávú technikának, amelyek közül néhány már a megvalósítás fázisában van,
- az 1987-es, egyetlen Intelligens Hálózat előadás folytatása már egy fél szekció sorozatot töltött ki,
- új témák is jelentkeztek, olyanok, amelyek három éve még nem is látszóttak. Ilyen például az objekt-orientált technikák megjelenése.

Ezért az ISS-eket úgy lehet tekinteni, mint „egy nyilvános laboratóriumot a híradástechnika előretökintő munkájában”.

Nagyon lényeges az ISS szerepe a szabványosítási folyamatban is, aminek alakítása az EGK keretén belül döntő jelentőségű, figyelembe véve az 1992. évi terveket. A téma fontosságát mutatja, hogy a nagy cégek-nél erre a célra külön irodákat hoztak létre (például Northern Telecom a Bellcore szabványok honosítására).

Az ISS bevált szokása szerint a szerdai napon műszaki látogatásokon vettünk részt.

A konferencia anyagai a magyar résztvevőknél hozzáférhetők (Mesterházy Erika, Kozma Béla, Reiner Ágoston Magyar Távközlési Vállalat; Bertalan Sándor, Kovács Endre HTI; dr. Eisler Péter Hungarocom Kft; dr. Darabos Zoltán, Horváth Imre BHG HV.)

Budapest, 1990. június 19.

Dr. Darabos Zoltán Horváth Imre

Speciális zárt célú hálózatok szolgáltatóinak tevékenysége az energiaipari távközlési szemináriumok tükrében.

Zárt célú hálózatok szükségessége és felépítése

A zárt célú hálózatok, az egyes szakterületek sajátosságaihoz alkalmazkodó és annak alárendelten felelősséggel és hatékonyan működő távközlési szolgáltatási igényeket elégítik ki. Létrejöttüket nem lehet a postai távközlési szolgáltatás elmaradottságával magyarázni, hiszen számos zárt célú hálózat már az elégtelen távbeszélő ellátási helyzet előtt is működött. Az első összefüggő távközlési (távíró) hálózatot a vasút építette ki a múlt században. A vasúti távközlés a sín pályákhoz kötődött. A postai szervek fokozatosan létesítették a településeket összekötő nyilvános hálózatokat saját tervei alapján.

A fejlődéssel együttjáróan számos gazdasági ágazat és közigazgatási, védelmi és államhatalmi szervezet sajátos technológiai rendszerének, illetve felépítésének részévé vált a távközlés. Ezek a rendszerek elkülönítetten üzemelnek, részben nyilvános, vagy zárt célú külön hálózatokon. A teljesség igénye nélkül néhány külön távközlési rendszer példaként megemlítve; honvédség, rendőrség, tűzoltóság, közigazgatási, városi- és közúti forgalomirányítás, vasút, hajózás, repülés, árvíz- és belvíz védelem, mentők, energiaellátás.

Az energiaellátási iparágak műszaki adottságaihoz és a kiemelt fontosságú biztonságtechnikai követelményeihez alkalmazkodik a kiszolgáló távközlési rendszer. A villamosenergiaipari távközlési gerinchálózat a nagyfeszültségű vezetékekre telepített vivőfrekvenciás irányokon, a kőolaj- és gázipari hálózat a nagynyomású csőtávvezetékek mentén fektetett földkábeles összeköttetések alapul. Mind a nyomvonalhoz kötött technológiai létesítményeknél, mind a kiszolgáló távközlési rendszernél alapvető követelmény a megbízhatóság, azonnali hibaelhárítás, nagyfokú felügyeletnélküliség. Ezen szempontok mellett a zárt célú hálózatok illeszkednek az ország egységes távközlési hálózatába, teljesítik a szakmai előírásokat és nemzetközi ajánlásokat. Szolgáltatásaik komplexek, a hagyományos távközlés biztosításával egyidejűleg telematikai (távvezérlés-mérés,-szabályozás) igényeket, azaz minden információval kapcsolatos feladatot ellátnak.

Energiaipari Távközlési Szakosztály

A két energia szektorban dolgozó távközlési szakemberek hamar megtalálták egymáshoz az utat a közös szakmai összefogás érdekében. A rendszeres együttműködés már kialakult a postával folytatott több éves tárgyalás-sorozaton, a „tartozék” távközlési rendszerre vonatkozó megállapodás tárgyában.

Mind a villamosenergiaipar, mind a kőolaj- és gázipar a szorosan vett szakmai alaptevékenységét illetően nem érdekelt abban, hogy a HTE munkájában részt vállaljon. A villamosipari szakemberek a Magyar Elektrotechnikai Egyesületben (MEE) és az Energia-gazdálkodási Tudományos Egyesületben (ETE), a kőolaj- és gázipariak az Országos Magyar Bányászati és Kohászati Egyesületben (OMBKE), Magyar Geofizikai Egyesületben (MGE), Magyar Kémikusok Egyesületében (MKE), valamint szintén az ETE-ben tömörültek ki-ki a szakmai hovatartozásának megfelelően. A távközlési szakemberek kezdetben ezen egyesületekben (MEE, ETE, OMBKE) alakított munkabizottságokban vettek részt, de ez nagyon megosztotta őket és gyakorlati haszna sem mutatkozott. Egyénenként a HTE-ben is dolgoztak, így természetesen adódott, hogy 1972. május 4-én megalakuljon az Energiaipari Távközlési Szakosztály. Kezdetben a villamosenergiaipar szakembereiből, majd 1975. szeptember 9-étől a kőolaj- és gázipari szakemberek is tevékenyen bekapcsolódtak a szakosztályi munkába. Természetesen az említett egyesületekkel a kapcsolat nem szakadt meg, számos rendezvényüknél a szakosztály tagjai közreműködtek, illetve a HTE programokat ők is segítették.

1977. március 15-én, a Szakosztály szervezésével megalakult a HTE Siófoki helyi csoportja, melynek célkitűzése volt a vidéki műszakiak mozgósítása. A helyi csoport és a szakosztály a munkaprogramjaikat egyeztetik és közvetlen kapcsolatban állnak egymással. Az elmúlt évek során a szakosztály különféle rendezvényeket (előadások, bemutatók, klubnapok, ankétok, üzemlátogatások) szervezett, kiemelkedő fontossággal bírnak a rendszeres szakmai képző és továbbképző tanfolyamok lebonyolítása, a fejlesztési célokat szolgáló megbízások teljesítése, valamint a nagy rendezvények levezetése.

Szemináriumok megrendezése

Több oldalról igényelték, hogy a szakosztály szervezen olyan rendezvényt, ahol az érintett szakemberek kicserélhetik a tapasztalataikat, egyidejűleg oktatás-ként, továbbképzésként megismerkedhetnek az újabb berendezésekkel, létesítési és üzemviteli módszerekkel, továbbá a felhasználók közvetlenül kapcsolatba kerülhetnek a fejlesztőkkel és gyártókkal. A sokrétű követelményt a szakosztály vezetősége úgy találta kielégítőnek, hogy többnapos (három) rendezvényt szervez szemináriumi formában, ahol részben jelentkezés,

részben felkérés alapján az adott témában legelhivatottabb szakemberek tartanak előadásokat és egyben módot adva hozzászólásokra, vitákra. Már kezdetben elhatározták, hogy a villamos energiaipari és a szénhidrogénipari (kőolaj- és gázipar) távközlés szakembereken kívül, módot adnak – korlátozott számban – más érdeklődők részvételére is, továbbá meghívják egyes külföldieket akikkel munka-, vagy üzleti kapcsolatban állnak. A szeminárium előírt programja mellett igen hasznosnak bizonyult a szakemberek egymással való megismerkedése és a kötetlen beszélgetések az esti klubszerű összejöveteleken.

Az első Energiaipari Távközlési Szemináriumra 1978. október 12-14 között került sor Balatonkenesén. A szeminárium jelmondatként választotta; „távközlés az energiaipar hatékonyságának növeléséért”. Az előadások zöme az energiaipari távközlési rendszerekben alkalmazott módszerekről és tapasztalatokról számolt be, de helyet kapott a Magyar Posta fejlesztési irányelveinek ismertetése, a külföldi energiaszolgáltatók távközlési követelményeiről való tájékoztatás (Budavox) és egyes gyártók beszámolója (BHG, BRG) a zárt célú hálózatokban alkalmazható berendezésekről. Kiseb kiállítás keretében mutatták be a villamosipar és a szénhidrogénipar távközlési rendszerét és berendezéseit. Befejezőként záróközleményt és javaslatokat fogadtak el, melyben többek között kinyilvánították annak szükségességét, hogy az energiaiparban dolgozó távközlési szakemberek egyik fő fórumaként a kétévenként megrendezésre kerülő szeminárium szolgáljon.

A II. Energiaipari Távközlési Szeminárium Siófokon, 1980. szeptember 25-27 között; „távközlés az energiatakarékosságért” jegyében lett megrendezve. 135 résztvevő jelenlétében, a három nap alatt, hazai és külföldi előadások hangzottak el, továbbá két – szénhidrogén-ipar által készített – szakmai filmet. (Előregyártás szerepe a kábelhálózat építésénél, Távkábel-építés, szerelés és mérés) is vetítettek. A program felölelte már a számítógépes irányítás távközlési összefüggéseit és a távközlési üzemvitel felügyeletnélküliségi kérdéseit. Az előadások anyagát a hallgatóság a rendezvény kezdetére nyomtatott gyűjteményként kézhez kapta. A külföldi előadásokhoz kapcsolódóan a Siemens cég kis bemutatót is tartott. Az energiaipart képviselő vállalatokon (a Magyar Villamos Művek Tröszt és az Országos Kőolaj- és Gázipari Tröszt) kívül, 12 hazai gyártó cég, illetve kutató intézet, egyetem, valamint a Magyar Posta is képviseltette magát, illetve tartott előadást (Terta, Orion, BHG, KFKI, VEIKI, BME, Postavezérigazgatóság). A szeminárium befejeztével a záró közleményben hangsúlyt kapott, hogy a kétévenkénti megrendezési periódus optimális és a színvonal-emelés érdekében célszerű a továbbiakban a külföldi előadások számát növelni.

A III. Energiaipari Távközlési Szemináriumot szintén Siófokon 1982. szeptember 29-30. és október 1-jén rendezte meg a Szakosztály. A szemináriumon 150

résztvevő volt, 46 vállalat, illetve szerv képviselőjében. Több hazai és külföldi (ismét a Siemens AG. részéről) előadás volt. A postai szervek részéről is egyre népszerűbbé vált a szeminárium, amit jól jellemez, hogy 4 témában tartottak előadást. A híradástechnikai ipar és kutatás képviselőjében (Terta, BRG, Orion, TKI) 5 előadás megtartására került sor. A szemináriumon bebizonyosodott, hogy a szüntelenül fejlődő elektronikai eszközök gerjesztőleg hatnak a távközlési innovációra. A rendezvényen ismertetésre került a posta rádiófrekvenciás zavarmérő szolgálata mérőkocsi bemutatásával egyidejűleg. Ezen rendezvény főleg a rádióhírközlési, és a PCM szakterületeket ölelte fel. Széles körű tapasztalatcserékre is volt mód a két kerekasztal megbeszélésen. A szemináriumot színesítette egy újabb film vetítése a szénhidrogénipari zárt célú hálózatról.

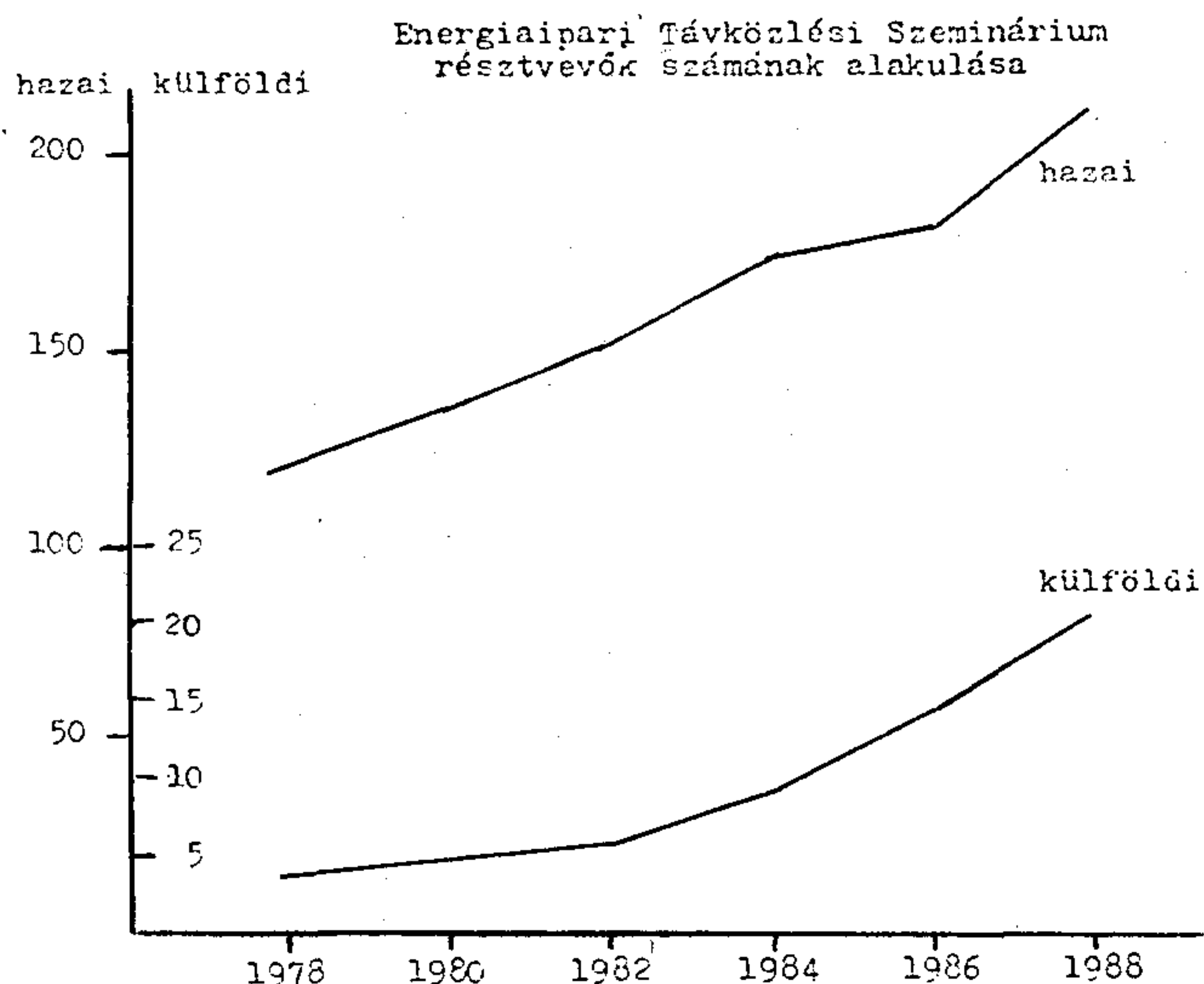
A kedvező és áraiban méltányos siófoki elhelyezés arra ösztönözte a szervezőket, hogy a IV. Szemináriumot 1984. szeptember 19-21 között ismételtén azonos helyszínen rendezze meg. A nagyfokú érdeklődést jól kifejezi, hogy több mint 170 résztvevője volt a szemináriumnak, akik 63 szervezetet képviseltek. Most már sikerült a külföldi előadások számát megnövelni. 13 hazai és 7 külföldi előadás volt; az optikai távközlés, a digitális technika, a rendszer mérés-technika, a zavarások elleni védelem fő témaköreiben. Szinte minden előadást iparágon kívüliek tartottak (OMFB, TKI, BME-EI, PKI, Terta, BHG, BRG, MKM, MÁV, MPK és Siemens, Autophon, Hewlett Packard, Wandel & Goltermann). A program szerves részét képezte a Siemens PC 16 személyi számítógépes konfiguráció, az Autophon rádiótelefon készülék-család, a Magyar Posta személyhívó és szelektív rádiós kapcsoló rendszerének bemutatója. Két videofilm (az első hazai fényvezetős kábelépítés és a kőolaj- és gázipari távközlő rendszer üzemvitele) gazdagította a rendezvényt, továbbá mód nyílt a Gáz- és Olajszállító Vállalat diszpécser Központjának megtekintésére. A szakmai vitákon – a korlátozott idő miatt – több érdekes felvetést a szakosztály későbbi klub napokon tárgyalt meg. Ezen a rendezvényen már megmutatkozott, hogy egyre több hazai szervezetet, külkereskedelmi és külföldi céget foglalkoztat a technológiai zárt célú távközlés témaköre.

Az V. Energiaipari Távközlési Szemináriumot ismételtén Siófokon rendezték 1986. október 1-3 között. A résztvevők száma közel azonos volt, (180) az előzővel és nagyjából ugyanannyi szervezetből (66) tevődtek össze a szakemberek. Döntő változást hozott az előadások száma és összetétele az előzőkéhez képest. A sok előadói jelentkezés miatt a szervezők úgy döntöttek, hogy az egyes előadások idejét megrövidítik. Első ízben több külföldi előadás volt mint hazai, összességében 15 külföldi és 14 magyar előadás hangzott el. A külföldi előadásokat zömmel nyugati országokból érkezők tartották, két előadást az NDK-ból és Csehszlovákiából jött szakemberek. A fő témakörök a szál-optikai, - URH és mikrohullámú átvitellel, ISDN lehetősé-

geivel, adathálózatok mérésével, távhívási és irányítás-technikai koncepciókkal foglalkoztak. Az optikai kábelek építési és mérési módszereit video film illusztrálta. Az előadásokkal összhangban – már a szokásoknak megfelelően – kisebb kiállítás és bemutató volt (Feltent & Guillaume, Marconi Instruments, Seba Dynatronic, Rohde & Schwarz, Hewlett Packard, Autophon, Wandel & Goltermann, a hazaiak közül csak az Ipari Informatikai Központ).

A szakosztály vezetősége úgy határozott, hogy az elkövetkező szemináriumokat lehetőleg más és más helyszíneken tartsuk. Így került sor a VI. Energiaipari Távközlési Szemináriumra Hajdúszoboszlón 1988. október 18-20 között. A Szeminárium iránt az érdeklődés tovább nőtt, 82 szervezettől 210 személy jelentkezett előzőleg. A program igen zsúfolt volt, amit jól kifejez, hogy 26 előadás hangzott el (ebből nyolcat tartottak külföldiek), továbbá 2 műszer bemutató és 2 video előadás volt. Külön kell megemlíteni a Posta Kísérleti Intézet aktivitását, akik 6 előadással jelentkeztek. Az előadások a vezetékes és vezeték nélküli távközlés, a méréstechnika és a hálózatfejlesztés időszerű kérdéseit ölelték fel. A külföldiek érdeklődésére tekintettel szinkron tolmácsolásról gondoskodtak, a szemináriumokon kikötés, hogy a magyar mellett az angol nyelv használható. Újszerű volt, hogy ezen szeminárium munkájába az energiaiparon kívül más zárt célú hálózatok szakemberei tevékenyen bekapcsolódtak. Kiemelkedő volt a szemináriummal párhuzamosan megrendezett kiállítás sikere, nyolc hazai vállalat és intézet, (Bajai Híradástechnikai KSZ, Novofer KV, Omega KV, Posta Kísérleti Intézet, Széchenyi István Közl. és Távk. Műszaki Főiskola, Távközlési Kutató Intézet, Telmes Műszeripar KSZ, Triton KSZ), valamint 11 külföldi cég (Autophon, Elektrotechnik VEB, Hewlett Packard, Marconi, Motorola, Schlumberger, Rank Xerox, Rohde & Schwarz, Seba, TRT, Wandel & Goltermann) mutatták be korszerű eszközeiket.

A hagyományosan kétévenként megrendezett szemináriumok beváltak a szakemberek ezen találkozókat jól hasznosítják mindennapi munkájukban. A program összeállításánál fő szempont, hogy az előadások újdonságot jelentsenek és a gyakorlati élettől ne legyenek távol. A szemináriumok iránti érdeklődésnövekedést az ábra mutatja. Nemcsak a résztvevők száma, hanem a szeminárium rangja is emelkedett. Az elkövetkező szemináriumot még szélesebb körű nemzet



1. ábra.

H 594-I

közi rendezvényként kívánják a szervezők meghirdetni. Az iparágak vezetői jól tudják, mit jelent egy megfelelő információs rendszer, ezért is vállalják miniszteri és elnök vezérigazgatói szinteken a szemináriumok feletti védnökséget. (1. ábra)

Technológiai Távközlési Tagozat

Az Energiaipari Távközlési Szakosztály kezdeményezésére, részint a korábbi szemináriumok, részint a zárt célú hálózatokkal való szorosabb kapcsolat igényének indíttatására, 1986 végén megalakult a Technológiai Távközlési Tagozat. A tagozat 3 szakosztállyal szerveződött az energiaipar kivül magában foglalja a Közlekedés Távközlési és a Hidrológiai Hírközlési szakosztályokat. Gyakorlatilag a fontos polgári szervek zárt célú hálózatait fogja át a tagozat, a közös érdeképviselet, az országos jelentőségű, valamint a napi feladatok elősegítése céljából. Minden szakosztály külön, de egyeztetett éves programmal rendelkezik és tevékenyen kiveszi a részét az egyesületi életből.

Halász Miklós

Beszámoló a SUB '90 meetingről

A SUB (Semiconductor Device Research University Bulletin) 23. éves meeting-jét idén Budapesten tartották május 19–22 között, a Budapesti Műszaki Egyetem Elektronikus Eszközök Tanszékének szervezésében.

Ez az egyetemi csoportosulás, melynek a kelet-európai országok közül Magyarország az egyedüli tagja, azzal a céllal alakult meg, hogy a nyugat-európai országok félvezető oktatásával kapcsolatos információáramlást megkönnyítse. Az alapító professzor *O. Mermelink* volt, a Twente University-ről.

A Budapesti Műszaki Egyetem Elektroncsövek és Félvezetők Tanszéke (a mostani Elektronikus Eszközök Tanszék elődje) – *Valkó I. Péter* professzor személyén keresztül – már az alapítók között csatlakozhatott a SUB-hoz. A nyugat-európai egyetemek szervezete ezzel a gesztussal fejezte ki elismerését *Valkó* professzornak, aki európai értelemben is az első között volt a félvezető eszközök oktatásának bevezetésében. Az a tény pedig, hogy a SUB mostani meeting-jét Budapesten tartották, *Tarnay Kálmán* professzor és az általa irányított Elektronikus Eszközök Tanszék munkájának nemzetközi elismerését jelenti.

A SUB tagjai évente megrendezett meetingjük mellett évente kétszer jelentetik meg írásos beszámolójukat (SUB-bulletin) amelyben az oktatási és kutatási tevékenységük legújabb eredményeit teszik közzé. A részvételnek és az együttműködésnek szigorú szabályai vannak. Ha pl. valamelyik tag három egymást követő alkalommal nem járul hozzá a SUB munkájához, tagságát automatikusan elveszíti.

A konferencia vendégei az első két napon kulturális programokon vettek részt, és a magyar fővárosról nagy elismeréssel nyilatkoztak.

A meeting két további napján szakmai munka folyt, melyet *W. D. Ryan* professzor, a SUB titkára, a Queen University of Belfast professzora nyitott meg. Üdvözölte a résztvevőket *Fodor Lajos* professzor, a Budapesti Műszaki Egyetem rektora és a Villamosmérnöki Kar dékánja, *Zombory László* professzor is. Ezután *Tarnay Kálmán* professzor adott rövid áttekintést az Elektronikus Eszközök Tanszék helyéről a Villamosmérnöki Kar munkájában. Ismertette a tanszéknek a mikroelektronika oktatásában betöltött szerepét, és megadta a kutatási tevékenység fő területeit.

A megnyitó szekcióban e tevékenység két fontosabb területéről, a tanszék technológiai és CAD csoportjának munkájáról hangzott el egy-egy előadás.

Kormány Teréz docens a tanszék technológiai csoportjának tevékenységét ismertette, amely a SI alapanyag hibaanalízisére, a technológiai folyamatok által indukált hibák vizsgálatára, a különböző ionérzékeny félvezető struktúrák fejlesztésére és technológiai mérésekre terjed ki. Az oktatási tevékenységben kiemelte azt a hasznos együttműködést, amit az MTA MFKI és

KFKI nyújt a korszerű félvezető technológiák és mérési eljárások oktatásában.

A *Székely Vladimir* professzor által vezetett CAD csoport munkáját a résztvevők *Kerecsenné, dr. Renz Márta* előadásából ismerhették meg. Az áramkörü szimulációt kísérő, csatolt termikus szimuláció a sokrétű munka egyik fontos eredményeként került bemutatásra.

A vendégek előadásaiban oktatási illetve technológiai és konstrukciós szekciók köré csoportosultak.

Az oktatási szekcióban az RWTH (Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule) aacheni Félvezetőtechnikai Intézetéből *H. Henke*, az EUROFORM program NSZK-beli referense számolt be. A párizsi székhelyű szervezet francia, német, spanyol és olasz egyetemeket tömörít a mikroelektronikai csúcstechnológia széles körű terjesztésére és támogatására, elsősorban az oktatás területén. Az ún. Wall Free University keretében a németországi kurzusok a III-V-ös félvezetők epitaxiális növesztésével és a szubmikronos litográfia problémáival foglalkoztak, míg a francia tanfolyamok témái a nagysebességű GaAs MIC-k és az IC-k érintés nélküli vizsgálati módszerei voltak. Olaszországban a III-V-ös félvezetőkről és a felhasználásukkal készült modern félvezető eszközökről, valamint az IC tesztelés problémájáról tartottak tanfolyamot, míg Spanyolországban a mikroelektronikai technológiai folyamatok automatizálásáról rendeztek szemináriumot.

Ebben a szekcióban még *G. Pananakakis* és *G. Kamarinos* mutatta be a grenoble-i félvezetőtechnikai intézet, a National Polytechnique Institut of Grenoble (INPG) oktatási és kutatási tevékenységét, a nemzetközi kapcsolatok tükrében. Az intézet méreteire jellemző, hogy 2000 mérnökhallgatója és számos posztgraduális hallgatója van, 1000 kutatót foglalkoztat, akik közül 500 állandó státusban dolgozik. Évente kb. 750 mérnöki diplomát, 360 M.Sc és 160 Ph.D fokozatot ad ki.

A nemzetközi kapcsolatok igen szerteágazóak és területi egységeként szervezettek. A kapcsolatok Vietnámból Dél-Amérikáig szinte az egész világra kiterjednek, és fő céljuk a hallgatók cseréjének megszervezése. Jelenleg a kiküldött diákok száma Európán belül 91, Európán kívülre pedig 15 (Japánban közülük 6 hallgató dolgozik.) A fogadott hallgatók száma is hasonló nagyságrendben mozog. 1994-ig azt tervezik, hogy hallgatóik 30%-át legalább 3 hónapra külföldre küldik.

Az intézetben jelentős külföldi oktatói és kutatói állomány is dolgozik. A professzorok, docensek száma jelenleg 26, a fiatalabb oktatókból – hosszabb időre – 15-öt foglalkoztatnak. Az INPG Európán belül elsősorban az ERASMUS és COMETT programokhoz kapcsolódik.

G. Kamarinos a kutatómunka és a doktori tanulmányok közötti kapcsolatokról beszélt az INPG-n belül.

Az oktatással kapcsolatos délutáni szekcióban M. Haskard (South Australian Institute of Technology, Microelectronics Centre) a felhasználó-orientált nagy bonyolultságú integrált áramkörök (ASIC's) megvalósításának olyan módszerét mutatta be, amikor az egyetem – a hallgatók bevonásával – igen képzett tervezői gárdát alkot és termel újra, a megvalósítás pedig a nagyértékű technológiai hardware-t birtokoló iparban történik. A megvalósított IC-k mérés, hibaelemzés és a tervezésre való visszacsatolás érdekében visszakerülnek az egyetemre. Hasonló megoldást tanácsukunk is tervez.

A szekció másik előadása, amelyet R. J. Holwill (EMF, Edinburgh Microelectronic Fabrication) tartott, a COMET 642D VLSI oktató csomagot mutatta be, amelynek az a legfőbb érdekessége és értéke, hogy az IC technológia minden aspektusáról homogén képet ad. Foglalkozik a technológiai folyamatok architektúrájával, szimulációjával, berendezéseivel, de ugyanilyen alaposan tárgyalja a digitális és az analóg IC-k tervezési, szimulációs és tesztelési kérdéseit is. A kit éppúgy hatékony tematikus kurzusok anyagaként, mint a kiscsoportos vagy egyéni képzésben, de használható laboratóriumi vagy számítási gyakorlatok vezérfonalaként is. Az előadásból egyébként az is kitűnt, hogy a skót iskolareform egyik fontos célja az elektronikai ismeretek alapfokú oktatásának bevezetése. (Edinburgh Microelectronic Fabrication And Semiconductors In Schools: E.M.F.A.S.I.S Project.)

A második munkanapon három szekcióban folytatódott a munka.

A technológiai szekcióban három előadás hangzott el. J. Buxo és M. Bafleur (LABORATOIRE d'AUTOMATIQUE et d'ANALYSE des SYSTEMES, CENTRE NATIONAL de la RECHERCHE SCIENTIFIQUE, LAAS CNRS Toulouse) előadása a kis és nagy teljesítményű elektronika egy csipen történő integrálásával foglalkozott (smart-power IC's), majd E. Lora-Tomayo D'ocon (CENTRO NACIONAL DE MICROELECTRONICA, CNM Barcelona) az egyetemi technológiai létesítményekkel kapcsolatban a „tisztaszobák” problémáiról beszélt.

Nagyon érdekes előadást tartott Mrs. Karen J. Reeson (University of Surrey), aki jó vezetőképeségű szilicid ion-sugaras szintézisről beszélt. A szilicidok a mikroelektronikai technológiában a csip felületén többrétegű vezető összeköttetést tesznek lehetővé. A 80-as évek végéig szinte kizárólagosan titán- és wolfram szilicidokat alkalmaztak, de ezen rétegek fizikai paramétereinek eltérése a poliszilíciumtól és az alumíniumtól, különböző – elsősorban a megbízhatóságot érintő – problémákhoz vezetett.

Ezek a problémák kobaltszilicid alkalmazásával megoldhatónak látszanak. Ha ugyanis a poliszilíciumba oxigént és kobaltot implantálnak, a hőkezelés paramétereinek megfelelő megválasztásával a rétegen be-

ülő kobalt eloszlás, a sztöchiometria és a szemcseméret úgy befolyásolható, hogy a legkedvezőbb fizikai és elektromos tulajdonságokkal rendelkező kobaltszilicid réteg jöjjön létre. A szükséges nagy implantálási energiák (250...300 keV) ellenére ez a megoldás, amellyel 1988 óta foglalkoznak, igen ígéretesnek tűnik.

A félvezető eszközök konstrukciójával kapcsolatos szekcióban először H. L. Hartnagel professzor (T.U. Darmstadt) adott áttekintést a vegyület- félvezető alapanyagon megvalósított félvezető eszközök, (elsősorban a GaAs MeSFET-ek és a GaAs/AlGaAs alapú HEMT-ek) konstrukciós és technológiai problémáinak oktatásáról. Ismertette a modellezéssel és az áramkörbe ágyazással kapcsolatos konstrukciós jellegű problémákat is. (Pl. csatolások, jelterjedési problémák, amelyek megoldásához CAD módszereket alkalmaznak.)

A konstrukcióval kapcsolatos másik előadást A. Brunnschweller (Southampton University) tartotta. Ennek témája a nagysebességű bipoláris áramkörök jelkésleltetésének analízise és tervezése volt.

A konferencia záró szekciója a legújabb tevékenységek ismertetésével foglalkozott. Ennek keretében K. Heime professzor (RWTH Halbleitertechnik, Aachen) az intézet újrászervezéséről beszélt. Elmondta, hogy a kutatás súlypontja a több-kvantumvölgyes eszközökre tolódott át, és az intézetben ma főképpen az InGaAsP alapú eszközök fejlesztésével foglalkoznak. InGaAs/InP rendszerben 77 K-en már 2000 cm²/Vs lyukmozgékonytságot értek el.

Az epitaxiális rétegépítésben nagyon újnak számít a ZnS és a ZnSe rétegek VPE növesztése GaAs hordozóra. A vázolt kutatási tevékenységet modern anyagvizsgálati módszerek, a felületmenti struktúra finomítását célzó kutatások és gépi szimulációs módszerek alkalmazása illetve fejlesztése teszi teljessé.

Heime professzoréhoz hasonló előadást tartott M. Glasner professzor (TU. Darmstadt FG. Mikroelektronische Systems), aki a mikroelektronikával kapcsolatos oktatási, kutatási és tesztelési tevékenységről adott áttekintést a darmstadti egyetemen.

A konferencia további két előadása olyan oktatási és kutatásszervezési kérdésekkel és eredményekkel foglalkozott, amelyek Európán belül a nemzetközi együttműködés megszervezésére és fokozására irányulnak.

O. Olesen professzor (Danish Technical University, Electronics Inst. Lyngby, Danmark) az EUROCHIP programról beszélt. A program célkitűzése az egyetemi intézmények széles körű támogatása technikai szolgáltatásokkal annak érdekében, hogy az egyetemeken VLSI chipok megtervezhetők és kifejleszthetők legyenek. Az EUROCHIP program teljesjogú tagjai az Európai Közösséghez (CEC) tartoznak, de a társult tagoknak legalább az EFTA tagjainak kell lenniük.

Területi megosztásban öt EUROCHIP technikai központ működik:

CMP: a francia, spanyol és belga tagok részére, Grenoble-ben,

DTH: Dánia, Írország, Görögország és a skandináv államok részére, Lyngby-ben,

GMD: német, osztrák és svájci résztvevők számára Sankt-Augustin-ban,

IMEC: Belgium, Hollandia, Olaszország és Portugália részére, Leuven-Heverlee-ben és

RAL: Anglia számára Oxfordshire-ben.

A program CAD software-val, mérőberendezésekkel és a csipgyártás technológiai feltételeinek megszervezésével támogatja a résztvevőket, nem túl magas részvételi díj fejében (pl. évi 3k ECU).

Szorosan kapcsolódott O. Olesen előadásához az IMEC (Interuniversity Microelectronics Center Leuven) részéről E. Bordeaud' hui elnökhelyettes előadása, amely az IMEC INVOMEK csoportjának tevékenységét ismertette. Mint az előbbiekből kitűnt, az IMEC az EUROCHIP program egyik fő technikai központja. A flamand kormány 1984-ben alapította, és 1986-ban foglalta el a végleges laborépületeket. Ezekben a technológiai munkákhoz 3600 m² összalapterületű ultranagy tisztaságú laboratórium és mintegy 300 m²-nyi computer laboratórium található. Az intézet éves költségvetése 30 millió ECU körül mozog.

Az INVOMEK csoport Európában az első volt, amely egyetemek és főiskolák között olyan nagy számítógépes hálózatot épített ki, amely kielégíti a mikroelektronikai tervezés és oktatás igényét. Ma egyetemenként átlagosan 10 „workstation” szolgálja a mikroelektronikai tervező munkát.

Az INVOMEK MPC (Multiple Project Chip) szolgálata segít az egyes résztvevők által megtervezett ASIC prototípusok gyors kifejlesztésében. Ez a layout elkészültétől, egy 20 db-os mintasorozat esetén, 10-12 hetet vesz igénybe. A megvalósítás előtt az áramkört a tervezési szabályok és az elektromos szempontok szerinti ellenőrzésnek vetik alá (DRC, ERC). Az elkészült mintasorozat a további ellenőrzések és mérések céljára visszakerül a tervezőkhöz. A prototípus kifejlesztésének költsége ezzel a módszerrel a szokásos megoldáshoz képest néhány százalékra csökken.

Az alkalmazható technológia 3 μm-es vagy 1,5 μm-es n-zsebes dupla poliszilícium és dupla fémrétegű CMOS technológia.

Az INVOMEK másik fontos tevékenysége az intenzív mikroelektronikai továbbképző kurzusok szervezése nagy elektronikai iparvállalatok részére is.

A konferencián elhangzottak egyértelműen bizonyították, hogy a mikroelektronikai kutatások és fejlesztő munkák ma már sikeresen csakis rendkívül szoros együttműködések révén folytathatók. Ezt a szükség-szerűséget ismerték fel a nyugat-európai országok kormányai amikor rendkívül komoly anyagi támogatással a nemzetközi együttműködés különböző szervezeteit hozták létre, amelyek közös európai technikai vagy oktatási munkaprogramokon dolgoznak (Joint European Project: JEP.). Ezek közül eddig az EU-

ROCHIP és az EUROFORM szervezetekről tettünk említést. Az előbbi az ESPIRIT, az utóbbi a COMETT program része. Mellettük még két nagyhatású európai program, az ERASMUS és a nyelvvoktatás fejlesztését szolgáló LINGVA program létezik.

A konferencián az Európai Közösség országain belül működő ERASMUS program SUB csoportjának tanácskozására is sor került. A csoport J. Middelhoek professzor (Twente University) kezdeményezésére jött létre 1988-ban. Programjának alapelvei hasonlóak a kb. 200 más ERASMUS programéhoz. Fő célkitűzése, hogy segítse egy európai gondolkozású, mikroelektronikában ütőképes új generáció felnevelését. Ennek eszközeként szorgalmazza és megszervezi az egyetemi hallgatók nemzetközi cseréjét. A programhoz az elmúlt évben 15 egyetem csatlakozott, a jövő tanévre azonban már 17-re nőtt a csatlakozni kívánók száma.

Middelhoek professzor betegsége miatt a programot most O. W. Memelink professzor (Twente University) J. Wakefield professzorral (Queen's University of Belfast) együttműködve irányítja.

A mostani konferencián három döntés született. Eszerint létrehoznak egy állandó bizottságot a résztvevő országok egy-egy képviselőjéből, amely legközelebb novemberben fog a kapcsolatok erősítésének módszereiről tárgyalni. Döntést hoztak arról, hogy azok az egyetemek, amelyek két egymást követő évben nem vesznek részt a hallgatók cseréjében, tagságukat elvesztik. Végül Wakefield professzor javaslatára egy olyan tájékoztató füzet született, amely az egyes résztvevő egyetemekkel kapcsolatos információkat foglalja össze.

A SUB business megbeszélésén tárgyaltak az Európai Közösség Miniszteri Tanácsának arról a döntéséről is miszerint a PHARE program keretében TEMPUS néven (Trans-Európean Mobility Scheme for University Studies) egy olyan támogatási forma jött létre, amely Lengyelország és Magyarország felsőoktatásának fejlesztését szolgálja. A program irányítását az Európai Kulturális Alapítványhoz tartozó ERASMUS Iroda végzi.

A TEMPUS olyan együttműködések szorgalmaz, amelyekben két Európai Közösséghez tartozó egyetem mellett egy magyar és/vagy egy lengyel egyetem is részt vesz. E program keretében nem csupán oktatási együttműködés valósítható meg, hanem a különböző JEP-eken keresztül kutatói tevékenység is.

A TEMPUS sok tekintetben hasonló az ERASMUS és COMETT programokhoz, szintén a „fit for Europe” értelmiség kiképzése a célja, és vállalja, hogy felkészíti és segíti Magyarországot és Lengyelországot felsőoktatását abból a célból, hogy azok a közeli jövőben bekapcsolódhassanak az Európai Közösség programjaiba is.

Végül örömmel adunk hírt arról, hogy a SUB által elfogadott új tagfelvételi kérelem alapján – A. Möschvitz professzor által képviselve – a Drezdai Műszaki Egyetem is csatlakozhatott e nagy fontosságú szervezethez.

Dr. Gottwald Péter

SZEMLE

Összeállította: Gál Ferenc

Az amerikai Ford autógyár 120 millió dollárra szóló megállapodást kötött Lisszabonban egy autórádió-gyártó üzem felállításáról Portugáliában.

Az üzemben mindenféle, ma ismert autóban használható híradástechnikai cikket gyártanak majd, beleértve a CD-lemezjátszót is. A Lisszabontól 50 kilométerre, Setubalba telepítendő gyár szerződését Írország és Spanyolország elől szerezte meg Portugália, azzal a központi elképzeléssel összhangban, amely a külföldi tőke minél aktívabb részvételét ösztönzi a legszegényebb EK-tagország gazdaságának modernizálásában. A várhatóan 1992-re elkészülő gyár termelésének 90 százalékát exportálja majd.

(Reuter – Világgazdaság)

*

Az USA félvezetőipari szövetsége (Semiconductor Industry Association) úgy ítéli, hogy 1991-re a világ MOS memória IC eladásai 11,5 Mrd USD értéket érnek el.

1991-ben a DRAM-ok a MOS memória IC-k nagy részét, 48,1 %-át fogják képviselni. A DRAM-okon belül azonban e termékek igen sokfélék lesznek.

(Electronics – OMIKK Mikroelektronikai Gyorstájékoztató)

*

Mikroszámítógép- szállítások a világon (egységszám, millió darabban)

	1986	1987	1988	1989	1990
USA	6,364	8,918	9,500	9,825	10,338
Japán	1,255	1,244	1,279	1,372	1,496
Ausztrália	0,381	0,421	0,495	0,545	0,603
Ázsia	0,371	0,454	0,616	0,720	0,831
Kanada	0,441	0,530	0,617	0,713	0,809
Európa	5,105	5,979	6,609	6,995	7,819
A világ többi része	1,341	1,663	1,806	1,995	2,266
Összesen:	15,259	19,209	20,992	22,165	24,162

Az IDC szerint a 80286 típusú processzorok kereslete 1989-ben tetőzik 4,25 millió darabos eladással. A keresletgörbe ezután lehajlik és 1992-re már csak 3,5 millió darab lesz a 80286-os processzorok eladása. Ezzel szemben semmi jele annak, hogy megfordulna a 80386-os processzorok növekvő keresletének irányzata: 1987-ben 200000 volt az eladott darabszám, öt évvel később várhatóan 3,5 millió darab lesz. Szintén erős növekedést mutat a 80386SX processzortípus piaca.

(01 Informatique – OMIKK Mikroelektronikai Gyorstájékoztató)

A világ tizenöt legnagyobb adatátviteli eszközök gyártó cége

Cég	Adatátviteli termékekből származó bevétel 1988-ban (millió dollár)
1. IBM	1600
2. Siemens	1338
3. AT & T	1250
4. Canon	1133
5. NEC	963
6. Matsushita	929
7. Northern Telecom	900
8. Ricoh	850
9. Fujitsu	816
10. Toshiba	762
11. Alcatel	722
12. Motorola	565
13. Racal Electronic	492
14. Philips	460
15. Hewlett-Packard	400

(Datamation – CWI Számítástechnika)

*

Japánban a mesterséges intelligencia fejlesztése és felhasználása lassan valóban „nagykorú” lesz. Kormányhivatali előrejelzés szerint a mesterséges intelligencia- szoftver iránti kereslet 1990-ben 7,7 milliárd USD-re, 1995-ben 38,5 milliárd USD-re nő. Az előrejelzést jól támasztja alá a Japán Információfeldolgozás Fejlesztési Központ (Information Processing Development Center – JIPDEC) felmérése, amely szerint a megkérdezett számítógép- használók válaszádnak (1025 szervezet 31,5 %-a) 55 %-a már foglalkozik szakértői rendszer használatával, legalább próbaszinten, 40 %-uk pedig legfeljebb három éven belül ilyen rendszereket mindennapos használatban alkalmaz.

(OMIKK – Műszaki Információ vezetőknek)

*

17,2 milliárd schillinget ruház be 1989-93 között az osztrák posta fejlesztési programjának végrehajtására. Ebből 11,7 milliárd schillinget a digitális telefonhálózat, 5,5 milliárd schillinget pedig az integrált adatszolgáltatásokat nyújtó távközlési rendszer (ISDN) kiépítésére fordít.

Az ISDN rendszer kiépítését csak fokozatosan hajtják majd végre, mert e téren egyelőre hiányoznak a nemzetközi szabványok. A közeljövőben inkább a digitális, vezetékek nélküli telefonszolgáltatás fejlesztésére helyezik a hangsúlyt. 1990-től kísérleti jelleggel működtetni fogják e rendszert Bécs és a schwechati repülőtér között.

A postának fel kell számolnia még a múltbeli hiányosságait is, elsősorban a „négyes” ikerállomásokat, jelenleg a bécsi telefonvonalak 77 százaléka tartozik e kategóriába. A következő években 30-50 ezer ikerállomást alakítanak át fővonallá, ez évi 60 millió schillingbe kerül. Az összesen 604 ezer belföldi ikerállomás átalakítását az ezredfordulóig kívánják befejezni.

(Austrian Press Agency – Világgazdaság)

(Folytatás a B/III.-on)

Hatékony frekvenciafelhasználású cellástechnika I. Cellás elv alapjai

ÖKRÖS TIBORNÉ tudományos főmunkatárs
Posta Kísérleti Intézet

Összefoglalás

Az URH mozgó és állandóhelyű rádiótávközlési szolgáltatások iránt egyre nagyobb igény jelentkezik, melyet a frekvenciasávok korlátozott mennyisége miatt csak korszerű cellástechnika alkalmazásával lehet kielégíteni. A hatékony frekvenciafelhasználást biztosító cellás elvet ismerteti a cikk, amellyel az adók geometriai elhelyezése és frekvenciafelhasználása határozható meg.

Bevezetés

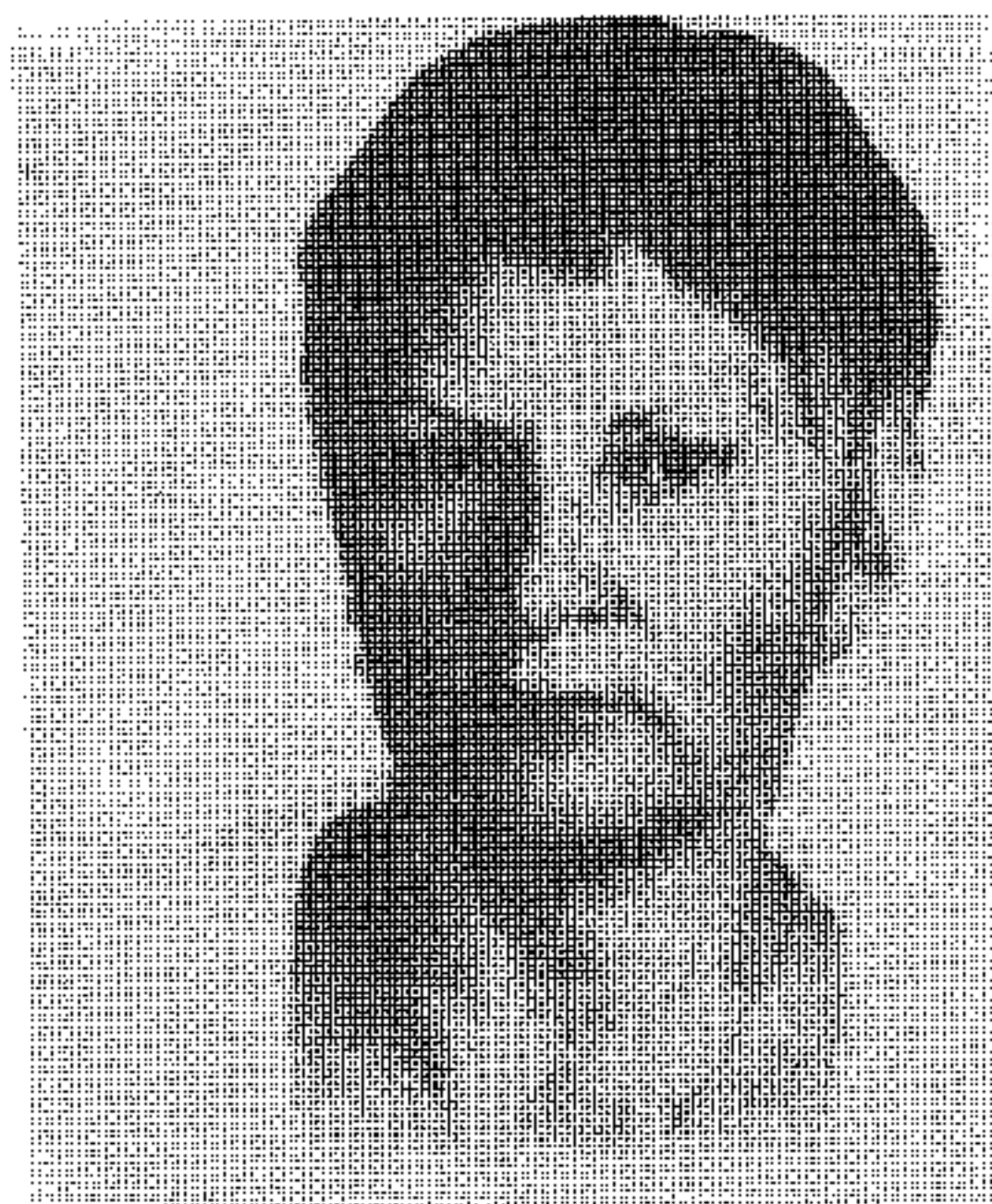
A csökkenő teljesítmények melletti ismételt frekvenciakiosztás gondolata nem új keletű (1947), mégis csak később jöhettek létre a korszerű cellás rendszerek, mivel a működtetéshez szükséges technológia (elektronikus kapcsolás és vezérlés) kifejlesztésének lehetősége csak az utóbbi másfél évtizedben vált valóra [1].

Az URH mozgó és állandóhelyű rádiótávközlési hálózatok a hagyományos (500 MHz alatti) vagy a magasabb (900 MHz-es) frekvenciasávokban üzemelhetnek. Szóba kerül már az 1000 MHz feletti frekvenciák használatának szükségessége is [1], [2]. A hagyományos rendszerek kapacitása korlátozott: nincs elég frekvencia az 500 MHz alatti sávokban, a frekvencia ismétlések lehetősége is kicsi a nagy cellaméretek miatt. Hatékony frekvenciafelhasználású cellás rendszer kialakításához a magasabb frekvenciasávokban állnak rendelkezésre szabad frekvenciasávok.

Az URH földi mozgó és állandóhelyű rádiószolgálatok hálózata adóhelyeinek és frekvenciáinak meghatározása során eleget kell tenni az interferáló adók közötti minimális távolságra vonatkozó feltételeknek. A cellás hálózat geometriai tulajdonságai és frekvenciakiosztása szoros összefüggésben vannak.

Cellás elv alapjai

A cellástechnika az ellátandó terület felosztásán és a frekvenciák ismételt felhasználásán alapszik. A területek egységét, a cellát egyenként saját bázisállomás lát el. A cellák bizonyos csoportokat (cluster) képeznek, melyekre szabályos elrendezésű csatornakiosztást lehet alkalmazni úgy, hogy a cellacsoporton belül egy frekvencia csak egyszer fordul elő, viszont a teljes ellátandó területen ugyanaz a frekvencia ismételt felhasználásra kerül. Az azonos frekvenciájú csatornákat ugyanis megfelelő távolságban egymástól újból fel lehet használni zavaró azonos-csatorna interferencia észlelése nélkül. A szomszédos cellák azonban mindig eltérő csatorna készlettel rendelkeznek az interferen-



ÖKRÖS TIBORNÉ

Villamos mérnöki oklevelét 1960-ban szerezte a Budapesti Műszaki Egyetemen. 1958–67 között a Budapesti Rádiótechnikai Gyárban üzemmérnökként, 1967 óta a Posta Kísérleti Intézetben tudományos kutatóként dolgozik. Tématerülete mindvégig az URH rádió-kommunikáció.

ciák elkerülése végett. A frekvencia ismételt kiosztása folytán az adott területen egyidejűleg több hívás lebonyolítható, mint a területen felhasznált frekvenciák száma. Ilyen elv alapján egyetlen rádiófrekvencia 1 erlangnál is nagyobb forgalmat bonyolíthat le.

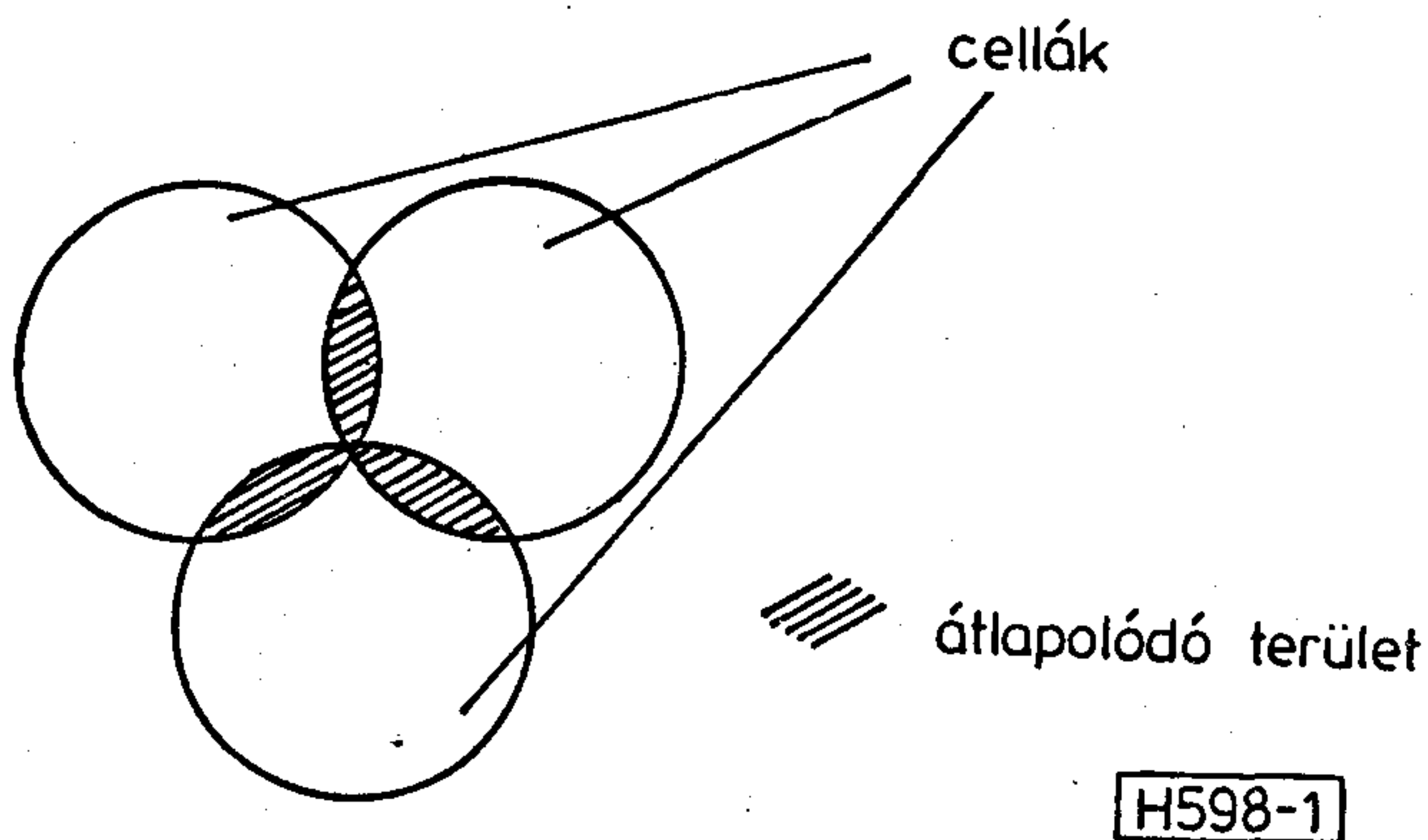
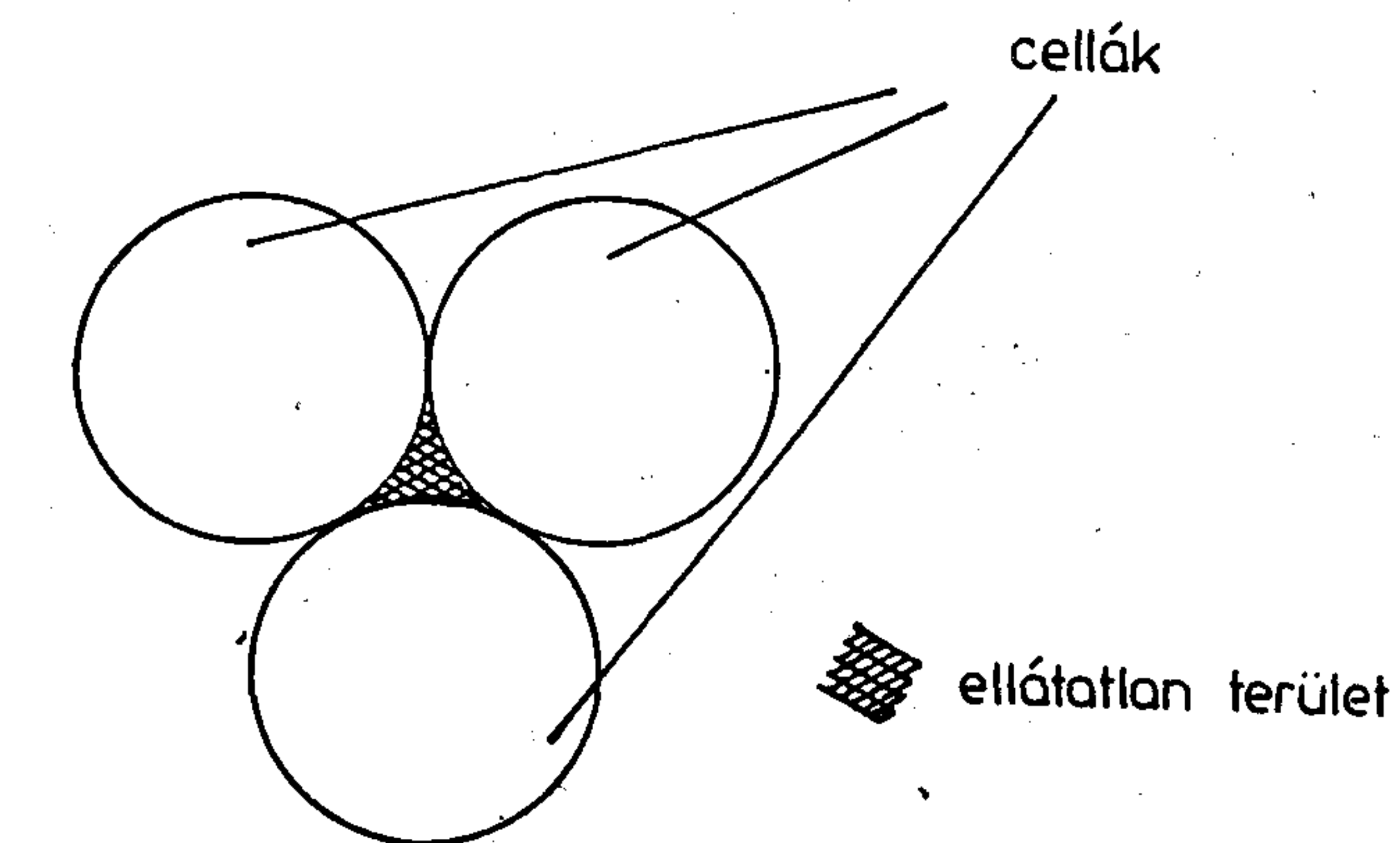
Ha a rendelkezésre álló C csatornamennyiséget N készletre bontjuk, akkor mindegyik készlet C/N csatornát tartalmaz. Ezeket a készleteket használják fel az egyes cellák. Bizonyos cellákban előfordulhat olyan mértékű forgalom, hogy a cella csatornakészlete által meghatározott kapacitás telítődik. A cellán belüli forgalom további növekedése szükségesé teszi a cellahatárok megváltoztatását, a cella osztását. Ez úgy következik be, hogy a korábbi egyetlen cella helyén több cella létesül, melyek mind rendelkeznek az eredeti cella által felhasznált csatornakészlettel. A cellaosztáskor az adók teljesítményét a cellaméreteknek megfelelően csökkenteni kell.

A nagy forgalom koncentrációjú területeken tehát kiscellás, míg a kisebb forgalmi igényt támasztó területeken nagycellás szerkezetű rendszert célszerű létesíteni.

Cellás geometria tulajdonságai

A gyakorlatban szabályos geometriai szerkezetre törekszünk a cellás hálózat adóhelyeinek meghatározásánál.

Az egyes adók ellátási területe alkotja tulajdonképpen a cellát, amely körsugárzó antenna és ideális terjedési feltételek mellett kör alakú. Tervezési célokra azonban nem célszerű kör alakú cellákat feltételezni, mert ellátatlan vagy többszörösen ellátott (átlapolódó) területek adódnak (1. ábra). A kör alakú ellátási területek megközelíthetők szabályos poligonnal is (háromszöggel, négyszöggel, hatszöggel), melyeknél ellátatlan vagy átlapolódó területek nem keletkeznek. A hexagonális cellaforma adja a legkedvezőbb megoldást, az



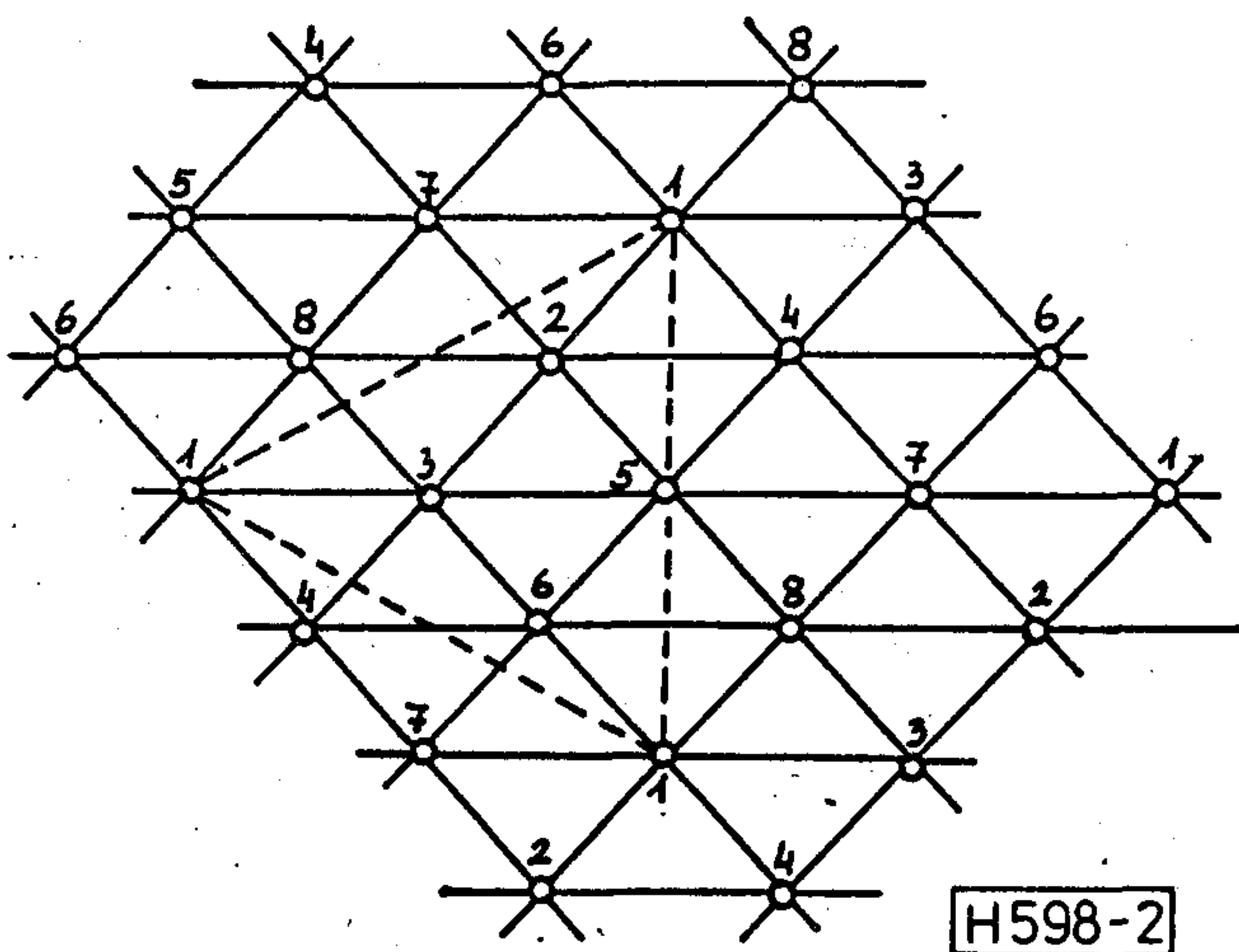
1. ábra Ellátás kör alakú cellákkal

adott területen szükséges adók száma ez esetben a legkisebb [9],[10],[12].

A gyakorlatban a tényleges cellák alakja torzul és ha közelítjük hatszöggel, ez tervezési tárgyalási célokra megfelelő.

Szabályos hálózat

A hálózat adóinak elrendezése egyenletes, az adók párhuzamos vonalrendszer kereszteződéseiben helyezkednek el. Az adóhelyekre kijelölt csatornákat célszerű közösleges 1, 2, 3. ... számokkal jelölni.

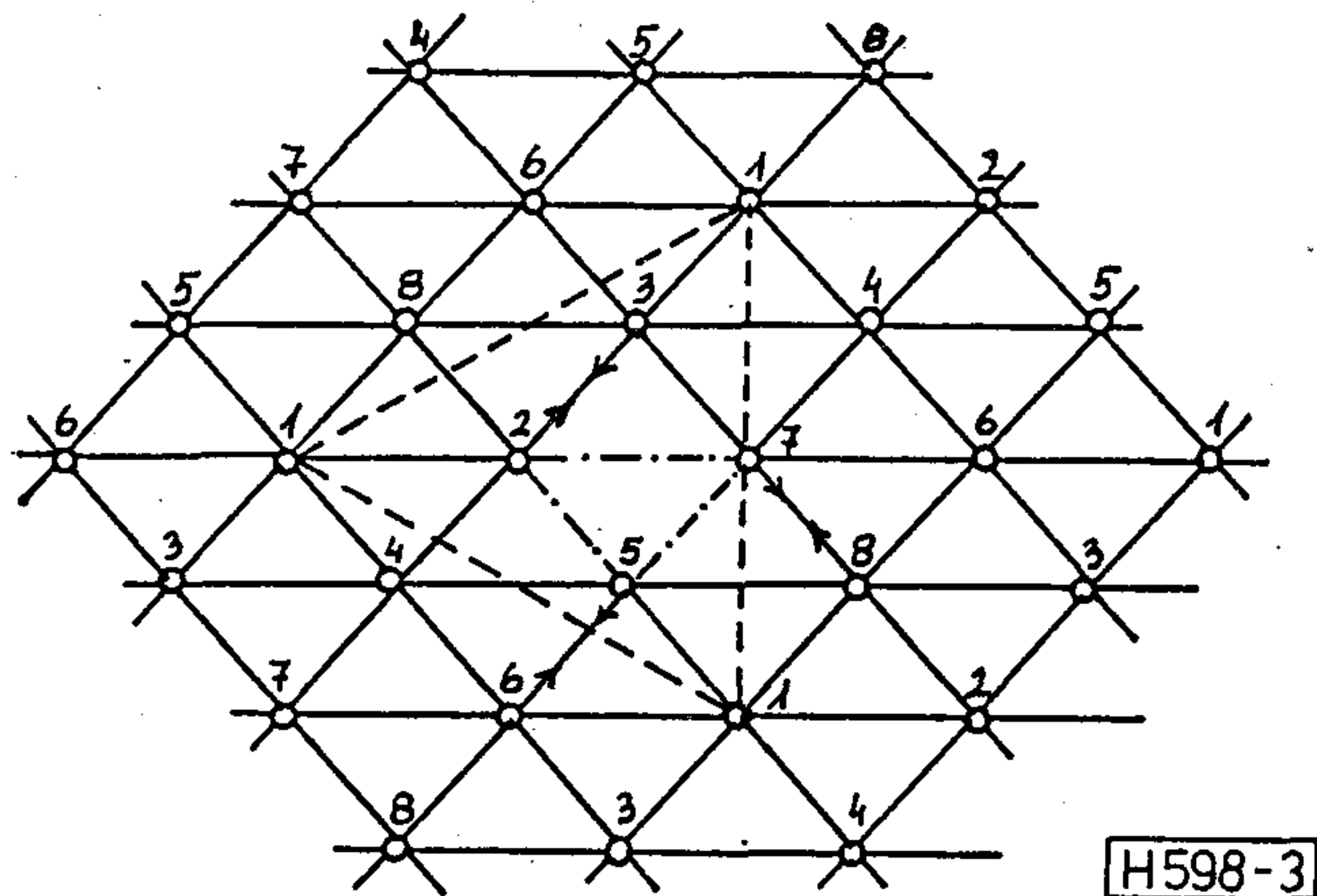


2. ábra Egyenletes lineáris adóhálózat

Az egyenletes hálózaton belül lineáris és nemlineáris csatornakiosztás lehetséges [7].

Lineáris a hálózat, ha a hálózat bármely pontját összekötő egyenes mentén az egymást követő helyek csatornaszámainak különbsége egyenlő (2. ábra). A lineáris hálózatban – bármely csatorna felhasználása esetén – a kölcsönös interferencia mértéke egyenlő. Ilyen csatornakiosztásnál az interferencia zavarok minden hálópontban azonos mértékűek.

A nemlineáris hálózatoknál az egyes adók ellátási területei nem egyformák, a csatornaszám különbségek nem azonosak a hálózat egyenesei mentén, az interferencia mértéke pontról – pontra változik (3. ábra).



3. ábra Egyenletes nemlineáris adóhálózat

A hexagonális cellaformák esetén a hálózatot képező vonalak éppen 60°-os szögben metszik egymást, az adóhelyek egyenlő oldalú háromszöghálót alkotnak. Megkülönböztethetünk:

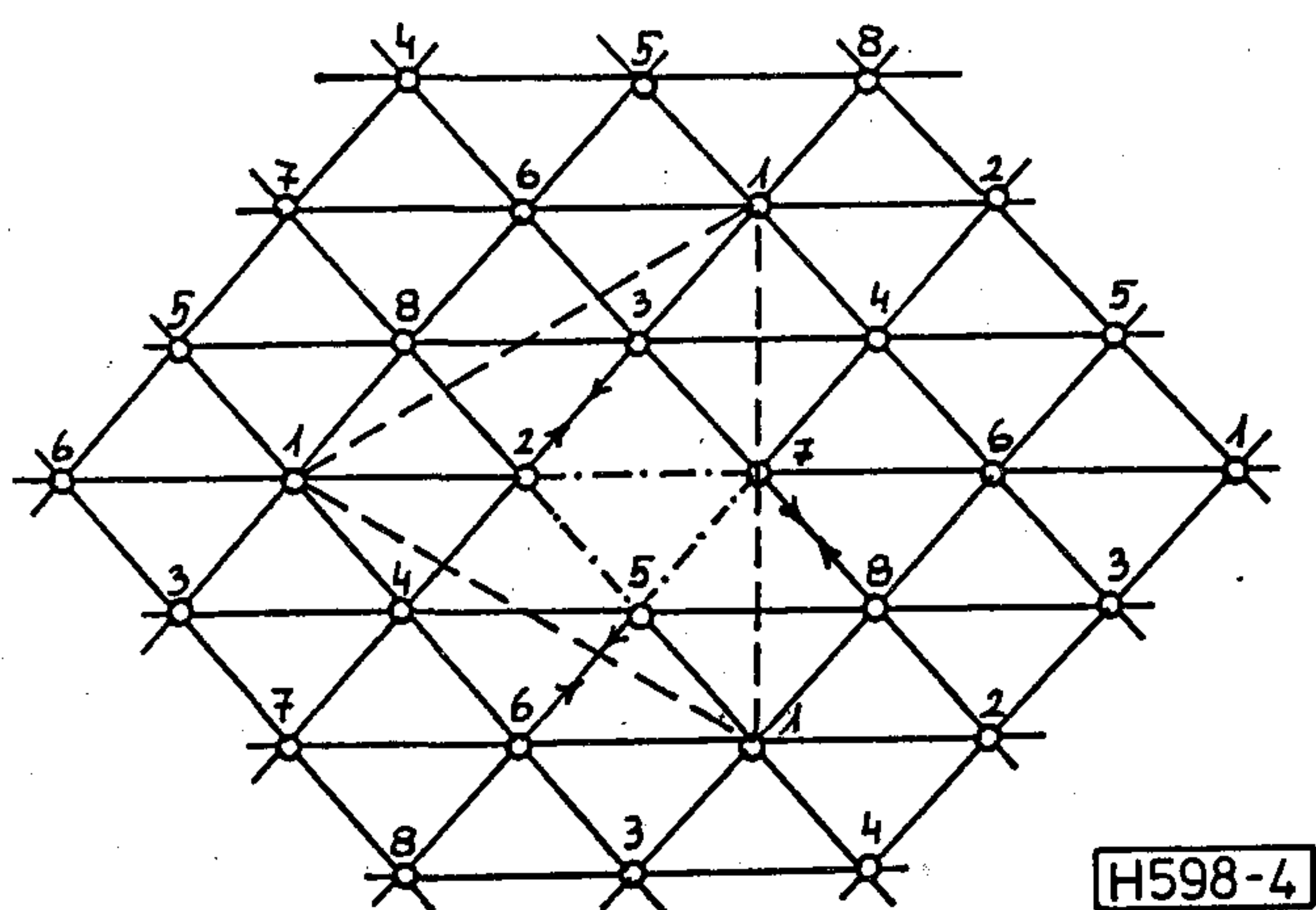
- egyenlő oldalú háromszögből álló azonos-csatorna,
- egyenlő oldalú háromszögből álló különböző-csatorna,
- azonos- és különböző-csatornára nézve egyaránt egyenlő oldalú háromszögből álló szabályos (reguláris) hálózatokat (4., 5., 6. ábrák).

Szabályos (reguláris) hálózat – a későbbiek során láthatjuk – csak bizonyos csatornaszámok esetén képezhető [7], [8].

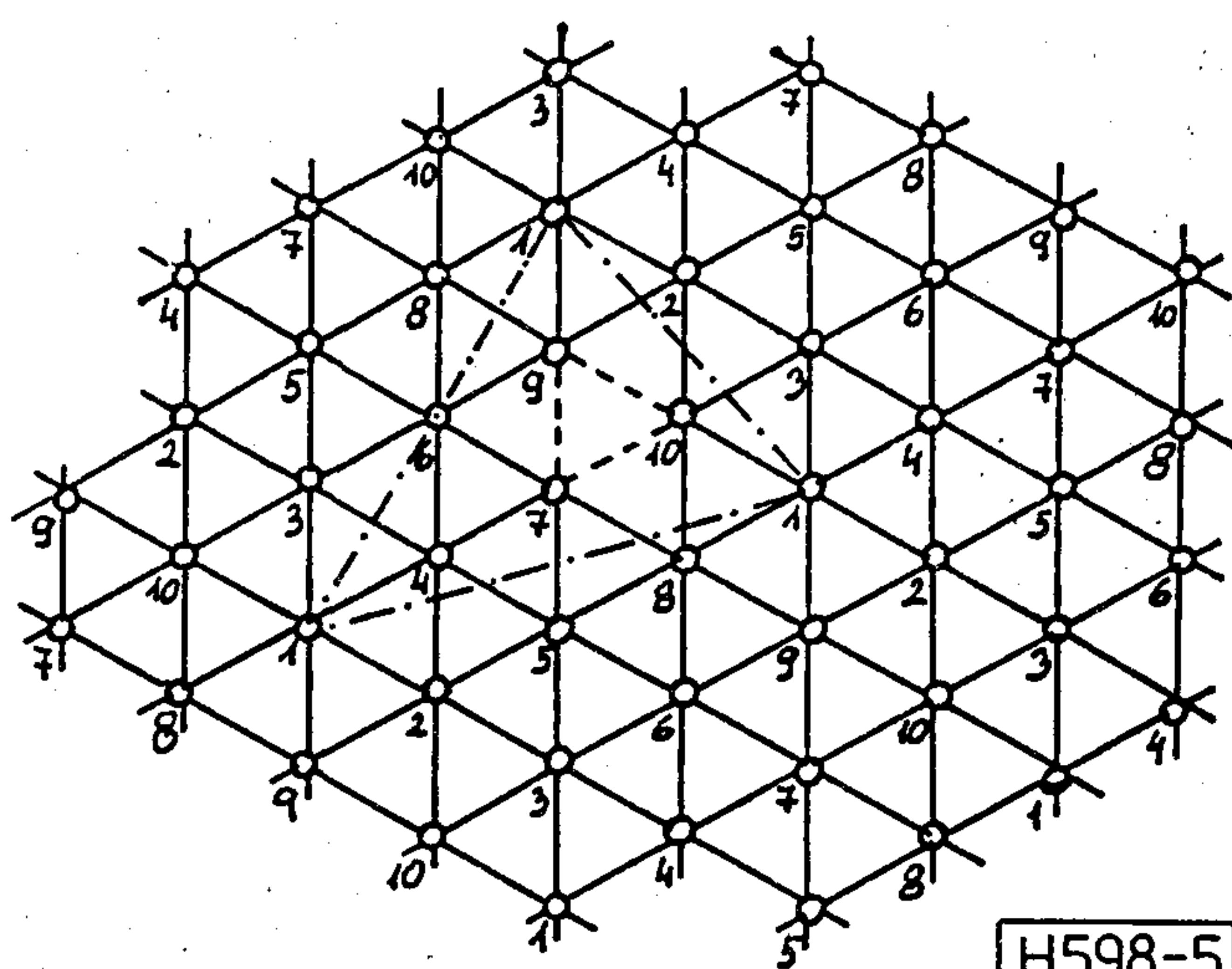
A hexagonális cellás geometria koordinátáit a 7. ábra szemlélteti. A koordináta tengelyek 60°-os szögben metszik egymást, a tengelyek mentén vett egységnyi távolság pedig a cella sugár $\sqrt{3}$ -szorosa. A cella R sugara a cella középpontja és a cella bármelyik csúcsa közötti távolság. Ebben az elrendezésben minden cella középpontja egész számú számpárossal megadott pontra esik és két pont távolsága az alábbi összefüggéssel számítható [7], [8]:

$$d_{12} = \sqrt{(u_2 - u_1)^2 + (u_2 - u_1)(v_2 - v_1) + (v_2 - v_1)^2} \quad (1)$$

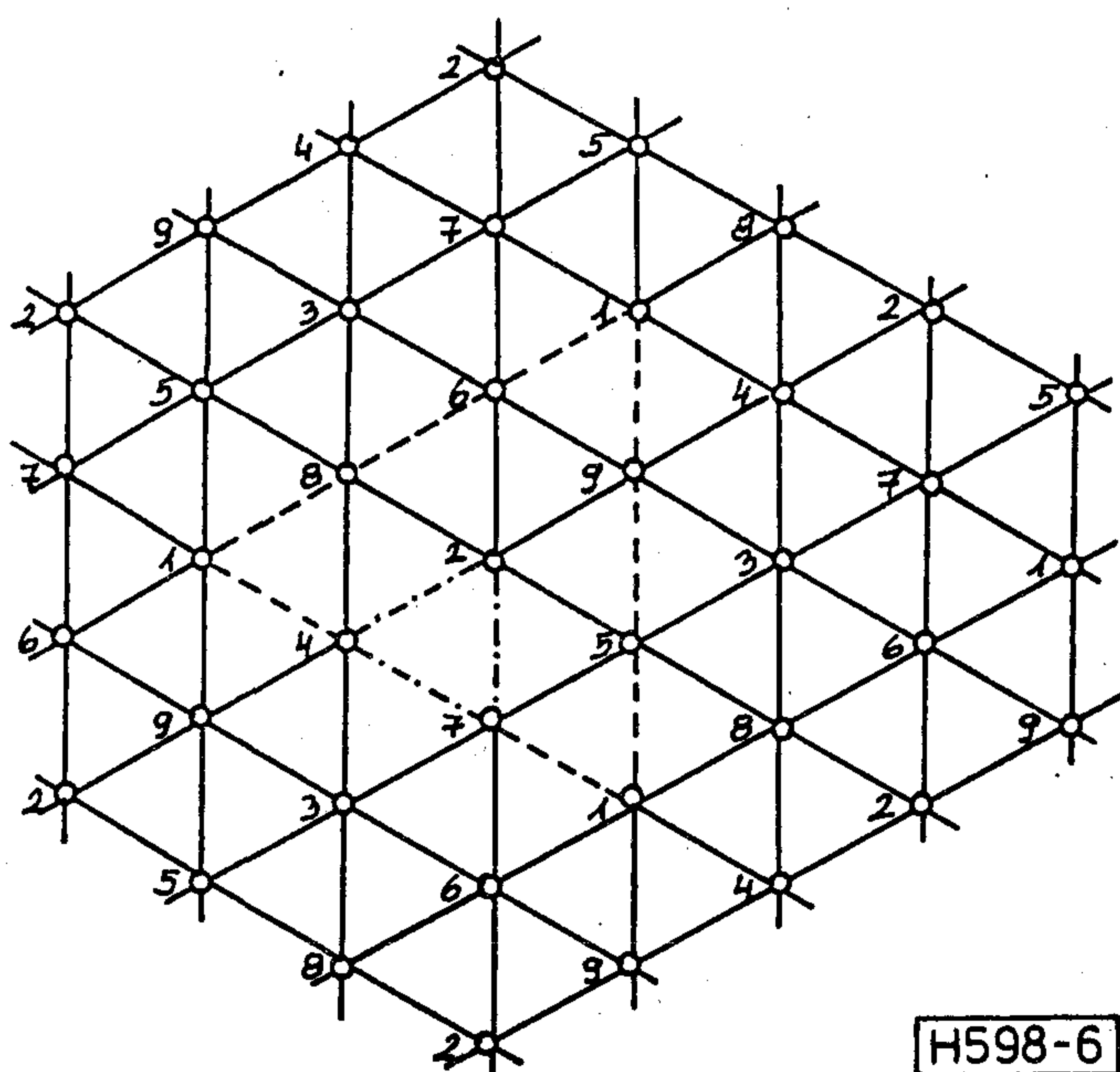
ahol u_1, v_1 és u_2, v_2 a pontok koordinátáit jelentik. Ezzel az összefüggéssel is kiadódik, hogy a szomszédos cellák



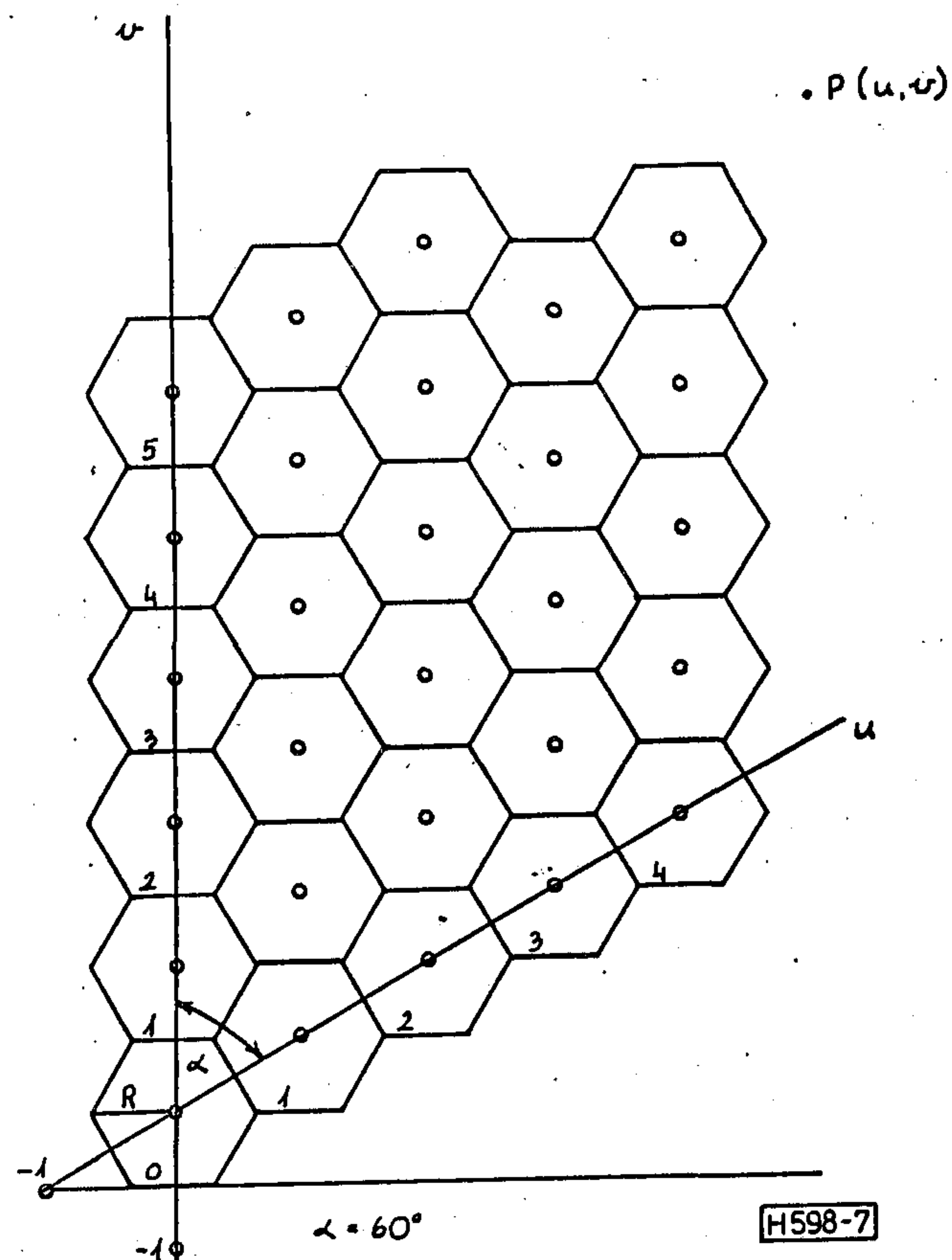
4. ábra Egyenlő oldalú háromszögháló azonos csatornára ($C = 8$)



5. ábra Egyenlő oldalú háromszögháló különböző csatornára ($C = 10$)



6. ábra Egyenlő oldalú háromszögháló összes csatornára (reguláris) ($C = 9$)



7. ábra Hexagonális cellás geometria

középpontja (adók) távolsága egységnyi és a cella R sugara pedig

$$R = 1/\sqrt{3} \quad (2)$$

Optimális hálózat

A hálózat akkor optimális, ha ezzel a leghatékonyabb rádiófrekvenciás ellátás biztosítható, ha az ellátási területek minimális átlapolódásúak, a különféle interferenciák minimálisak és azonos szintűek minden ellátási területen.

Minimális átlapolódások és egyforma ellátási területek elérése céljából – ha lehetséges – a hálózatnak nemcsak szabályosnak (regulárisnak), de lineárisnak is kell lennie [7], [8], [9], [10].

Az interferencia által korlátozott adóhálózatban az azonos-csatorna interferencia van túlsúlyban, ezért célszerű az azonos-csatornájú adókat oly módon elhelyezni, hogy azok egy egyenlő oldalú háromszöghálót alkossanak (így az azonos-csatornájú adók közötti D távolság minden cellahelyre nézve ugyanaz, iránytól függetlenül).

Ha a hálózat nagy kiterjedésű, akkor minden adó hat azonos-csatornájú adó vesz körül, melyek szabályos hatszöget alkotnak, majd nagyobb távolságban a többi azonos-csatornájú adó következik.

Ezen hatszögek a szabályos hálózatban állandóan ismétlődnek, így elegendő egyetlen adó által létesített

ellátási területet vizsgálni, ha minden adó egyenlő mértékben járul hozzá a teljes terület ellátásához a vizsgált egyetlen csatornán belül.

A vizsgált egyetlen csatornán minél nagyobb rádiófrekvenciás ellátási tényezőt kapunk, annál kevesebb frekvenciára van szükség a teljes ellátáshoz, ill. adott csatornaszámmal annál több forgalom bonyolítható le. A kölcsönös interferenciák úgy csökkenthetők, hogy a két szomszédos egyenlő oldalú azonos-csatorna háromszög által alkotott rombusz területén lineárisan osztjuk ki a csatornákat.

Az azonos-csatorna interferencia csökkentésének mértéke nem abszolút amplitúdótól, hanem az azonos csatornájú jel-interferencia viszonytól függ. Minthogy a közepes jel és a közepes interferencia fordítva arányos a forrástól számított távolság negyedik hatványával, a szükséges azonos-csatornájú cella távolságot (D) a cella sugár (R) többszöröseként lehet meghatározni a kívánt jel-interferencia viszonytól függően [2]:

$$\text{ha} \quad J = k/R^n \text{ és } I = k/D^n \quad (3)$$

ahol k egy sugárzási jellemzőktől függő állandó mennyiség és $n = 4$,

$$\text{akkor} \quad J/I = (D/R)^n, \text{ ill. } D = R(J/I)^{1/n}. \quad (4)$$

Megfelelően csökkentve D és R értékét, minden csatorna ismételten kiosztható több cella részére az ellátási területen belül. Ha azonban az azonos-csatornájú cellahelyek közötti kölcsönös interferencia megnőne, akkor még egyéb eszközök (diverziti, teljesítményvezérlés, stb.) használata is szóba jöhet. A D azonos-csatorna ismétlési távolságot tehát megfelelően kell megválasztani, hogy az azonos-csatorna interferencia fellépésének valószínűsége elfogadhatóan kicsi (5 ~ 10%) legyen [10].

Az azonos-csatorna ismétlési viszony (a hálózat geometria) és a csatorna készlet nagysága a (csatornakiosztás) összefüggésben vannak [2], [7], [8], [9], [10], [12]. Az origóba helyezett referencia cellához képest bármely legközelebbi azonos-csatornájú cellahely távolsága az (1) képlet alapján számítható:

$$D = \sqrt{u^2 + uv + v^2} \quad (6)$$

Ha a hálópontok koordinátáinak uv értékeire – lent leírt módon – megfelelő ij számokat választunk, akkor a szabályos hálózat D oldalú azonos-csatornájú hatszöge területén éppen az N csatornakészletnek megfelelő számú R sugarú elemi (különböző-csatornájú) hatszög fordul elő. Ha u_i az azonos-csatornájú cellák középpontja D , a szomszédos (különböző-csatornájú) cellák középpontja pedig egységnyi távolságra van egymástól, akkor a két terület aránya:

$$N = u^2 + uv + v^2 \quad (7)$$

Szabályos hálózat esetén a N csatornakészletre adó-

dó (7) összefüggésben az uv koordinátáknak pozitív egész számoknak kell lenniük (zérus is lehetséges).

A tény, hogy uv egész szám lehet azt jelenti, hogy csak bizonyos számú cella csoportosítható a kívánt geometria szerint.

Optimális hálózatnál uv már közös tényezővel sem rendelkezhet és zérus sem lehet.

A (2), (6) és (7) képletek összevonása esetén kapjuk meg a D/R azonos-csatorna ismétlési viszony és az N csatornakészlet (cellacsoport = cluster) szám közötti klasszikus összefüggést:

$$D/R = \sqrt{3N} \quad (8)$$

A $D/R = 4,6/1$ tipikus érték az $N = 7$ csatornakészlet számnak felel meg, amikor a teljes rendelkezésre álló C csatornamennyiség 7 készletre oszlik és a cellák 7-es csoportokat (cluster) alkotnak. Hatszög formájú, szabályos cella hálózat létesítésére csak bizonyos N számok (csatornaszámok) alkalmasak: 3, 4, 7, 9, 12, 13, 16, 19, 21, 25, stb. A vastagbetűs számokkal optimális (reguláris és lineáris) hálózat valósítható meg [7].

Frekvenciakiosztási formula

A csatornakiosztás, ill. frekvenciaszámítás a c csatorna kijelölését jelenti a cellahelyek által alkotott rácsháló pontjaira. A kiosztás a következő kétismeretlenű kongruenciával fejezhető ki [7], [8]:

$$c = [(i+1) + jv] \bmod N \quad (9)$$

ahol N a frekvenciakészlet (cluster) szám,
 u, v a hálópontok (cellahelyek) koordinátái.

A csatornakiosztást az i és j tényezők határozzák meg. Az i és j egész számok relatív prim kell legyenek az N modulushoz képest, ekkor (csakis ekkor) minden csatornaszám előfordul N -ig a hálózatban. Az összefüggésben célszerű $i \geq j$ értékű kiosztási tényezőket használni, mivel a $j \geq 1$ esetekben szimmetrikusan azonos értékek adódnak a (9) kongruencia megoldásaira.

A (9) formula fejezi ki a hálózati geometria és a frekvenciakiosztás között a már említett szoros összefüggést, az alapvető (1) képlettel együtt megköti a hálózat- és frekvenciatervezés menetét [7]:

- Az interferáló adó(k), ill. az átviteli minőség (1) képlettel kifejezhető távolság feltétel(ei)nek megfelelően és
- a (9) formulával számítható frekvenciakiosztás függvényében N értéke szerint adódó számú megoldásból választjuk ki az adó, ill. cellahelyek koordinátáit.

A tervezés során egy (vagy több) interferencia típust (távolság megköttést) vehetünk figyelembe. Elvileg maximálisan három távolság feltételt írhatunk elő, mivel a cellahelyek által alkotott háromszögháló meghatározottnak tekinthető, ha három különböző távolsága

adott. (Szokásosan az azonos- és a szomszédos-csatornájú cellahelyek kijelölése kritikus). Az (1) geometriai és a (9) számelméleti összefüggésnek egyaránt megfelelő hálópont koordináták csak bizonyos N frekvencia (cella) csoport szám esetén képeznek szabályos, ill. optimális hálózatot. A szabályos hálózat lineáris csatornakiosztással válik optimálissá. Az optimális hálózat egyben szabályos is.

Befejezés

A frekvencia ismételt felhasználása és a kiszolgáló terület cellákra való osztása képezi a cellás elv alapjait, melyek alkalmazásával az egyes rádiófrekvenciákon 1 erlangnál nagyobb forgalom is lebonyolítható.

A cellás tervezés során a hálózati geometria és a frekvenciakiosztás szoros összefüggésben vannak. Csak bizonyos csatornaszámokkal valósítható meg az optimális hálózat. Az utóbbi lineáris frekvenciakiosztást alkalmaz, melyben az ellátási területek minimális átlapolódásúak és a különféle interferenciák fellépésének valószínűsége minimális és azonos minden területen.

A jelen cikk a hatékony frekvenciafelhasználású cellástechnika elvi alapjait tárgyalta. A következő beszámoló a cellás hálózatok létesítésének gyakorlati kérdéseivel fog foglalkozni.

IRODALOM

- [1] Ökrös Tiborné – Oprics György: Urh rádiótelefon rendszerek, PKI Review, 1988.
- [2] CCIR XVIth Plenary Assembly, Volume VIII – 1, Land Mobile Service, Geneva, 1986.
- [3] CCITT Rural Telecommunications, ITU, Geneva, 1986.
- [4] Duff W. G.: Mobile Communications, Don White Cons., USA, 1980.
- [5] Bewegliche Funkdienste, NTG Fachberichte 90., VDE – Verlag GmbH, Berlin, 1985.
- [6] Jakes W. C.: Microwave Mobile Communications, John Wiley, New York, 1974.
- [7] Ökrös Tiborné: Hálózat- és frekvenciatervezés a középhullámú műsorszóró sávban, PKI Közleményei 21. kötet, Közdok, Budapest, 1977.
- [8] Ökrös Tiborné: Hálózat- és frekvenciatervezési irányelvek az URH földi mozgószo szolgálatban, PKI Közleményei 25. kötet, Közdok, Budapest, 1979.
- [9] Ökrös Tiborné: Hatékony frekvenciafelhasználású módszerek vizsgálata (Cellás elv), PKI tanulmány, Budapest, 1987. november.
- [10] Ökrös Tiborné: Optimális URH rádiótelefon rendszerek rádiótechnikai jellemzői, PKI tanulmány, Budapest, 1987 november.
- [11] Nehéz György: URH rádiótelefonok zavarvédelmi vizsgálatai, PKI tanulmány, Budapest, 1982.
- [12] Ökrös Tiborné: Cellás rádiótelefon hálózatok tervezése, PKI közleményei 37. kötet, Közdok, Budapest, 1989.

СОДЕРЖАНИЕ

INHALT

CONTENTS

Цебе, Л.:

Двух- и многомерный ряд фурье и интеграл фурье

HÍRADÁSTECHNIKA (ХИРАДАШТЕХНИКА, Будапешт) 1990. № 11.

В первой части нашей статьи мы занимаемся двух – и многомерным вариантом синусоидальных функций. На их основе рассматриваем ряд фурье двух – и многомерных периодических функций, а потом интеграл фурье двух – и многомерных непериодических функций. Это малоизвестная часть математики имеет основную важность в теории волн и во многих других областях физики.

Во второй части нашей статьи останавливаемся на многомерном импульсе Дирака и на многомерной выборочной функции. Они имеют особое значение во все больше распространяющей цифровой обработке изображений.

Лееб, Ф. – Др. Хенк, Т.:

Совместная амплитудно – и фазовая аппроксимация фильтров ФИР

HIRADASTECHNIKA (Хирадаштехника, Будапешт) 1990. № 11.

В статье показывается совместная амплитудно – и фазовая аппроксимация для проектирования фильтров ФИР.

Метод состоит из двух частей: из совместной интерполяции амплитуд и фаз пропускной полосы и из амплитудной интерполяции запирающей полосы. Две части соединяются алгоритмом РЕМЕЗ.

Полиномы интерполяции можно образовать рекурсионными формулами. Свойства фильтров, полученных в результате совместной аппроксимации сравниваем со свойствами фильтров экзитных линейно – фазовых и минимально – фазовых.

Екреш, Т.:

Ячейная техника Эффективного использования частот. I. Основы ячейного принципа

HIRADASTECHNIKA (Хирадаштехника, Будапешт) 1990. № 11.

Потребность в услугах подвижной и стационарной УКВ радиосвязи все время возрастает, которую из-за ограниченного количества частотных полос можно удовлетворить только путем применения современной ячейной техники. Статья описывает ячейный принцип, обеспечивающий эффективное использование частот, с помощью которого можно определить геометрическое расположение передатчиков и использование частот.

Cebe, L.:

Fourier-Reihe und Fourier-Integral von zwei oder mehr Dimensionen

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) 1990. Nr. 11.

Im ersten Teil unseres Artikels beschäftigen wir uns mit den Varianten von zwei oder mehr Dimensionen der Sinusfunktionen. Auf Grund dessen wird die Fourier-Reihe der periodischen Funktionen von zwei oder mehr Dimensionen und danach das Fourier-Integral der aperiodischen Funktionen von zwei oder mehr Dimensionen behandelt. Dieser weniger bekannte Teil der Mathematik ist von wesentlicher Wichtigkeit in der Wellenlehre und in vielen anderen Gebieten der Physik. Im zweiten Teil unseres Artikels gehen wir kurz auf den Dirac-Impuls von mehreren Dimensionen ein, sowie auf die probe-entnehmende Funktion von mehreren Dimensionen. Diese haben besondere Bedeutung in der immer mehr an Boden gewinnenden digitalen Bildverarbeitung.

Leeb, F. - dr. Henk, T.:

Gleichzeitige Amplituden- und Phasenapproximation von FIR-Filtern

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) 1990. Nr. 11.

Im Artikel wird eine gleichzeitige Amplituden- und Phasenapproximation für den Entwurf von FIR-Filtern dargelegt. Die Methode besteht aus zwei Teilen: der gleichzeitigen Amplituden- und Phasenapproximation im Durchlassbereich und der Amplitudenapproximation im Sperrbereich. Die zwei Teile sind durch den Remez-Algorithm miteinander verbunden.

Die Interpolationspolynome können mit rekursiven Formeln hergestellt werden. Die Filtereigenschaften, die sich aus dem Entwurf mit gleichzeitiger Approximation ergeben, werden mit den Eigenschaften von exakten Linearphasenfiltern und von Minimalphasenfiltern verglichen.

Frau Ökrös, T.:

Zellentechnik wirksamer Frequenzverwendung. I. Die Grundlage des Zellenprinzips

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) 1990. Nr. 11.

Man kann gegenüber der UKW-Funkfernmeldetechnischen Dienstleistungen einen immer mehr grösseren Anspruch beobachten. Dieser Anspruch kann jedoch wegen der beschränkten Menge der Frequenzbänder nur mittels der Verwendung von modernen Zellentechnik befriedigt werden. Der Artikel erörtert das Zellenprinzip, welches die wirksame Frequenzverwendung sichert, mit dem die geometrische Platzierung der Sender und deren Frequenzverwendung gesichert werden kann.

HÍRADÁSTECHNIKA

A szerkesztésért felelős: Dr. Tófalvi Gyula. Szerkesztőségünk címe: Budapest V., Kossuth Lajos tér 6-8. 1055. Telefon: 153-1027. Kiadja a DELTA Szaklapkiadó és Műszaki Szolgáltató Leányvállalat. 1093. Budapest, Szamuely u. 44. Felelős kiadó: F. Nádor Mara igazgató. Terjeszti a Magyar Posta Vállalat. Előfizethető bármely postahivatalnál, a kézbesítőknél, a Posta hírlapüzleteiben és a Hírlapelőfizetési és Lapellátási irodánál (HELIR, Budapest, József Nádor tér 1. 1900) közvetlenül, vagy postautalványon, valamint átutalással a HELIR 215-96 162 pénzforgalmi jelzőszámra. Előfizetési díj: fél évre 180 Ft, egész évre 360 Ft. Egyes szám ára 30 Ft. Megjelenik havonta. A folyóirat külföldre előfizethető: a „KULTÚRA” Külkereskedelmi Vállalat, H-1389 Budapest, postafiók 149. és a Magyar Média, 1392 Budapest, Pf. 279.86 - 253.

Cebe, L.:

Two- and Multidimensional Fourier's Series and Fourier's Integral

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) 1990. No. 11.

First part of this article deals with the two- and multidimensional variants of sinusoidal functions. On the basis of it the Fourier's series of two- and multidimensional, periodic functions are discussed, then the Fourier's integral of two- and multidimensional aperiodic functions is introduced. This less known part of mathematics has basic importance in the wave theory and in several, other areas of physics.

In the second part of this article the multidimensional Dirac pulse and the multi-dimensional sampling function are introduced briefly. They have special importance in the digital picture processing spreading increasingly.

Leeb, F. - dr. Henk, T.:

Simultaneous amplitude and phase approximation for FIR filters

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) 1990. No. 11.

FIR filter design method with simultaneous amplitude and phase approximation is presented. Two components are proposed in this design method: the simultaneous amplitude and phase interpolation in the passband and the amplitude interpolation in the stopband. These interpolations are employed by the Remez-exchange algorithm.

The polynomials for the interpolations are generated by recurrence formulae and the recurrence coefficients are calculated by a recursive method. The properties of the filters designed with the simultaneous approximation are investigated and compared with properties of the exact linear and the minimum phase filters.

Mrs. Ökrös, T.:

Cellular Technique Assuring Effective Frequency Utilization 1. Principles of Cellular Theory

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) 1990. No. 11.

Demands on VHF/UHF mobile and fixed radiocommunication services are greater and greater, which can be satisfied only by the application of an up-to-date cellular technique because of the limited quantity of the frequency bands. The paper introduces the principles of the cellular theory ensuring effective frequency utilization, by the help of which the geometrical position and frequency allocation of the transmitters can be determined.

(Folytatás a 282. oldalról)

Panamában 1986-ban a telefonkészülékek száma 232.000 volt, 100 lakosra 10,4 telefon jutott. Közvetlen tárcsázással 141 ország hívható, ez a szolgáltatás az előfizetők 93 %-ának rendelkezésére áll. A telexszolgáltatás teljesen automatikus (1549 előfizetővel). Lehetőségei a konferenciahívás, körhívás, késleltetett telextovábbítás, minden külön költség nélkül. Az adatok közvetítése számítógépek és terminálok között szinkron formában max. 9600 bit/s sebességgel, aszinkron formában 300–1200 bit/s sebességgel lehetséges.

1987–91 között 109600 digitális vonalat létesítenek, egy közvetítőrendszert hoznak létre digitális rendszerben, száloptikával és multiplexerrel a fővárosban a fontosabb telefonközpontok összekötésére. A rendszer 140 Mbytes lesz.

(El Mundo Electronico – Magyar Elektronika)

*

A félvezetőpiac szektoronkénti megoszlása

Szektor	1989	1994
Informatika	35 %	32 %
Távközlés	21 %	20 %
Ipari	18 %	15 %
Fogyasztói	12 %	17 %
Közlekedés/szállítás	8 %	10 %
Haditechnika	6 %	6 %
Összesen: (M USD)	9690	23100

(Dataquest)

*

Az IBM után az egyik legnagyobb számítástechnikai világcég a Digital Equipment Corporation (DEC) neve nem cseng ismeretlenül a hazai felhasználók előtt. A PDP 8, majd PDP 11 termékek igen népszerűek voltak Magyarországon, forgalmuk a 70-es években 1980-ig egyenletesen növekedett. A mini- és megamini gépek de facto ipari standardját megteremtő DEC kultúra terjesztésében sokat tett az MTA Központi Fizikai Kutató Intézete, ahol az elmúlt 2 évtized során több mint ötszáz darab készült – a DEC PDP 8-as sorozatával kompatibilis – TPA 8 számítógépcs család tagjaiból és több mint 600 rendszert helyeztek üzembe a 16 bites (a PDP 11 családdal kompatibilis) TPA 11 (100-as és a TPA 11/400-as sorozat mikro- és megamini gépeiből, továbbá a 32 bites, VAX architektúrájú TPA 11/500 sorozat megamini gépeiből. Az utóbbi években egy a KFKI-ból kivált szakembercsoport a SZÁMALK-ban is megkezdte a mikro VAX architektúrájú Mikrosztár gépek összeszerelését és sikeres értékesítését. Nem véletlen tehát, hogy a DEC választása erre a két cégre esett, amikor a magyar piacra visszatérve vegyesvállalatot kívánt alapítani.

1990. február 13-án ünnepélyes keretek között Budapesten írták alá a három cég vezetői azt az alapító okiratot, melynek értelmében 1990. április 2-ától létrejött a Digital Equipment Magyarország (DEM) buda-

pesti székhelyű vegyesvállalat. A kétmillió dolláros alaptőkéből a DEC 51 %-kal a két magyar résztulajdonos pedig 24,5-24,5 %-kal részesedik, de a DEC opciót kapott a vegyesvállalat összes részvényének megszerzésére, tehát távlatilag várható, hogy a jelenlegi vegyesvállalat később teljesen külföldi céggé válik.

Az indulásnál mindössze 30 főt (elsősorban magyar szakembereket) foglalkoztató új cég alaptevékenysége a DEC Micro VAX számítógépcs családjának hazai értékesítése és a kapcsolódó vevőszolgálati tevékenység (hardver karbantartás, szoftver követés, oktatás). A Micro VAX II a számítógépipar és kereskedelem egyik legsikeresebb terméke, amelyből eddig már több mint 100 ezer rendszert értékesítettek világszerte. Az új cég létrejötte egyúttal azt jelenti, hogy megszűnik a nem jogtisztá alapon történő hazai DEC „kompatibilis gyártás”, az e területen szakmai ismereteket szerzett KFKI-s és SZÁMALK-os munkatársak a jövőben az amerikai importból származó hardver bázisán létrejött alkalmazási rendszerek létrehozása keretében kamatoztathatják tapasztalataikat. Az új vegyesvállalat a szakmai nyilvánosság előtt az idei tavaszi BNV-n önálló standdal mutatkozott be.

(DEC – KFKI sajtótájékoztató)

*

Az elmúlt évek gyors fejlődése ellenére Kína jelenlegi távközlési hálózata elavult és távolról sem képes az igények kielégítésére. 1986 elején 6,22 millió telefonkészülék és 40.000 helyközi telefonáramkör volt az országban. A telexszolgáltatást nem használják kiterjedten. Az adatátvitel csak most kezdődött meg, de az alkalmazott technológia fejletlen, kapacitása pedig nem elégíti ki az igényeket.

Az 1990-ben befejeződő ötéves terv a távközlés fejlesztését a legfontosabb feladatok közé sorolta. Az utóbbi években Kína évente 300-500 ezerrel növelte telefonvonalainak számát. A belföldi és a nemzetközi helyközi telefonszolgálat is gyorsan nőtt; a jelentések 1520, illetve 30-70 %-os növekedésről számolnak be.

Peking részére 160 kilométeres fényvezetőszálas vonalat és digitális telefonközpontot vásároltak a francia Alcatel cégtől.

1990-re Kína 13,5 millió telefonkészülékkel számolt. Ezt 2000-ig 33,6 millióra szeretné növelni, ami az 1980-ban felszerelt telefonok számának nyolcszorosa. Ehhez Kína külföldi tőkét és technológiát kíván felhasználni, bár folytatja az önerőre támaszkodás politikáját.

Az 1986-tól 1990-ig tartó ötéves terv során Kína 2,5-3 millió telefonvonalat szándékozik telepíteni a városokban és 60 ezer helyközi telefonáramkört a nagyvárosok között. A nagyvárosok, a gazdaságilag fejlett területek és a tengeri kikötők közötti helyközi beszélgetések közvetlen, vagy félig közvetlen tárcsázással lesznek kezdeményezhetők.

(Electronic Business – OMIKK Műszaki Információ vezetőknél)

Ára: 30 Ft



BERUHÁZÁS HELYETT – KÖLCSÖNÖZZÖN MŰSZERT



csak egy telefon: 181-0903

ÉS MÁRIS hozzájuthat a legkorszerűbb precíziós műszerekhez! **MEGTÉRÜL A KÖLCSÖNDÍJ**, mert: a megfelelő időszakban rendelkezésre álló, **MÉRÉSAUTOMATIZÁLÁSRA** is alkalmas korszerű műszerek használatával időt, munkaerőt, adót, amortizációs költségeket, javítási-karbantartási költséget takarít meg. **NE FELEDJE**, egy műszer haszna a mérésekből, nem pedig a tulajdonjogból ered! **NE SZAPORÍTSA KIHASZNÁLATLAN ESZKÖZEIT!**

ÓRIÁSI VÁLASZTÉK, oszcilloszkópok, multiméterek, jelgenerátorok, analizátorok, mérésadatgyűjtők, regisztrálók, analitikai-környezetvédelmi műszerek, rendszervezérlők, stb.

ÁLL AZ ÖN RENDELKEZÉSÉRE.

Fogyóanyag, tartozék-pótlás ugyancsak forintért!

ÚZING LEHETŐSÉG: egyes műszer vagy számítógép típusokra!

SZAKTANÁCSADÁS – HÁZHOZZÁLLÍTÁS – BEMUTATÁS!

KÉRJE INGYENES KÖLCSÖNMŰSZER KATALÓGUSUNKAT!

FELVILÁGOSÍTÁS, ELŐJEGYZÉS, ÜGYINTÉZÉS: 181-0903 vagy 166-2366/176
telefonszámokon.



**MTA MŰSZERÜGYI ÉS MÉRÉSTECHNIKAI
SZOLGÁLAT MŰSZERKÖLCSÖNZÉSI FŐOSZTÁLY**
Budapest XI., Szakasits Á. út 59–61. I. em. 107. szoba
H-1502 Budapest, Postafiók 58