SOKFÉLE.

91. Szám. Béts. November 12-dikén. (39) 1833

Emlékeztető Jegyzetek.

November.

9 Nov. — 1789. A' Moniteur nevü frantzia hirlap elöször jelen meg. — 1796 † II Katalin Orosz Tzárné. A'.Szombathelyi fötemplom — talán Magyar Ország legszebbike — bészenteltetik.

10 Nov. — 1444 VÁRNA. — 1456. A' Cilley Gróf undok tetteinek jutalmát nyeri ma. — 1526. Zápolya eltemetteti szerentsétlen Lajos Királyunk holt testét Székes Fejérváratt 's megválasztatja magát Királynak. — 1789. A' Törökök meggyözetnek Bukarest mellett. — 1793. Az ÉSZ ünnepe Párisban esztelenül ünnepeltetik ma elöször. — 1816. Felséges urunk házas társának veszi Car. August. — 1806. A' Frantziák elfoglalják Hannoverát.

11 Nov. — 1723. Szül. Pray György; Már régólta rejt a' sír mélye magában; de

> Az a' nagy elmék ritka tulajdona,
> Hogy nints idöhöz szabva hatáskörök,
> 'S bár eltünének, miveikkel
> Képezik ök az utóvilágot.
>
> Czuczor.

12 Nov. — 1757. Nadásdy rohannással veszi meg ma Schweidnitzet, a' hol 150 álgyut, 's 355,000 fl. talál.

Az öszvefogásról.

A' dolgok másításának egyik neméröl, a' változtatásról lásd a' Sokféle 83 (31) -dik számát, a' 659 — 666 lapokon. Vizsgáljuk meg már a' másitásnak másik nemét, az öszve fogást. Öszve fogásnak (combinatio) neveztetik minden különbözö együttvétel vagy választás, mellyet tehet az ember több esmeretes számú dolgokból, vévén azokat különbözö módokon, t. i. egyenként, kettönként, hármonként, négyenként, s' a' t. és tsak az öszvefogótt dolgok különbségét tekintvén, azaz, nem nézvén azoknak rendének különbségét, vagy a' helyváltoztatást. Az öszve fogás végett tehát az adatott dolgokat annyiszor veszszük egyével, kettejével, hármával, 's a' t. vagy annyiszor fogjuk öszve egyesekre, kettősökre, hármasokra, 's a' t. a' mennyiszer tsak lehet. A' dolgoknak egyenként való vétele ugyan tulajdonképen nem öszvefogás, hanem tsak vétel vagy fogás; a' honnan némellyek, miképen az egységet (1) a' számok közzűl, úgy a' dolgoknak egyes fogásait vagy vételeit (unio) kihagyják az öszvefogások közzűl, és kezdik ezeket a' kettős öszvefogásokon (combinatio binaria, seu binio), mellyek után a' hármas (comb. ternaria, seu ternio), négyes (comb. quaternaria, 's quaternio) öszvefogások következnek, 's a' t. Én az egyes fogásokat is számba veszem. Itt tehát ez a' közönséges feladás: adatván a' dolgok száma az öszvefogás mutatójával, megtalálni különkülön akármillyen öszvefogások számát.

Megfejtés. Az adatott vagy öszvefogandó dolgok száma után írj művesnek 1 hijján annyi mindég 1-el kissebbedő számokat, a' hány az öszvefogás mutatója, azaz, a' hányas öszvefogások kerestetnek, és mind ezeket sokszorozd egymással; azután a' természeti számok folyamatjában sokszorozz egymással minden tagokat az 1-től fogva egészen az öszvefogás mutatójáig, és ezeknek művével oszd el amaz első műszámot: a' részes meg fogja mutatni a' keresett öszvefogások számát. Tehát mindenik sorban egyenlő számmal kell lenni az egymással sokszorozandó tagoknak, vagyis mindenik sorban annyi művesnek kell lenni, a' hány az öszvefogás mutatója. Ha a. o. 5 dolgot kell öszvefogni, p. o. az a, b, c, d, e, betűket: lesz az egyes fogások száma $\frac{5}{1}=5$, t. i. a, b, c, d, e. Lesz a' kettős öszvefogások száma $\frac{5\times 4}{1\times 2}=10$, t. i. ab, ac, ad, *ae*, *bc*, *bd*, *be*, *cd*, *ce*, *de*. A' hármas öszvefogások száma $\frac{5 \times 4 \times 3}{1 \times 2 \times 3} = 10$, t. i. *abc*, *abd*, *abe*, *acd*, *ace*, *ade*, *bcd*, *bce*, *bde*, *cde*. A' négyes öszvefogások száma pedig $\frac{5 \times 4 \times 3 \times 2}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 5$, t. i. *abcd*, *abce*, *abde*, *acde*, *bcde*. Végre az ötös öszvefogások szm. $\frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5} = 1$ t. i. *abcde*. Ha tehát az öszvefogandó dolgok száma $=$ n, az öszvefogás mutatója pedig $=$ m: lesz a' keresett öszvefogások szm. $= \frac{n \times (n-1) \times (n-2) \text{'s a' t.} (n-m+1)}{1 \times 2 \times 3 \text{ 's a' t. m.}}$ a' hol a' felsö müveseket addig kell folytatni, míg az n-ből elvett szám lesz $=$ m $-$ 1, az alsó sorbeli müveseket pedig addig kell folytatni, míg az utólsó müves lesz $=$ m.

Minthogy a' két tagú algebrai gyökér p. o. az a $+$ b hatalmainak egymüvesei (coëfficiensei), a' Newton Theoremája szerént, épen úgy származnak, mint az öszvefogások számai, azaz ugyanazon számok sokszorozásából erednek: innen a' kinek táblában ki vagynak dolgozva az a $+$ b hatalmai, azoknak egymüveseiből is megtudhatja az öszvefogások számát. A' 2-dik tagok egymüvesei t. i. megmutatják az egyes fogások számát, a' 3-dik tagok egymüvesei a' kettős öszvefogások számát, a' 4-dik tagokéi a' hármas öszvefogások számát, és így tovább, még pedig mindenkor annyi dolgokét, a' hanyadik a' hatalom. Az a $+$ b-nek negyedik hatalma p. o. ez: $a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$. Itt 4 különböző dolgok öszvefogásainak száma ekképen jelentetik: a' 2-dik tag egymüvese, a' 4 jelenti az egyes fogások számát; a' 3-dik tag egymüvese, a' 6 jelenti a' kettős öszvefogások számát; a' 4-dik tagé, a' 4 mutatja a' hármas öszvefogásokét; a' 5-dik tag elhallgatott egyművese, az 1 jelenti a' négyes öszvefogások számát. Így van a' dolog az a + b-nek minden hatalmaira 's azoknak egyműveseire nézve.

Az a + b hatalmainak egyművesein kivűl vagynak még más számfolyamatok is, a' mellyek hasonlóképen az öszve fogások számát megmutatják. Az egyes fogások száma, az öszvefogandó dolgok számával együtt, úgy nevekedik, mint a' természeti számok folyamatja: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 's a' t. A' kettős öszvefogások száma így foly: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 's a' t. és így úgy, mint a' háromszegű számok (mellyek az említett természeti számoknak egybesummázásából származnak), mellyeknek óldala 1-el kissebb az öszvefogandó dolgok számánál, vagy annyival kissebb, mint az öszvefogásnak 1-el megkissebbíttetett mutatója. Ha tehát az öszvefogandó dolgok száma = n, azon háromszegű számnak, melly a' kettős öszve fogások számát megmutatja, óldala = n — 1, melly kivonni való szám az öszvefogás mutatójánál 1-el kissebb, azaz = 2—1. A' hármas öszvefogások száma így szaporodik: 1, 4, 10, 20, 35, 56, 's a' t. azaz mint a' háromszegű tornyodzó számok közzűl az első rendbeliek (numeri pyramidales triangulares primi ordinis, mellyek a' háromszegű számok summázásából származnak), mellyeknek óldala az öszvefogandó dolgok számánál 2-vel kissebb, vagy annyival, mint az öszvefogásnak 1-el megkissebbíttetett mutatója. Ha tehát az öszvefogandó dolgok száma = n, azoknak hármas öszvefogásait jelentő, első rendű háromszegű tornyodzó számnak óldala = n — 2, melly kivonandó 2 az öszvefogás mutatójánál 1-el kissebb, vagy = 3 — 1. A' négyes öszvefogások száma így nevekedik: 1, 5, 15, 35, 70, 126, 's a' t. azaz mint a' 2-dik rendbeli háromszegű tornyodzó számok (mellyek az első rendbeli tornyodzóknak summázásából származnak), mellyeknek óldala az öszvefogandó dolgok számánál 3-mal kissebb, azaz annyival, mint az öszvefogás 1-el megkissebbíttetett mutatója; úgy hogy ha az öszvefogandó dolgok száma $= n$, a' négyes öszvefogásokat jelentö 2-dik rendű háromszegű tornyodzó szám óldala lesz $= n - 3$, melly kivonandó 3 épen 1-el kissebb az öszvefogás mutatójánál, azaz $= 4 - 1$. Így megy a' dolog tovább is, és az ötös öszvefogások számát a' 3-dik rendbeli háromszegű tornyodzó számok mutatják meg, 's a' t.

Lássunk már némelly ide tartozó példákat. Egy Oskola Mesternek van 24 tanítványja, kik közzűl mindennap egy pár gyermek sepri ki a' tanúló szobát: kérdés hány különböző pár gyermeket lehet közzűlök egymás után a' seprésre kirendelni? Felelet: 24 különböző dolgokból kettős öszvefogások lesznek $\frac{24 \times 23}{1 \times 2} = 276$, ennyi különböző párt lehet formálni 24 gyermekből, 's akkor kerűl a' sor újra épen az első egy pár gyermekre.

Ha 12 katona közzűl mindennap 3-nak kell vigyázatra kiállani: kérdés, hányféle képen lehet ezen vigyázók társaságát ő közzűlök változtatni? Felelet: 12 különböző dolgokból hármas öszvefogások lesznek, $\frac{12 \times 11 \times 10}{1 \times 2 \times 3} = 220$, ennyi különböző módon lehet a' 12 katona közzűl háromhárom vigyázót kiállítani, úgy hogy soha sem kerűl öszve ugyanozon három személy második izben.

Egy valaki a' Tsászári Királyi Lotteria-játékban 8 számot akar egy sorban, mind Ámbókra, mind Ternókra megtenni: kérdés, hányszorosan kell néki az

Ámbókért és Ternókért fizetni, vagyis hány Ámbó és hány Ternó telik 8 számokból? Felelet: 8 számból $\frac{8 \times 7}{1 \times 2} = 28$ kettős öszvefogás vagy Ámbó telik, és $\frac{8 \times 7 \times 6}{1 \times 2 \times 3} = 56$ hármas öszvefogás vagy Ternó lesz; és így a' játszónak 28 Ámbó és 56 Ternó árát kell lefizetni.

Még egy feladás. Megtalálni a' Lotteriában lehető minden Estratók, Ámbók, Ternók, Quaternók és Quinternók számát. — Megfejtés. Nem egyebek ezek a' 90 különböző számokból (mellyekből áll a' Szám-Lotteria) telhető egyes, kettős, hármas, négyes, ötös öszvefogásoknál. Lesz tehát a' különböző Estratók (húzások) száma $\frac{90}{1} = 90$. Lesz a' minden lehető Ámbók száma $\frac{90 \times 89}{1 \times 2} = 4{,}005$. A' Ternók száma $\frac{90 \times 89 \times 88}{1 \times 2 \times 3} = 117{,}480$. A' Quaternók száma, folytatván a' sökszorozást a' már tudva lévő módon = 2′ 555,190. A' Quinternóké = 43′ 949,268. Minthogy pedig mindenkor 5 szám húzattatik ki: azokból, a' fellyebbi szabály szerént, tsak 5 Estrató, 10 Ámbó, 10 Ternó, 5 Quaterno, és 1 Quinternó telik. Ezeket mind megnyerné az, a' ki a' Lotteriában kijöhető minden öszvefogásokra, a' mellyek fellyebb említtettek, pénzt tenne. De mivel a' kijött Estratókért tsak 14, az Ámbókért tsak 240, a' Ternókért tsak 4800 annyit kapna, mint a' mennyit azokra feltett: látnivaló, hogy sokkal kevesebbet nyerne, mint a' mennyit általjában véve feltett, és így vesztene. Megtetszik innen, hogy a' Lotteria igazán szerentsejáték, és hasznot hajt a' Kamarának.

Második fő feladás, melly az öszvefogások körűl előadja magát, ez: adatván az öszvefogandó dolgok száma, megtalálni minden lehető öszvefogások summáját.

Megfejtés. E' végre az egyes, kettős, hármas 's a' t. öszvefogásoknak különkülön kikeresett számait szükség öszveadni; vagy mivel az $a+b$ hatalmainak egyművesei megmutatják minden öszvefogások számát: a' hány az öszvefogandó dolog, az $a+b$-nek annyidik hatalmában kell minden egyműveseket öszveadni (az első tagnak elhallgatott egyművesét, az 1-et kivévén, melly nem tartozik sem az egyes sem a' többes öszvefogásokhoz); a' summa megmutatja minden lehető öszvefogások öszveségét. Minthogy pedig az $a+b$ hatalmai egyműveseinek summája mindég annyi, mint a' 2-nek annyidik hatalma, a' hanyadik hatalomra van emelve az $a+b$: innen a' mennyi az öszvefogandó dolgok száma, a' 2-nek annyidik hatalma fogja megmutatni, 1 híjján, azaz 1-el megtsonkítva, a' minden lehetséges öszvefogások summáját. Ha tehát az öszvefogandó dolgok száma $= m$, lesz minden lehető öszvefogások summája $= 2^m - 1$. Ha p. o. 6 dolog minden öszvefogásainak summája kerestetik: lesz az $= 2^6 - 1 = 63$. Ugyanezen summa jő ki a' különkülön kikeresett öszvefogások öszvesummázásából is, mivel 6 dologból lesznek egyes fogások 6, kettős öszvefogások 15, hármasok 20, négyesek 15, ötösök 6, hatos 1; ugyanezek az $a+b$ 6-dik hatalmának egyművesei is, az első tágén kivűl; mellyeknek öszveadásából a' fellyebbi szám származik, mivel $6+15+20+15+6+1=63$. Ha az 1-en kezdődő kétannyisok folyamatjának annyi tagjait adjuk öszve, a' mennyi az öszvefogandó dolgok száma: úgy is kijő minden lehetséges öszvefogások summája p. o. 6 dolgok mindenféle öszvefogásainek summája $= 1+2+4+8+16+32=63$.

Vóina még itt egy feladás, ez t. i. hány különbö ző öszvefogásaik lehetnek az ollyan dolgoknak, mellyek közt némellyek egyenlők, vagy többször fordúlnak elő? p. o. az a, a, a, b, b, öt betűkből, mellyek közt három betű egyenlő, a' más kettő ismét egyenlő, hány szembetűnőképen különböző egyes, kettős, hármas, 's a' t. öszvefogások telnek ki? De minthogy ezen feladást én megfejteni nem tudom; kéntelen vagyok a' megfejtést másokra hagyni, és óhajtom, hogy valaki tegye közönségessé ezen feladásnak megfejtését a' Sokfélében. Sz. J.

Nyelvtsuda (a' közéletből költsönözött beszéd).

„A' kisaszszony uraságod leánya, szólla egykor a' helybeli lelkiatya" a' nevelő intézetből ismét viszszaérkezett?" „Igenis, viszonzá a' pénzváltó tiszt, magát melybe ütvén, „nyoltz' nap ólta; hihetetlen előlépéseket tett, mondhatom — mindenben, 's nyelvtsuda lett belőle annyira, hogy az ember hiedelmét felűlmúlja; ír, 's beszél olaszul, angolul, 's frantziául; az idegen szavak sebes villámként repűlnek szájából." „Örvendek," szólla közbe a' lelkiatya. „És hiszi azt uraságod, kérdé a' pénzváltó, hogy ő még ezen külömbféle nyelven rendre is imádkozik?" Jobb vólna, ha azt nem tselekedné, válaszolá a' lelki atya, az embernek tsak anyanyelvén kell imádkoznia, mert idegen nyelven tsak értelem nélkűli szavakat repit a' jó Istenhez.

Rejtett szó.

Egy három tagu szó, lom-mal, som-mal, meg alom-mal
Van tele, 's a' salamandrának nagy része ezen szó.
Rég Isten' fia volt, 's Magyarok sorsverte Királya.

Megfejtés az 90. számban: Kosár, kostök, sár, ár (víz) ár.